Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

С. И. Адян, В. П. Леденев, В. М. Тихомиров, Юрий Ильич Хмелевский (к шестидесятилетию со дня рождения), *УМН*, 1997, том 52, выпуск 4, 243–246

DOI: <https://doi.org/10.4213/rm1596>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.157.27.8

26 апреля 2023 г., 17:13:39

ЮРИЙ ИЛЬИЧ ХМЕЛЕВСКИЙ
(к шестидесятилетию со дня рождения)

22 июля 1997 года исполнилось бы 60 лет талантливому математику, замечательному человеку, выдающемуся спортсмену-путешественнику Юрию Ильичу Хмелевскому.

После окончания аспирантуры по кафедре математической логики мехмата МГУ в 1962 г. Ю.И. Хмелевский преподавал в Московском лесотехническом институте.

Еще в аспирантуре он под руководством А. А. Маркова начал заниматься одной из важнейших алгоритмических проблем - проблемой распознавания разрешимости уравнений в свободной полугруппе. Рассматривается система уравнений в словах: $\{\Phi_i = \Psi_i, i = 1, \dots, N\}$; здесь Φ_i и Ψ_i - слова в алфавите $\{a_1, \dots, a_k, x_1, \dots, x_n\}$, где $x_1, \dots, x_n$ - неизвестные. Решением рассматриваемой системы уравнений называется такой набор слов $\{A_1, \dots, A_n\}$ в алфавите $a_1, \dots, a_k$, что после подстановки A_j вместо переменных x_j в слова Φ_i и Ψ_i каждое уравнение системы превращается в графическое равенство слов. Задача состоит в распознавании по данной системе уравнений в словах имеет ли она решение.

Интерес к этой задаче в значительной степени был связан с надеждой А. А. Маркова получить ее отрицательное решение, откуда вытекала бы неразрешимость 10-й проблемы Гильберта о диофантовых уравнениях, состоящей в нахождении алгоритма распознавания разрешимости в целых числах произвольного диофантова уравнения $P(y_1, \dots, y_n) = 0$. В результате исследований Ю.И. Хмелевского стало ясно, что для уравнений в словах, вероятнее всего, существует алгоритм, распознающий их разрешимость. Впоследствии это полностью подтвердилось, хотя уже в 1970 г. Ю.В. Матиясевич получил отрицательное решение 10-й проблемы Гильберта, основываясь на другом пути, предложенном американскими учеными.

В кандидатской диссертации, защищенной в 1966 г. и признанной Ученым Советом мехмата МГУ выдающейся, Ю.И. Хмелевский доказал разрешимость произвольного уравнения в словах с тремя неизвестными и для произвольной W_2 -системы (где каждое уравнение содержит только два неизвестных). Для W_2 -систем он получил также явное описание общего решения. Следует отметить, что всякая система уравнений в словах эквивалентна некоторой W_3 -системе. С другой стороны, каждая система уравнений в словах эквивалентна одному уравнению с тем же набором неизвестных.

Все эти результаты, а также ряд других, вошли в монографию Ю.И. Хмелевского "Уравнения в свободной полугруппе", опубликованную в трудах Математического института им. В. А. Стеклова (т. 107, 1971). Они оказали существенное влияние на дальнейшие исследования по проблеме распознавания разрешимости уравнений в словах впоследствии полностью решенной Г.С. Маканиным.

Ю.И. Хмелевскому принадлежат также интересные результаты по разрешимости уравнений в свободной группе. В работах [6], [7] он получил описание общего решения любых систем урав-

нений в свободной группе, каждое из которых содержит две неизвестные и имеет один из двух видов:

$$\begin{cases} \phi(x, y) = A, & \text{где } \phi(x, y) \text{ не содержит коэффициентов,} \\ \psi(x) = \eta(y) & (\text{переменные разделены}). \end{cases}$$

В течение многих лет этот результат был лучшим в данной области.

В 1973–1974 гг. Ю. И. Хмелевский редактировал монографию С. И. Адяна “Проблема Бернсайда и тождества в группах”, в которой излагался новый, усовершенствованный вариант теории Новикова–Адяна, созданной для решения известной проблемы Бернсайда. Эта теория, основанная на комбинаторной классификации периодических слов, связана с большим числом утверждений (более сотни), которые доказываются совместной индукцией, что порождает многочисленные перекрестные ссылки на индуктивные предположения. Для редактирования столь сложной книги требовалась не только высокая математическая культура и глубокая комбинаторная интуиция, но и в известном смысле жертвенность. Ю. И. Хмелевский хорошо понимал важность проблемы и ощущал перспективы созданного метода для дальнейших теоретико-групповых исследований. Он блестяще справился с этой трудной работой. При этом он также сыграл решающую роль в тщательной проверке альтернативного доказательства теоремы Новикова–Адяна, опубликованного в 1973 г. английским математиком Бриттоном (282 стр.). В результате сопоставления двух доказательств было установлено, что система из примерно девяти сот линейных неравенств между тремя сотнями параметров, на которой основывалось доказательство Бриттона, противоречива. Эту ошибку Бриттон так и не смог устранить; через пять лет он объявил о своей ошибке в печати (1980).

Таким образом Ю. И. Хмелевский стал первым, кто полностью овладел методом Новикова–Адяна и мог бы использовать его для решения различных теоретико-групповых задач на уровне первоклассного доктора наук. К нашему сожалению, в эти годы он уже был настолько поглощен идеей лыжного похода на Северный полюс, что не имел возможности для активной научной работы по дальнейшему использованию метода. Однако, он не отказывался от помощи другим. Так, рецензируя по просьбе редакции журнала “Математический сборник” статью А. Ю. Ольшанского о более коротком доказательстве ослабленного варианта теоремы Новикова–Адяна, Ю. И. Хмелевский тщательно проверил и это доказательство, потратив на это много времени. Он обнаружил ошибку в доказательстве и указал ее в своем отзыве. Благодаря этому Ольшанский получил возможность исправить это доказательство, существенно переработав его до опубликования (1982).

Ю. И. Хмелевский всю жизнь увлекался спортом и туризмом. В начале 70-х годов это увлечение переросло в нечто большее. После ряда успешных и трудных походов у него и у Дмитрия Шпаро (тоже выпускника мехмата МГУ) возникла идея добраться на лыжах до Северного полюса. Сначала они организовали поход на Северную Землю (1971 г.), затем – через пролив Лонга на остров Врангеля (1972 г.). После еще нескольких лет подготовки в 1979 г. была успешно проведена экспедиция на Северный полюс, которая широко освещалась в прессе и по телевидению. Реализация программы “Полюс” потребовала огромной самоотдачи, изнурительных тренировок (20–30 км на лыжах с 40–50 кг кирпичей в рюкзаке, кроссы на 50–100 км и т. д.), добывания финансовых средств, подготовки специального снаряжения, прохождения нескольких трудных проверочных маршрутов. Полюс стал для Юрия Хмелевского смыслом жизни на многие годы.

В экспедиции Юра был научным руководителем, штурманом и отвечал за питание. Одновременно он координировал выполнение ряда научных программ: питание в экстремальных условиях, использование уникальных литиевых аккумуляторных батарей при температурах около -40°C , распространение загрязнений во льдах Арктики, медико-психологические и другие особенности приспособления человека и малой группы к стрессовым ситуациям. В том, что в экспедиции не было несчастных случаев, что она первой в мире достигла Северного полюса на лыжах и совершила еще два пионерских похода – переход полярной ночью “СП-26 – Полюс недоступности – СП-27”, а затем по маршруту “Сибирь – Северный полюс – Канада”, – большая заслуга Юры. Не случайно в документальном фильме об экспедиции “На Полюс” (Центрнаучфильм, 1979) звучит фраза: “Шпаро – руководитель экспедиции, Хмелевский – ее душа”. Его аналитический ум, эрудиция, большая физическая сила, исключительная надежность, простота, открытость, способность не теряться в критических ситуациях, сочетались с удивительной

скромностью и бескорыстием, умением довольствоваться малым, оставаться в тени, нести свой крест (жизнь не баловала его) буднично и терпеливо. За все это друзья любили и очень уважали его, а сам он свое отношение к друзьям образно описал следующими словами: “И теперь вот о том ощущении, которое иногда возникало и раньше, но с особой силой вспыхнуло здесь на полюсе, хочу сказать. Я не знаю как правильно назвать это: может быть, амбразурное состояние. У меня вдруг возникло острое чувство неотделимости от ребят, которые стояли рядом. Не потому, что они трижды вытаскивали меня из воды, и не потому что мы закончили маршрут, одержали победу. А потому, наверное, что без них не было бы всего этого – этих 76 дней . . . У меня вдруг возникло острое, почти физическое чувство готовности пожертвовать своей жизнью за каждого из этих ребят”. (“Мой Северный полюс”, Юность, 1979, № 6, с. 74–80).

Работая с 1968 года в ЦЭМИ АН СССР, Ю. И. Хмелевский активно и плодотворно участвовал в ряде экономико-математических исследований. Одно из них было связано с оптимизацией использования природных алмазов – стратегического сырья высокой удельной ценности (1 карат (0.2 г) хорошего алмаза стоит в 1000 раз дороже 1 карата золота). Задача оптимизации использования алмазов стала весьма актуальна для нас также потому, что в России в 1955–1956 гг. были открыты крупные месторождения алмазов, а в 1964–1970 гг. – создана мощная алмазообрабатывающая промышленность. В 1969–1980 гг. в ЦЭМИ был решен ряд задач по математическому моделированию кристаллов алмазов и построению методов получения из них продукции максимальной ценности, внедрение которых дало значительный экономический эффект. Ю. И. Хмелевский с его аналитическим складом ума и природным тактом сыграл большую роль как в самих исследованиях, так и при подготовке итогового доклада на Президиуме АН СССР 23.04.1981 г. На базе этих результатов были подготовлены также проекты важных решений правительства о создании и развитии алмазо-бриллиантового комплекса страны.

С начала 80-х годов Ю. И. Хмелевский начинает интенсивно заниматься теорией самовоспроизводящихся систем, где исследуются специфические дифференциальные и интегральные уравнения, изучаются динамические системы, обсуждаются принципы существования решений, критерии оптимальности, аттракторы диссипативных систем. К этой проблематике его внимание привлек Н. Н. Моисеев. Это совпало и с его собственным желанием разобраться в сути актуальных проблем жизнедеятельности структур, обладающих способностью к эволюции и воспроизведению. В перспективе открывалась возможность единого подхода к проблемам экологии, теории сложных систем, экономики и т. п.

Ю. И. Хмелевский заложил основы математической теории экосистем с рождаемостью и возрастной структурой (ЭРВС). Суть дела такова. Исследуемая система состоит из r видов и ее состояния записываются в виде вектор-функции $u(t, x) = (u_1(t, x), \dots, u_r(t, x))$. При этом $u_i(t, x)$ есть плотность биомассы (численности индивидуумов возраста x) в момент времени t . Скорость изменения плотности биомассы (в зависимости от состояния в целом) описывается уравнением

$$\partial u(t, x) := \frac{\partial u(t, x)}{\partial t} + \frac{\partial u(t, x)}{\partial x} = A(t, x, u(\cdot, \cdot)),$$

а “плотность рождаемости”, т. е. величина $u(t, 0)$, также зависит от состояния в целом и определяется оператором B :

$$u(t, 0) = B(t, u(\cdot, \cdot)).$$

Здесь A – эволюционный оператор, B – оператор рождаемости (отрезок $0 \leq x \leq X$ считается фиксированным: $\partial u = Au$, $u(t, 0) = (Bu)(t)$, $0 \leq t \leq T$). Отображения A и B предполагаются вольтерровскими, т. е. не зависящими от будущего.

Ю. И. Хмелевский доказывает разрешимость задачи в различных функциональных пространствах. Теоремы существования дополняются алгоритмами их численной реализации. В основном используются сеточные аппроксимации. Каждая такая аппроксимация является некоторой экологической моделью. Свойства модели зависят от выбора шага, имеющего обычно определенный смысл (во времени – это поколение, год, сезон и т. п.), и поэтому, варьируя шаг, можно наблюдать различные физические картины. Ю. И. Хмелевский исследует оператор сдвига по времени и обнаруживает эффект сглаживания решений при $t \rightarrow \infty$.

В разрабатываемой теории обнаруживается ряд аналогий с теорией обыкновенных дифференциальных уравнений. Автор находит естественным аналог формулы вариации постоянных. Ю. И. Хмелевский строит также геометрическую теорию ЭРВС, изучая особенности потоков,

порожденных ими на банаховом многообразии. Он исследует проблемы устойчивости и бифуркации. Для автономных систем Ю. И. Хмелевский исследует вопрос о существовании аттракторов, доказывая, в частности, что для диссипативных систем существует максимальный компактный аттрактор. Можно сказать, что Ю. И. Хмелевский построил начала теории оптимального управления ЭРВС и получил необходимые условия в форме принципа максимума.

Исследования Ю. И. Хмелевского по теории ЭРВС были подытожены в его монографии «Самовоспроизводящиеся системы. Математическая теория». М., Наука, 1991, 430 с. Эта книга позднее была представлена к защите в качестве докторской диссертации, и были намечены официальные оппоненты. Осенью 1994 г. Юрий Хмелевский, полный сил и энергии, обсуждал с предполагаемыми оппонентами свою работу; невозможно было вообразить, что смерть уже подкрадывалась к нему. Он умер 22.01.1995 г. от лейкемии.

Работы Ю. И. Хмелевского по теории уравнений в полугруппах, по теории самовоспроизводящихся систем, его роль в реализации Северной и Алмазной программ свидетельствуют о его ярком таланте и разносторонности как исследователя и человека.

Юрий Ильич Хмелевский был награжден орденами Трудового Красного Знамени и Дружбы Народов, почетными знаками «Спортивная доблесть», «Трудовая доблесть»; ему была присуждена Премия Ленинского комсомола, приз ЮНЕСКО «Честная игра», звание «Заслуженный мастер спорта СССР».

Каждый год в ночь на 31 мая – день достижения Полюса – члены экспедиции и их друзья собираются на даче Юрия Ильича Хмелевского в Заветах Ильича, и ровно в 2.45 ночи – время финиша исторического похода – поднимается тост за Полюс. К сожалению, последние два года это делается без Юры, но обязательно вместе с его тремя детьми.

Память о Юре Хмелевском остается в сердцах всех, кто знал его и общался с ним.

С. И. Адян, В. П. Леденёв, В. М. Тихомиров, А. А. Фридман

ИЗБРАННЫЕ НАУЧНЫЕ ТРУДЫ Ю. И. ХМЕЛЕВСКОГО

- [1] Решение некоторых систем уравнений в словах // Докл. АН СССР. 1964. Т. 156. № 4. С. 749–751
- [2] Бескоэффициентные уравнения в словах // Докл. АН СССР. 1966. Т. 171. № 5. С. 1047–1049
- [3] Решение уравнений в словах с тремя неизвестными // Докл. АН СССР. 1967. Т. 177. № 5. С. 1023–1025
- [4] К 10-й проблеме Гильберта // Проблемы Гильберта. М.: Наука, 1969. С. 141–153
- [5] Уравнения в свободной полугруппе // Труды МИАН. 1971. Т. 107
- [6] Системы уравнений в свободной группе. I // Изв. АН СССР. Сер. матем. 1971. Т. 35. № 6. С. 1237–1268
- [7] Системы уравнений в свободной группе. II // Изв. АН СССР. Сер. матем. 1972. Т. 36. № 1. С. 110–179
- [8] Бескоэффициентные уравнения в словах с 4 неизвестными // Z. Math. Logik Grundlag. Math. 1976. V. 23. P. 54–90
- [9] Математическая теория непрерывных биоценозов // Автоматика. 1982. № 1. С. 61–75
- [10] О прогнозировании состояния самовоспроизводящихся систем // Изв. АН СССР. Сер. кибернетика. 1984. № 4. С. 110–117
- [11] Models of population dynamics // TIMS Studies in the Manag. Sciences. 1986. V. 21 (with N. N. Moiseev)
- [12] Теоремы существования и единственности одного класса задач с операторными коэффициентами // Дифф. уравнения. 1986. Т. 22. № 3. С. 463–472
- [13] Принцип максимума в задачах оптимального управления экосистемами с распределенными параметрами // Optimization. 1986. V. 17. № 4. P. 1–13
- [14] Самовоспроизводящиеся системы. Математическая теория. М., 1991