Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Д. П. Желобенко, С. М. Никольский, С. А. Теляковский, Бела Сёкефальви-Надь
(некролог), *УМН*, 1999, том 54, выпуск 4, 143–146

DOI: <https://doi.org/10.4213/rm198>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и
согласны с пользовательским соглашением
<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 34.239.49.27

26 апреля 2023 г., 16:06:01

БЕЛА СЁКЕФАЛЬВИ-НАДЬ

21 декабря 1998 года скончался выдающийся венгерский математик крупный специалист по классическому и функциональному анализу Бела Сёкефальви-Надь.

Бела Сёкефальви-Надь родился 29 июля 1913 г. в городе Коложваре (ныне Клуж). В 1936 г. окончил университет в Сегеде, с 1948 г. — профессор Сегедского университета. В 1945 г. он был избран членом-корреспондентом Венгерской Академии наук, а в 1956 г. — академиком Венгерской АН. С 1953 г. являлся президентом Сегедского комитета ВАН.

Бела Сёкефальви-Надь имел систематические научные и дружеские контакты со многими советскими математиками, неоднократно посещал нашу страну. В 1971 г. он был избран иностранным членом Академии наук СССР. В 1980 г. ему (одновременно с академиком В. А. Котельниковым) была присуждена высшая награда нашей Академии — Золотая медаль им. М. В. Ломоносова. Благодаря своему высокому научному авторитету, он был избран также членом академий наук ряда других стран.

С 1975 г. Академия наук СССР и Венгерская Академия наук издают совместный журнал “Analysis Mathematica”. Б. Сёкефальви-Надь активно участвовал в его организации, а с начала выхода журнала был главным редактором венгерской секции редколлегии.

В течении нескольких десятилетий он возглавлял основанный А. Хааром и Ф. Риссом авторитетный журнал “Acta Scientiarum Mathematicarum”, издаваемый Сегедским университетом.

В первые годы своего научного творчества Сёкефальви-Надь исследовал ряд важных экстремальных задач теории функций, в основном имеющих приложения в теории приближения функций.

В середине тридцатых годов Х. Бор и Ж. Фавар нашли точные оценки максимума модуля периодических функций, имеющих ограниченную производную заданного порядка r и ортогональных тригонометрическим полиномам порядка m . Эти результаты, которые можно рассматривать как двойственные к классическому неравенству Бернштейна для производных тригонометрических полиномов, позволили получить точное значение верхних граней наилучших приближений тригонометрическими полиномами на классах периодических функций с ограниченной производной порядка r .

Сёкефальви-Надь был одним из первых, кто откликнулся на эти исследования. В работах [1], [2] он обобщил неравенства Бора–Фавара на классы функций с коэффициентами Фурье a_k, b_k , для которых ряд

$$\sum_{k=1}^{\infty} \lambda_k \left(a_k \left(\cos kx + \frac{r\pi}{2} \right) + b_k \left(\sin kx + \frac{r\pi}{2} \right) \right),$$

где $\{\lambda_k\}$ – последовательность достаточно общего вида, является рядом Фурье функции, ограниченной по модулю единицей. Он получил и соответствующие оценки для наилучших приближений функций из этих классов. При этом он опирался на установленные им свойства нулей сумм рядов

$$\sum_{k=m+1}^{\infty} \lambda_k \cos kx, \quad \sum_{k=m+1}^{\infty} \lambda_k \sin kx,$$

последовательность коэффициентов которых трижды монотонна для ряда по косинусам и дважды монотонна для ряда по синусам (такие ряды называют ядрами Нады). Эти результаты вошли в литературу как “критерий Нады”.

К этому кругу вопросов относятся и работы Сёкефальви-Нады [3], [4], в которых для многих классических методов суммирования тригонометрических рядов (средние Фейера, Чезаро, Рисса и других) найдены асимптотически точные оценки приближений на классах дифференцируемых функций.

Еще в начале века Э. Ландау и Ж. Адамар нашли точные оценки нормы в равномерной метрике первой производной функции через норму самой функции и норму ее второй производной. Интерес специалистов к задачам подобного рода возрос после того, как в 1939 г. А. Н. Колмогоров получил точную оценку нормы $f^{(k)}$ через нормы f и $f^{(n)}$ при $0 < k < n$, а затем выяснилась связь таких задач с рядом важных вопросов анализа. Б. Сёкефальви-Надю [5] принадлежит следующий результат в этом направлении: он нашел точное значение множителя $K(p, q, r)$ в неравенстве

$$\|f\|_{L_q} \leq K(p, q, r) \|f\|_{L_r}^\alpha \|f'\|_{L_p}^{1-\alpha}, \quad \alpha = (1 - 1/p + 1/q)/(1 - 1/p + 1/r),$$

для функций, заданных на оси $(-\infty, \infty)$, у которых конечны все участвующие в нем величины, при естественных условиях $p \geq 1$ и $q > r > 0$.

Этот результат до сих пор остается единственным случаем, когда задача Колмогорова точно решена для всех возможных значений параметров p, q и r .

Начиная с середины тридцатых годов, Сёкефальви-Надь активно занимается теорией линейных операторов в гильбертовом пространстве. Его ранний результат в этом направлении, опубликованный в 1936 г. [6] и навеянный известной теоремой М. Стоуна, сводится к спектральному разложению однопараметрических (слабо непрерывных) групп эрмитовых операторов. Впоследствии этот результат был обобщен им на однопараметрические полугруппы нормальных операторов [7], [8]. Его интересы в последующие годы связаны с исследованием предельного поведения спектра при аналитическом возмущении линейных операторов [8]–[10], с обобщениями теорем Пэли–Винера о полных биортогональных системах [11], с колебаниями неоднородных струн [12]. Отметим также изящный результат Сёкефальви-Нады, согласно которому всякая равномерно ограниченная однопараметрическая группа линейных операторов подобна унитарной однопараметрической группе.

С начала пятидесятих годов Сёкефальви-Надь особенно привлекает тематика, связанная с изучением проекций линейных операторов, т.е. операторов вида $A_0 = P_0 A|_{H_0}$, где A – линейный оператор в гильбертовом пространстве H , P_0 – оператор ортогонального проектирования на подпространство H_0 . Указанное соотношение записывается коротко в виде $A_0 = \text{pr } A$, причем оператор A называется дилатацией оператора A_0 (или расширением оператора A_0 с выходом из пространства H_0). Пионерские работы в этом направлении принадлежат М. А. Наймарку, который показал, что изучение линейных операторов можно свести к изучению их дилатаций, обладающих более специальными свойствами. Например, каждый симметричный оператор обладает самосопряженной дилатацией (при надлежащем обобщении понятия дилатации на неограниченные операторы). Аналогично, каждый оператор сжатия T ($\|T\| \leq 1$) обладает унитарной дилатацией: $T = \text{pr } U$, где U – унитарный оператор. Сёкефальви-Надь показал, что последняя конструкция допускает следующую существенную модификацию: $T^n = \text{pr } U^n$ для всех $n = 1, 2, \dots$. Более того, аналогичный результат справедлив для более общих коммутативных семейств, состоящих из операторов сжатия [14], [15]. Все эти результаты имеют ряд интересных приложений, в том числе к эргодической теории линейных операторов [14]–[16].

Глубокие исследования по теории унитарных дилатаций проводились Сёкефальви-Надем частично в сотрудничестве с Ч. Фояшем. В основе этих исследований лежит понятие характеристической функции оператора сжатия T , определяемой посредством унитарной дилатации U ($T = \text{pr } U$) как некоторая операторнозначная аналитическая функция в единичном круге. Использование этого метода позволяет получить функциональную модель и построить функциональное исчисление (в классе Харди H^∞) для операторов сжатия, по крайней мере, в том случае, когда вполне неунитарная часть оператора сжатия T действует в сепарабельном гильбертовом пространстве. Проблема описания инвариантных подпространств оператора T сводится к (также весьма нетривиальной) проблеме факторизации характеристической функции оператора T . Существенное продвижение удастся получить для операторов “класса C_0 ”, удовлетворяющих характеристическим уравнениям вида $u(T) = 0$, где $0 \neq u \in H^\infty$.

Детальное изложение этой теории имеется в монографии Сёкефальви-Надя и Ч. Фояша [15] и в лекциях Сёкефальви-Надя [14], где приводится также подробная библиография. Часть дальнейших исследований Сёкефальви-Надя и его сотрудников посвящена приложениям общей теории к задачам математической физики, в том числе к теории рассеяния. Теория характеристических функций получила свое дальнейшее развитие в работах ряда математиков, в том числе в трудах одесской школы, возглавлявшейся М. Г. Крейнм.

Работы Сёкефальви-Надя по теории линейных операторов существенно связаны с традициями венгерской школы функционального анализа, основанной Ф. Риссом, одним из классиков функционального анализа. Публикация совместной монографии Ф. Рисса и Сёкефальви-Надя [17], переведенной на многие языки и выдержавшей ряд изданий, явилась знаменательным событием, определившим по существу завершение классического этапа развития данной теории. Характерная особенность этой книги состоит в сочетании ясности изложения с детальным анализом большого фактического материала. До сих пор эта книга служит прекрасным пособием по изучению функционального анализа.

Д. П. Желобенко, С. М. Никольский, С. А. Теляковский

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Über gewisse Extremalfragen bei transformierten trigonometrischen Entwicklungen. I. Periodischer Fall // Berichte der math.-phys. Kl. Akad. der Wiss. zu Leipzig 1938. V. 90. P. 103–134
2. Über gewisse Extremalfragen bei transformierten trigonometrischen Entwicklungen. II. Nicht-periodischer Fall // Berichte der math.-phys. Kl. Akad. der Wiss. zu Leipzig 1939. V. 91. P. 3–24
3. Approximation der Funktionen durch die arithmetischen Mittel ihrer Fourierschen Reihen // Acta Scint. Mathem. (Szeged). 1946. V. 11. P. 74–84
4. Sur une class générale de procédé de sommation pour les séries de Fourier // Hungarica Acta Mathem. 1948. V. 1. № 3. P. 14–52
5. Über Integralungleichungen zwischen einer Funktionen und ihrer Ableitung // Acta Sci. Math. (Szeged). 1941. V. 10. P. 64–74
6. Über messbare Darstellungen Liescher Gruppen // Math. Ann. 1936. V. 122. P. 286–296
7. On semi-groups of self-adjoint transformations in Hilbert space // Proc. Nat. Acad. Sci. USA. 1938. V. 24. P. 559–560
8. Spectraldarstellung linearer Transformationen des Hilbertschen Raumes. Berlin: Springer-Verlag, 1942
9. Perturbations des transformations autoadjointes dans l'espace de Hilbert // Comm. Math. Helv. 1946–1947. V. 19. P. 347–366
10. Perturbations des transformations lineares fermees // Acta Sci. Math. (Szeged). 1951. V. 14. P. 125–137
11. Expansion theorems of Paley–Wiener type // Duke Math. J. 1947. V. 14. P. 975–978
12. Vibrations d'une corde non homogène // Bull. Soc. Math. France. 1947. V. 75. P. 193–208
13. On uniformly bounded linear transformations in Hilbert space // Acta Sci. Math. (Szeged). 1947. V. 11. P. 152–157
14. Unitary dilations of Hilbert space operators and related topics. Providence: AMS Publ., 1974; Русский перевод: Добавление 2 к книге [17]

15. Analyse harmonique des operateurs de l'espace de Hilbert. Budapest: Acad. Kiadó, 1967 (with Foias C.); Русский перевод: Гармонический анализ линейных операторов в гильбертовом пространстве. М.: Мир, 1970
16. Über Kontraktionen des Hilbertschen Raumes // Acta Sci. Math. (Szeged). 1943. V. 10. P. 202–205 (with Riesz F.)
17. Leçon d'analyse fonctionnelle. Budapest: Acad. Kiadó, 1952 (with Riesz F.); Русский перевод: Лекции по функциональному анализу, 2-е изд. М.: Мир, 1979