Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Заседания Московского математического общества, *УМН*, 1996, том 51, выпуск 6, 227–230

DOI: <https://doi.org/10.4213/rm1559>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 18.208.226.222

26 апреля 2023 г., 15:32:13

ЗАСЕДАНИЯ МОСКОВСКОГО МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБЩЕСТВА

На заседаниях Московского Математического Общества состоялись следующие научные доклады:

3 сентября 1996 г. В. И. Арнольд. *“Топологическая теорема Максвелла о мультипольном представлении сферических функций”*.

Первый том “Электричества и магнетизма” Максвелла содержит удивительную теорему: n -я симметрическая степень $\mathbb{RP}^2$ есть $\mathbb{RP}^{2n}$. В докладе рассказано о критике этой теоремы Сильвестром и об ее обобщениях, являющихся также многомерными аналогами теоремы “ $\mathbb{CP}^2 / \text{conj} = S^4$ ”. Эти результаты доставляются кватернионными действиями групп Кокстера.

10 сентября 1996 г. А. В. Зорич. *“Асимптотики псевдопериодических интегралов и пространство Тейхмюллера”*.

В докладе было рассказано о недавних совместных работах докладчика и М. Концевича, в которых при помощи компьютерного экспериментирования обнаружена неожиданная связь между асимптотиками временных средних в гамильтоновых динамических системах с многозначными гамильтонианами на двумерных поверхностях и геодезическими потоками на пространствах Тейхмюллера. Сумма первых g показателей Ляпунова этих геодезических потоков на пространстве поверхностей рода g оказывается рациональным числом.

Теория применима также к перекладываниям отрезков, к бильярдам в “прямоугольных” многоугольниках, к гиперплоским сечениям периодических поверхностей и к динамике слоений с трансверсальной мерой на римановых поверхностях и приводит во всех этих случаях к нетривиальным оценкам отклонений от средних, пропорциональным не квадратному корню из числа слагаемых, а, как в законе больших чисел, некоторым другим его степеням.

17 сентября 1996 г. И. В. Волович *“Теория суперструн и энтропия черных дыр”*.

В результате недавнего бурного развития в теории суперструн (“вторая суперструнная революция”) было установлено, что пять известных типов суперструн связаны друг с другом преобразованиями дуальности и, по-видимому, являются предельными случаями единой теории (M -теория, Е. Виттен). Дуальность требует присутствия экстремальных черных дыр и других солитонных решений в спектре суперструн. А. Стромингер и К. Вафа недавно решили давно стоявшую задачу о микроскопическом выводе формулы Бекенштейна–Хокинга для энтропии черной дыры с использованием теории суперструн с граничными условиями Дирахле, получив выражение для асимптотики эллиптического рода поверхности типа КЗ через площадь горизонта событий черной дыры. Р. Дийкграф, Е. Верлинде и Г. Верлинде нашли формулу, обобщающую формулу Ф. Хирцебруха и Т. Хофера, выражающую эллиптический род симметрического произведения элерова многообразия через коэффициенты модулярной формы, отвечающей эллиптическому роду этого многообразия.

В докладе было рассказано об этих и примыкающих к ним результатам.

24 сентября 1996 г. Ю. С. Ильяшенко. *“Бифуркация гомоклинических торов и безумная динамика”*.

Перефразируя слова Пуанкаре о предельных циклах можно сказать, что бифуркации, как факелы, освещают путь от простых систем к сложным. Роль простых исполняют в докладе системы Морса–Смейла. На границе множества этих систем открытое множество состоит из полей с негиперболическим предельным циклом, один мультипликатор которого равен 1, остальные лежат вне единичной окружности. Такой цикл может иметь богатое множество гомоклинических траекторий, заполняющих несколько гомоклинических торов. При бифуркации такого поля и возникает “безумная динамика”. Предыдущий пример является лишь частным случаем этой динамики. В общем виде “безумная динамика”, грубо говоря, состоит в следующем. В динамическую систему, порожденную одним диффеоморфизмом, может быть “заморожена” любая конечно-порожденная полугруппа диффеоморфизмов произвольного замкнутого многообразия. Это явление сохраняется при малом шевелении.

1 октября 1996 г. А. Н. Тюрин. *Дифференциальная топология четырехмерных многообразий*”.

Современное развитие четырехмерной дифференциальной топологии напоминает теорию римановых поверхностей, оформившуюся к концу прошлого века. На первый взгляд прогресс невелик – от двух до четырех за сто лет. Однако, четырехмерная топология является абсолютной – именно здесь геометрия и теоретическая физика сходятся настолько близко, что их почти невозможно различить.

Цель настоящей лекции – познакомить слушателей с последними достижениями в четырехмерной дифференциальной топологии. Это знакомство станет особенно близким, если в новых конструкциях будут узнаны построения вековой и полувекковой давности.

8 октября 1996 г. А. Г. Хованский. *Элементарная геометрия целочисленной решетки и ее проявление в алгебре, комбинаторике и УрЧП*”.

Полугруппа целых точек в положительном октанте пространства $\mathbb{R}^n$ обладает свойством нётеровости. Доказательство этого фундаментального факта элементарно и доступно школьникам. Среди проявлений этого свойства – нётеровость кольца полиномов от нескольких переменных, существование и полное описание полиномов Гильберта, существование базисов Грёбнера, подсчет числа точек в сумме Минковского конечных множеств, теория Риккё, дающая далекое обобщение теоремы Коши–Ковалевской в УрЧП.

Для понимания доклада не требуется никаких специальных знаний.

15 октября 1996 г. С. Ю. ОРЕВКОВ. *“О гипотезе Якобиана”*.

Гипотеза Якобиана заключается в том, что полиномиальное отображение $C^2 \rightarrow C^2$ с постоянным Якобианом является обратимым. Доклад посвящен обсуждению различных подходов, в первую очередь – геометрических, к этой проблеме.

22 октября 1996 г. С. Б. КУКСИН. *“О проблеме турбулентности для нелинейных УрЧП”*.

Классическая турбулентность состоит в том, что поле скоростей маловязкой жидкости, испытывающей воздействие внешних сил порядка единицы, быстро флуктуирует в пространстве и во времени. График любой из компонент скорости как функция пространственных переменных (при фиксированном времени) содержит очень узкие “хребты” и “ущелья”. Поле скоростей жидкости описывается системой уравнений Навье–Стокса, очень трудной для численного и аналитического изучения. Представляется разумным включить систему Навье–Стокса в надлежащий класс нелинейных УрЧП и изучать феномен турбулентности для более простых уравнений из этого класса. Наш выбор класса следующий:

$$(*) \quad \langle \text{гамильтоново уравнение} \rangle + \langle \delta\text{-малая диссипация} \rangle + \langle \text{внешняя сила} \rangle.$$

Наряду с системой Навье–Стокса (для которой гамильтоново уравнение – это уравнения Эйлера), класс (*) содержит и более простые уравнения, такие как нелинейное уравнение Шрёдингера, уравнение Бюргерса и нелинейное волновое уравнение. Для них мы доказываем следующее: *почти всякое решение (*) развивает мелкомасштабные пространственные флуктуации порядка δ^a , где $\frac{1}{5} < a < 3$* . Доказательство основано на изучении качественных свойств динамической системы, которую уравнение (*) определяет в пространстве функций от x .

29 октября 1996 г. Заседание, посвященное 70-летию со дня рождения замечательного механика, специалиста по динамике космического полета М. Л. Лидова (04.10.1926–30.12.1993).

1. Вступительное слово В. М. ТИХОМИРОВА.

2. А. И. НЕЙШТАДТ. *“О вероятностных явлениях в динамических системах с медленной эволюцией”*.

В 60-х – 70-х годах М. Л. Лидов занимался задачами об эволюции орбит небесных тел под влиянием малых возмущений и установил в этом направлении ряд основополагающих результатов. Как на одну из ключевых модельных задач для описания эволюции вблизи резонанса он указывал на задачу о переходах через сепаратрису (скачкообразных изменениях характера движения гамильтоновой системы при медленном изменении ее параметров). В докладе будет рассказано о современном состоянии этой задачи, о возникающих в ней необычных вероятностных явлениях, об описании этих явлений с помощью метода усреднения и адиабатических инвариантов, и о роли этих явлений в теории происхождения резонансных люков в поясе астероидов.

3. В. В. Белецкий. *“Михаил Львович Лидов и эпоха становления динамики космических полетов”*.

В докладе было рассказано о Михаиле Львовиче Лидове как выдающемся исследователе героической эпохи освоения космического пространства. В становлении динамики космического полета М. Л. Лидов занимал лидирующую позицию. Многие его результаты были сенсационными.

4. Воспоминания.

5 ноября 1996 г. И. Х. Сабитов. *“Решение проблемы кузнечных мехов в теории изгибаний многогранников”*.

Изгибанием многогранника называется такая его непрерывная деформация в пространстве, в ходе которой грани многогранника движутся, оставаясь конгруэнтными самим себе, а изменяться могут только двугранные углы между гранями. Первая теорема в этой теории – о неизгибаемости выпуклого многогранника – была доказана еще Коши в 1813 г. После этого в течении полутора веков почти все работы по изгибаниям многогранников касались главным образом различных модификаций теоремы Коши. Только в 1977 г. американский математик Р. Коннелли (R. Connelly) построил первый пример изгибаемого вложенного в $\mathbb{R}^3$ (т.е. не имеющего самопересечений) многогранника. Затем было замечено, что объем этого и других позже построенных изгибаемых многогранников в ходе изгибания остается неизменным. В 1978 г. Р. Коннелли в своем докладе на конгрессе в Хельсинки высказал гипотезу, что это свойство постоянства объема справедливо для всех изгибаемых многогранников или, по-другому, что изгибаемые многогранники (с отверстием на твердой грани) не могут работать как математически идеальные кузнечные меха. По такой наглядной ее интерпретации эта проблема стала называться гипотезой кузнечных мехов и среди специалистов она считалась одной из самых интересных и красивых задач в теории изгибаний многогранников.

В серии работ 1994–96 г.г. автору удалось найти положительное решение этой проблемы, основанное на простых геометрических соображениях. Из полученного решения попутно вытекает также ряд следствий, дающих существенное продвижение в решении двух основных задач метрической теории многогранников – в проблеме изометрической погружаемости в $\mathbb{R}^3$ данной многогранной метрики и в проверке изгибаемости данного многогранника. Было рассказано также об идее второго варианта доказательства теоремы автора, предложенной совсем недавно Р. Коннелли и А. Вальз (A. Walz).

Доклад не предполагает предварительных специальных знаний и доступен студентам даже младших курсов.

12 ноября 1996 г. Р. М. Борисюк. *“Нейронные сети: достижения и перспективы”*.

Интерес к нейронным сетям порождается желанием понять принципы работы нервной системы и надеждой, что с помощью нейронных сетей удастся приблизиться к той поразительной эффективности в процессах обработки информации, которой обладают животные и человек.

В последние годы появились обнадеживающие результаты как в моделировании биологических феноменов, так и в разработке нейросетевых алгоритмов для решения ряда сложных задач искусственного интеллекта: ассоциативное запоминание информации, распознавание образов, управление движением и др.

В обзорном докладе были представлены некоторые направления теории нейронных сетей, активное развитие которых привело к созданию нейрокомпьютинга (теории нейронных вычислений), а также новых вычислительных устройств – нейрокомпьютеров. Обсуждается принцип синхронизации на примере обработки зрительной информации.

19 ноября 1996 г. В. П. Маслов. *“Классический и квантовый хаос для систем многих частиц со слабым взаимодействием”*.

Рассматривается спектр классического оператора Лиувилля (скобки Пуассона) для системы n слабозаимодействующих частиц и разностная схема для него. Получена асимптотика собственных функций и собственных значений разностной аппроксимации при $n \rightarrow \infty$ и шаге сетки, стремящемся к 0. Выведено условие хаотичности, а также приводятся условия фазовых переходов первого и второго рода. Приводятся квазиклассические поправки к полученным асимптотикам.

Для понимания доклада не требуется знаний, выходящих за рамки стандартного анализа.

26 ноября 1996 г. Р. И. Григорчук. “*Полные функции роста гиперболических групп*”.

Функция роста $\delta(n)$ конечнопорожденной группы G является комбинаторным аналогом функции, выражающей объем геодезического шара риманова многообразия через его радиус, а ее порядок роста при $n \rightarrow \infty$ есть важный асимптотический инвариант группы.

В ряде случаев, например, для групп Кокстера, почти абелевых или гиперболических групп, производящий ряд $\Delta(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \delta(n)z^n = \sum_{g \in G} z^{|g|}$ ($|g|$ – длина элемента g) представляет рациональную функцию. Вопрос о том, для каких групп и систем образующих функция $\Delta(z)$ (также называемая функцией роста) рациональна, интересен и важен для приложений.

Еще более актуален вопрос о рациональности полной функции роста $\tilde{\Delta}(z) = \sum_{g \in G} gz^{|g|} = \sum_{n=0}^{\infty} \Delta(n)z^n$, представимой рядом с коэффициентами $\Delta(n)$ в групповом кольце $\mathbb{Z}[G]$. К нему примыкает вопрос о вычислении операторной функции роста $\hat{\Delta}_T(z) = \sum_{g \in G} T_g z^{|g|}$, построенной по представлению T группы G .

Задача о вычислении обычных и полных функций роста увлекательна и связана с красивой комбинаторикой на группах и словах. Она решена для перечисленных выше классов групп.

Об этом было рассказано в докладе, не предполагающем от слушателей знаний, выходящих за пределы первых двух курсов университета.

Кроме того, изложен метод “запрещенных слов”, элементы теории переписывающих систем и рассказано, как это может быть применено для вычисления полной функции роста фундаментальной группы замкнутой ориентированной поверхности.

От правления Московского Математического Общества

Правление Московского Математического Общества объявляет прием работ на соискание премий ММО для молодых математиков за 1996 г.

Премии общества присуждаются за научные работы по математике, выполненные молодыми учеными и представляющие серьезный научный интерес. Молодым считается ученый, которому в календарном году присуждения премий (т.е. в 1996) исполняется не более 30 лет.

Кандидаты на соискание премий представляются одним или несколькими членами общества. Представление считается состоявшимся, если до 01.03.1997 г. в Правление ММО поступили:

- 1) Письменное представление с указанием выдвигаемых работ, отзывы об этих работах.
- 2) Сами работы в двух экземплярах (в виде оттисков или отпечатанные на машинке или на принтере).
- 3) Краткая справка об авторе (в свободной форме) с указанием даты рождения.

Представления и работы принимаются секретарем Правления общества в комнате 12-18 механико-математического факультета МГУ (тел. 939-39-57).