Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Ю. В. Муранов, Д. Реповш, Препятствия к перестройкам по паре многообразий,
УМН, 1996, том 51, выпуск 4, 165–166

DOI: <https://doi.org/10.4213/rm1006>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и
согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.172.240.79

26 апреля 2023 г., 15:34:59

ПРЕПЯТСТВИЯ К ПЕРЕСТРОЙКАМ ПО ПАРЕ МНОГООБРАЗИЙ

Ю. В. Муранов, Д. Реповш

Группы LP_* препятствий к перестройкам по паре многообразий $X \subset Y$ были введены Уоллом геометрически (см. [1]), а затем Раницки было дано алгебраическое определение групп LP_* аналогично группам препятствий к расщеплению LS_* (см. [2]). Группы LS_n и LP_n функториально определяются универсальным отталкивающим квадратом F фундаментальных групп с ориентацией и $n \bmod 4$. Пара (Y, X) является парой Браудера–Ливси, если X – одностороннее подмногообразие коразмерности 1 и отображения $\pi_1(\partial U) \rightarrow \pi_1(Y \setminus X)$, $\pi_1(X) \rightarrow \pi_1(Y)$ – изоморфизмы, где U – трубчатая окрестность X в Y . Тогда имеют место изоморфизмы

$$LS_n(F) \cong LN_n(\pi_1(Y \setminus X) \rightarrow \pi_1(Y)), \quad LP_n(F) \cong L_{n+1}(i^!),$$

где $i^!: L_n(\pi_1(X) \rightarrow L_n(\pi_1(\partial U)))$ – трансфер.

Если в этом случае условие изоморфизма ослабить до эпиморфизма, то квадрат F называют геометрической диаграммой (см. [3]). Тогда по-прежнему имеется тесная связь между группами $LS_*(F)$ и L -группами групп, входящих в диаграмму (см. [4], [3]). Аналогичные связи в этом случае существуют и для групп LP_* .

Для геометрической диаграммы F обозначим через $j_-^!$ трансфер

$$L_n(\pi_1(Y)^- \rightarrow L_n(\pi_1(Y \setminus X))),$$

где знак “ $-$ ” обозначает, что группа рассматривается с измененной вне образа j ориентацией. Обозначим δ_n композицию

$$L_{n+1}(\pi_1(\partial U) \rightarrow \pi_1(Y \setminus X)) \rightarrow L_n(\pi_1(\partial U)) \rightarrow L_n(i^!)$$

отображения из относительной точной последовательности для вложения $\pi_1(\partial U) \rightarrow \pi_1(Y \setminus X)$ и отображения из относительной точной последовательности для отображения $i^!$. Аналогично, определим отображение δ'_n как композицию

$$L_{n+1}(j_-^!) \rightarrow L_n(\pi_1(Y)) \rightarrow L_n(\pi_1(X) \rightarrow \pi_1(Y)).$$

ТЕОРЕМА 1. Если F – геометрическая диаграмма групп, то имеют место следующие длинные точные последовательности

$$\begin{aligned} \longrightarrow L_{n+1}(\pi_1(\partial U)) &\longrightarrow \pi_1(Y \setminus X) \xrightarrow{\delta_n} L_n(i^!) \longrightarrow LP_{n-1}(F) \longrightarrow \\ \longrightarrow L_{n+1}(j_-^!) &\xrightarrow{\delta'_n} L_n(\pi_1(X) \rightarrow \pi_1(Y)) \longrightarrow LP_{n-1}(F) \longrightarrow \end{aligned}$$

Доказательство следует из коммутативной диаграммы спектров, которая продолжается коммутативными:

$$\begin{array}{ccc} L(\pi_1(\partial U)) & \longrightarrow & L(\pi_1(Y \setminus X)) \\ F^! = \uparrow i^! & & \uparrow j_-^! \\ L(\pi_1(X)) & \longrightarrow & L(\pi_1(Y)) \end{array}$$

оставаясь гомотопически коммутативной. Для L -спектров мы полагаем, что $\pi_n(L(*)) = L_n(*)$ и $\Omega L_{n+1} = L_n$, где L_n – симплициальные множества, задающие спектр.

Диаграмма $F^!$ позволяет, аналогично [4], определить спектры $L(F^!)$ и $LP(F)$. При этом $\pi_n(LP(F)) = LP_n(F)$.

Работа первого автора выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 93-011-1402) и Международного научного фонда (NFU000).

Работа второго автора выполнена при финансовой поддержке министерства науки и техники Республики Словения (грант № P1-0214-101-95).

ТЕОРЕМА 2. *Имеют место универсальные квадраты спектров:*

$$\begin{array}{ccc}
 \Omega L(\pi_1(\partial U)) & \longrightarrow & \Omega L(\pi_1(Y \setminus X)) \\
 \downarrow & & \downarrow \\
 \Omega L(i^!) & \longrightarrow & LP(F) \\
 \\
 \Omega L(\pi_1(Y)^-) & \longrightarrow & \Omega L(\pi_1(Y \setminus X)) \\
 \downarrow & & \downarrow \\
 \Omega L(\pi_1(X) \rightarrow \pi_1(Y)^-) & \longrightarrow & LP(F) \\
 \\
 \Omega^2 L(F^!) & \longrightarrow & \Omega L(\pi_1(X) \rightarrow \pi_1(Y)^-) \\
 \downarrow & & \downarrow \\
 \Omega L(i^!) & \longrightarrow & LP(F)
 \end{array}$$

Гомотопические длинные точные последовательности отображений универсальных квадратов дают три косы Левина, связывающие группы $LP_(F)$ с L -группами.*

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Wall C. T. C. Surgery on Compact Manifolds. London: Academic Press, 1970. [2] Ranicki A. Exact sequences in the algebraic theory of surgery. Princeton: Princeton Univ. Press 1981 (Matem. Notes, V. 26). [3] Ахметьев П. М. Задача расщепления гомотопических эквивалентностей // Дис. ... канд. физ.-матем. наук. М.: МИАН, 1988. [4] Муранов Ю. В. // УМН. 1995. Т. 50. № 1. С. 205–206.

Математический институт им. В. А. Стеклова РАН,
Москва, Россия;
Люблянский университет,
Институт математики, физики и механики,
Любляна, Словения

Принято редколлегией
18.04.1996