Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Д. И. Власенко, О кривизне общих h -выпуклых гиперповерхностей в пространстве Лобачевского, *УМН*, 1999, том 54, выпуск 4, 149–150

DOI: <https://doi.org/10.4213/rm194>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 35.174.16.151

26 апреля 2023 г., 16:37:55

В МОСКОВСКОМ МАТЕМАТИЧЕСКОМ ОБЩЕСТВЕ
СООБЩЕНИЯ МОСКОВСКОГО МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБЩЕСТВАО КРИВИЗНЕ ОБЩИХ h -ВЫПУКЛЫХ
ГИПЕРПОВЕРХНОСТЕЙ В ПРОСТРАНСТВЕ ЛОБАЧЕВСКОГО

Д. И. Власенко

Рассмотрим h -выпуклые гиперповерхности пространства Лобачевского и выясним свойства их внутренней и внешней геометрии. Нам понадобится несколько определений.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ. Тело называется h -выпуклым, если в каждой граничной точке тела существует опорная орисфера.

Гиперповерхность в L^n называется h -выпуклой, если она является границей h -выпуклого тела.

Граница компактного множества, образованного пересечением конечного числа оришаров, называется h -выпуклым многогранником. Заметим, что h -выпуклый многогранник является h -выпуклой гиперповерхностью.

Имеет место

ТЕОРЕМА 1 [1]. Пусть $\overline{M}$ — n -мерное многообразие такое, что:

- (1) f — погружение $\overline{M}$ в L^{n+1} ,
- (2) в каждой точке локально выпукло,
- (3) в каждой точке локально опирается на орисферу,
- (4) полно в индуцированной метрике u ,
- (5) $n \geq 2$.

Тогда $\overline{M}$ вложено как граница выпуклого тела и либо

- (1) $M = f(\overline{M})$ — компакт, гомеоморфный S^n , либо
- (2) M — орисфера в L^{n+1} .

Таким образом, h -выпуклая гиперповерхность либо компакт, гомеоморфный сфере, либо орисфера.

С точки зрения внутренней геометрии h -выпуклая гиперповерхность является пространством неотрицательной кривизны в смысле Александрова.

Рассмотрим геодезический треугольник в полном метрическом пространстве M с внутренней метрикой. Поставим ему в соответствие треугольник в евклидовой плоскости с такими же длинами сторон. Если сумма его углов не меньше π , то треугольник имеет неотрицательный избыток.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ. Метрическое пространство M будет *пространством неотрицательной кривизны в смысле Александрова*, если любой геодезический треугольник в M имеет неотрицательный избыток.

ТЕОРЕМА 2. *Полная h -выпуклая гиперповерхность пространства Лобачевского имеет неотрицательную кривизну в смысле Александрова.*

Теорема 2 является следствием следующей леммы.

ЛЕММА. *Углы между сторонами треугольника на h -выпуклой гиперповерхности пространства Лобачевского не меньше соответствующих углов евклидова треугольника со сторонами той же длины.*

Доказательство леммы осуществляется с помощью метода А. Д. Александрова [2], которым он доказал, что на выпуклых трехмерных поверхностях евклидова пространства выполняется условие выпуклости. А. Д. Милка обобщил этот результат на многомерный случай. Отличие состоит в том, что мы приближаем h -выпуклую гиперповерхность h -выпуклыми многогранниками, гранями которых являются выпуклые области на орисферах.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Борисенко А. А., Власенко Д. И. // МАГ. 1997. Т. 4. № 3. С. 278–285. [2] Александров А. Д. Внутренняя геометрия выпуклых поверхностей. М.–Л.: ОГИЗ, 1948.

Харьковский государственный университет
E-mail: vlasenko@univer.kharkov.ua

Принято редколлегией
03.06.1999