Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

И. В. Волович, О работе общеинститутского семинара “Математика и ее приложения” Математического института им. В. А. Стеклова РАН, *УМН*, 2005, том 60, выпуск 1, 189–190

DOI: <https://doi.org/10.4213/rm1407>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 34.229.45.116

26 апреля 2023 г., 08:15:42

**О РАБОТЕ ОБЩЕИНСТИТУТСКОГО СЕМИНАРА
“МАТЕМАТИКА И ЕЕ ПРИЛОЖЕНИЯ”
МАТЕМАТИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА ИМ. В.А. СТЕКЛОВА РАН**

Продолжает работу общеконференционный семинар МИАН. Начиная с 2004 года производится видеозапись заседаний семинара. Выдержки из выступлений докладчиков доступны на Web-сайте института <http://www.mi.ras.ru/>. Полные версии на DVD-дисках доступны в библиотеке МИАН. Семинары проводятся ежемесячно каждый третий четверг месяца в 16 часов в конференц-зале Института на 9 этаже. На семинар приглашаются все желающие, вход на семинар свободный. Справки по телефону: 135-22-91. Адрес института: ул. Губкина, 8.

С апреля 2004 года на семинаре были заслушаны следующие доклады:

15 апреля 2004 г. Д.ф.-м.н. С.М. АСЕЕВ, Чл.-корр. РАН А.В. Кряжимский. *Принцип максимума Понтрягина для задачи оптимального управления с функционалом, заданным несобственным интегралом.*

Доклад посвящен теории принципа максимума Понтрягина для задачи оптимального управления с интегральным функционалом качества на бесконечном интервале времени. Выделены два качественно различных случая, когда соотношения принципа максимума могут быть получены вместе с дополнительными условиями на сопряженные переменные и гамильтониан. В ряде ситуаций эти дополнительные условия гарантируют выполнение поточечных условий трансверсальности на бесконечности, используемых при исследовании процессов экономического роста.

27 мая 2004 г. Д.ф.-м.н. М.О. КАТАНАЕВ. *Геометрическая теория дефектов.*

Рассказано о новом подходе к построению геометрической теории дефектов – дислокаций и дисклинаций – основанном на геометрии Римана–Картана. Упругая среда без дефектов соответствует евклидову пространству, а наличие дефектов приводит к нетривиальной геометрии. Тензор кручения идентифицируется с поверхностной плотностью вектора Бюргерса для дислокаций, а тензор кривизны – с поверхностной плотностью вектора Франка для дисклинаций. При отсутствии дефектов можно ввести вектор смещения, который удовлетворяет уравнениям теории упругости. Уравнения для поля со значениями в алгебре $SO(3)$, которое описывает спиновую структуру среды, сводятся к модели $SO(3)$ главного кирального поля.

17 июня 2004 г. К.ф.-м.н. Н.Г. МАРЧУК. *Тензорные уравнения дираковского типа.*

Предложен метод редукции системы уравнений для дифференциальных форм, введенной Е. Келлером (1962), к тензорному уравнению дираковского типа (ТУДТ) при помощи анализа идеалов в алгебре Грассмана–Клиффорда дифференциальных форм. Установлена связь ТУДТ с уравнением Дирака. Предложено новое представление системы уравнений Дирака–Янга–Миллса. Рассказано также об обобщении этих результатов на случай искривленного пространства-времени.

23 сентября 2004 г. Д.ф.-м.н. Е.В. ШЕПИН. *Асимптотические ряды Дирихле и интегралы Лапласа.*

Основной результат докладчика: теорема умножения для жадных сумм и интегралов. Жадной суммой бесконечного числового массива называется сумма ряда, полученного из этого массива упорядочиванием по убыванию модулей. Теорема об умножении жадных сумм утверждает, что жадная сумма прямого произведения числовых массивов равна произведению жадных сумм сомножителей, если все три жадные суммы существуют.

Понятие асимптотического ряда Дирихле является ключевым при доказательстве теоремы умножения. С этим понятием также связан естественный аналитический метод суммирования расходящихся рядов, совместимый с методом Эйлера и нелинейный. Теорема об умножении справедлива также для жадных (относительно модуля определителя) сумм матричных массивов. Аналог теоремы умножения жадных сумм справедлив для интегралов. На языке теории вероятностей теорема умножения формулируется так: произведение математических ожиданий независимых

случайных величин равно математическому ожиданию их произведения. Эту теорему удастся распространить на случай, когда интегралы, представляющие математические ожидания, расходятся.

28 октября 2004 г. АКАДЕМИК В. И. АРНОЛЬД. *Теоретико-числовая турбулентность и статистика больших диаграмм Юнга.*

Число делителей большого целого числа n растет с ростом n в среднем как его натуральный логарифм, а сумма делителей, считая само число n , как sn , где s есть значение дзета-функции Римана в точке 2, т.е. квадрат числа π , поделенный на 6, что близко к $3/2$ (сумма s -х степеней делителей – как n в степени s с коэффициентом, равным значению дзета-функции в точке $s + 1$) – видимо, первым доказал это Дирихле.

Компьютерные эксперименты показывают, что средний делитель растет (в среднем) как $sn/(\ln n)$, но строго это не доказано, хотя поведение перечисленных часто осциллирующих величин сильно напоминает гидродинамическую турбулентность и исследовалось теми же эмпирическими методами, при помощи которых Колмогоров пришел к своим законам.

В статистике больших диаграмм Юнга (например, числа $Q(n; x, y)$ разбиений натурального числа n на y натуральных слагаемых, наибольшее из которых равно x) наблюдаются эмпирически странные асимптотики, похожие на закон больших чисел, но не гауссовские (а похожие иногда, например, на закон Планка распределения энергии излучения черного тела по длине волн).

18 ноября 2004 г. АКАДЕМИК В. Г. КАДЫШЕВСКИЙ. *О геометрической формулировке Стандартной Модели.*

Согласно А. Эйнштейну, *Опыт = Геометрия + Физика*. Этот тезис нашел убедительное подтверждение в таких фундаментальных разделах современной физики, как специальная теория относительности (СТО), общая теория относительности (ОТО) и квантовая теория. Универсальные константы c , G и $\hbar$, играющие ключевую роль в этих теориях, допускают простое толкование либо в геометрическом контексте, либо в теоретико-групповых терминах, напрямую связанных с геометрией. Так, в ОТО скорость света c входит в выражение для линейного элемента псевдоевклидова пространства-времени: $ds^2 = c^2 dt^2 - (dx_1)^2 - (dx_2)^2 - (dx_3)^2$. Соответствующее релятивистское 3-пространство скоростей обладает геометрией Лобачевского, кривизна которого равна $-1/c^2$. Геометрическая интерпретация ОТО и, в этой связи, ньютоновой постоянной G не нуждается в комментариях.

В квантовой теории такие наблюдаемые физические величины, как импульс, энергия, угловой момент, являются генераторами преобразований симметрии пространства-времени, образуя алгебру Ли. Постоянная Планка $\hbar$ содержится здесь явным образом и определяет, в частности, величину кванта углового момента.

В современной теории элементарных частиц, называемой Стандартной Моделью (СМ), массы кварков, лептонов и векторных бозонов возникают в результате взаимодействия соответствующих полей со скалярным полем Хиггса $H(x)$, имеющим ненулевое вакуумное среднее H_0 . Тем самым в теорию вводится новая *универсальная постоянная* размерности массы. В докладе рассматривалось обобщение СМ, в рамках которого “механизм Хиггса” и некоторые другие характерные особенности модели получают *геометрическую* интерпретацию.

16 декабря 2004 г. АКАДЕМИК С. К. ГОДУНОВ. *Термодинамика и уравнения математической физики.*

Феноменологическая термодинамика основывается на постулате о несуществовании вечных двигателей второго рода. Следствием этого постулата является существование термодинамических потенциалов, с помощью которых задаются уравнения состояния в математических моделях различных сред. Роль такого постулата для уравнений, описывающих процессы в сплошной среде, играет гипотеза о корректности (хотя бы в малом) задачи Коши. Для нелинейных гиперболических уравнений справедливость этой гипотезы обеспечивается для уравнений выписываемых по стандартным правилам через определяющий выпуклый “термодинамический” потенциал. Однако, не на всех решениях таких уравнений выполняются классические законы сохранения. Для их справедливости требуется выполнение специальных условий на начальные данные.

Описываются варианты диссипативных процессов, задаваемых диссипативными функциями. Приведены разнообразные галилеево-инвариантные примеры, схематизирующие конкретные модели сплошных сред.

И. В. Волович