Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Н. С. Бахвалов, О. В. Бесов, С. М. Никольский, М. К. Потапов, Петр Лаврентьевич Ульянов (к семидесятилетию со дня рождения), *УМН*, 1998, том 53, выпуск 3, 211–220

DOI: <https://doi.org/10.4213/rm21>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 3.82.47.9

26 апреля 2023 г., 17:54:52

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЖИЗНЬ

ПЕТР ЛАВРЕНТЬЕВИЧ УЛЬЯНОВ

(к семидесятилетию со дня рождения)

3 мая 1998 года исполнилось 70 лет со дня рождения члена-корреспондента РАН Петра Лаврентьевича Ульянова.

В 1950 году он окончил механико-математический факультет Саратовского университета, а в 1953 г. закончил аспирантуру механико-математического факультета Московского университета, где в этом же году досрочно защитил кандидатскую диссертацию «Применение A -интеграла к тригонометрическим рядам и некоторые локальные теоремы о сходимости рядов Фурье». В 1960 году он защитил в МГУ докторскую диссертацию «Интеграл типа Коши. Сходимость и суммируемость», которая была признана Ученым советом выдающейся (оппоненты В. Я. Козлов, И. Ф. Лохин, С. М. Никольский, С. Б. Стечкин).

П. Л. Ульянов — один из старейших профессоров Московского университета, где он работает с 1953 г. на кафедре теории функций и функционального анализа механико-математического факультета. С 1979 г. он заведует этой кафедрой, на которой работают 20 докторов наук (среди них 3 академика РАН и 2 члена-корреспондента РАН) и 9 кандидатов наук. Одновременно он работает с 1957 г. в отделе теории функций Математического института им. В. А. Стеклова.

В 1981 г. Петр Лаврентьевич Ульянов избирается членом-корреспондентом Академии наук СССР за крупные достижения в теории функций.

Научные исследования П. Л. Ульянова идут в русле основных направлений развития теории функций, начало которым было положено создателями Московской математической школы Д. Ф. Егоровым и Н. Н. Лузиным. Основные работы П. Л. Ульянова посвящены теории тригонометрических и ортогональных рядов, теории интеграла и его применениям в комплексном и действительном анализе, теории суммирования последовательностей и рядов, теоремам вложения функций, специальным ортогональным рядам (ряды Хаара и др.), теории приближения функций, вопросам представления и изучения различных пространств функций, алгебрам функций.

Научная деятельность П. Л. Ульянова до 1988 г. освещена в ряде статей (одна из которых опубликована в УМН, 1988 г., т. 43, вып. 4, с. 241–249), и здесь мы остановимся, в основном, на работах

последнего десятилетия.

Что касается A -интеграла, появившегося в работе А.Н. Колмогорова по теории вероятностей, то мы обратим внимание лишь на некоторые результаты П. Л. Ульянова, которые не формулировались в обзорах о его научной деятельности. Именно, если $f(x)$ есть 2π -периодическая интегрируемая на отрезке $[0, 2\pi]$ функция, т.е. $f \in L(0, 2\pi)$, то по теореме И. И. Привалова почти всюду существует сопряженная функция

$$(1) \quad \bar{f}(x) = -\frac{1}{2\pi} \lim_{\varepsilon \rightarrow +0} \int_{\varepsilon}^{\pi} [f(x+t) - f(x-t)] \operatorname{ctg} \frac{t}{2} dt.$$

Функция $\bar{f}(x)$ может оказаться не интегрируемой на $[0, 2\pi]$ ни по Лебегу, ни по Перрону, ни по Данжуа. Используя A -интеграл, П. Л. Ульянов получил интересные свойства функций $\bar{f}(x)$.

Формулой М. Рисса называется равенство

$$(2) \quad \int_0^{2\pi} f(x) \bar{\varphi}(x) dx = - \int_0^{2\pi} \bar{f}(x) \varphi(x) dx,$$

где $f \in L^p(0, 2\pi)$, $\varphi \in L^q(0, 2\pi)$ ($1 < p < \infty$ и $1/p + 1/q = 1$). При $p = 1$ формула (2) теряет смысл, так как функция $\bar{f}$ может оказаться не из пространства $L(0, 2\pi)$. Однако П. Л. Ульянов доказал, что всегда

$$(L) \quad \int_0^{2\pi} f(x) \bar{\varphi}(x) dx = -(A) \int_0^{2\pi} \bar{f}(x) \varphi(x) dx,$$

где $f \in L(0, 2\pi)$, а функции φ и $\bar{\varphi}$ ограничены на $[0, 2\pi]$. Им же показано, что если функция $f \in L^p(0, 2\pi)$ при некотором $p > 1$, то для почти всех $x \in [0, 2\pi]$ сопряженная функция

$$(3) \quad \bar{f}(x) = -\frac{1}{2\pi} (A) \int_0^{\pi} [f(x+t) - f(x-t)] \operatorname{ctg} \frac{t}{2} dt,$$

т.е. нет особого интеграла Коши (см. (1)).

Позже Т. П. Лукашенко показал, что формула (3) при $p = 1$ теряет силу.

П. Л. Ульянову также принадлежат следующие утверждения:

1) Если функция $f \in L(-\pi, \pi)$, то для почти всех $x \in (-\pi, \pi)$ имеет место равенство

$$(4) \quad f(x) - a_0 = \frac{1}{2\pi} \lim_{\varepsilon \rightarrow +0} (A) \left(\int_{-\pi+\varepsilon}^{x-\varepsilon} + \int_{x+\varepsilon}^{\pi+\varepsilon} \right) \bar{f}(t) \operatorname{ctg} \frac{t-x}{2} dt,$$

где a_0 — среднее значение $f(x)$ на отрезке $[0, 2\pi]$.

Возникновение в формуле (4) асимптотического, а не простого предела объясняется тем, что функция $\bar{f}(x)$, вообще говоря, не является A -интегрируемой функцией на всех промежутках $[a, b]$.

Формула (4) является обращением формулы (1).

2) Тригонометрический нуль-ряд не может быть сопряженным рядом к ряду Фурье-Лебега.

3) Если функция $u(r, \varphi)$ — интеграл Пуассона от $f(t) \in L(0, 2\pi)$, т.е.

$$u(r, \varphi) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(t) \frac{1-r^2}{2[1+r^2-2r \cos(t-\varphi)]} dt \quad c \quad 0 \leq r < 1,$$

то ее сопряженная гармоническая в круге $|z| < 1$ функция $\theta(r, \varphi)$ является A -интегралом Пуассона от $\bar{f}(t)$.

Аналогичного типа утверждения имеют место и для произвольных тригонометрических рядов по косинусам или синусам с монотонно убывающими к нулю коэффициентами, если к ним применять A -интегрирование.

Харди и Литтлвуд эффективно построили пример функции $f \in C(0, 2\pi)$, для которой предел

$$(5) \quad \lim_{h \rightarrow +0} \int_h^\pi \frac{f(x+t) + f(x-t) - 2f(x)}{t} dt$$

не существует почти для всех $x \in [0, 2\pi]$. Качмаж и Мазуркевич, опираясь на теорему Банаха из теории линейных операторов, доказали существование функций $f \in C(0, 2\pi)$, для которых предел (5) не существует при всех $x \in [0, 2\pi]$, и доказали, что такие функции образуют множество второй категории в пространстве $C(0, 2\pi)$.

В этом направлении П. Л. Ульянов эффективно строит функцию $f \in C(0, 2\pi)$ с равномерно сходящимся рядом Фурье, у которого предел (5) не существует всюду. Множество таких функций будет первой категории в пространстве $C(0, 2\pi)$. Этот результат можно сформулировать так: существует непрерывная функция $f(x)$ с равномерно сходящимся рядом Фурье, у которой ряд

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{f(x) - s_k(x, f)}{k}$$

всюду расходится, где $s_k(x, f)$ — частные суммы ряда Фурье от f .

Неотрицательная неубывающая последовательность $\tau = \{\tau(k)\}_{k=1}^{\infty}$ называется множителем Вейля для сходимости почти всюду (п.в.) на $(0, 2\pi)$ тригонометрического ряда

$$(6) \quad \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos kx + b_k \sin kx,$$

если из условия

$$(7) \quad W = \sum_{k=1}^{\infty} (a_k^2 + b_k^2) \tau(k) < \infty$$

вытекает, что ряд (6) п.в. сходится на $(0, 2\pi)$. Аналогично даются определения множителей Вейля для безусловной сходимости п.в., для суммируемости и абсолютной суммируемости по тем или иным системам функций. Многие известные математики (Фату, Г. Вейль, Гобсон, Планшерель, Харди, Лузин, Меньшов, Колмогоров, Плесснер, Карлесон и др.) находили множители Вейля для тригонометрических и ортогональных рядов.

Из условия (7) вытекает, что существует функция $f \in L^2(0, 2\pi)$, для которой $a_k = a_k(f)$ и $b_k = b_k(f)$ являются коэффициентами Фурье от f . Вместе с тем подсчет суммы (7) бывает затруднительным, и в связи с этим Плесснер выразил свойство (7) для $\tau(k) = \ln k$ через сходимость некоторого интеграла от f .

В кандидатской диссертации, а позже в статье (УМН, т. 8, вып. 6 за 1953 г.) П. Л. Ульянов выразил свойство (7) через ограниченность интеграла

$$(8) \quad I(f) = \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \alpha(t) [f(x+t) - f(x-t)]^2 dx dt < \infty,$$

где между последовательностью τ и функцией $\alpha(t)$ есть взаимосвязь. При этом у П. Л. Ульянова возникли условия A (или A')

$$(9) \quad \int_0^\delta t^2 \alpha(t) dt \leq C \delta^2 \int_\delta^{2\pi} \alpha(t) dt < \infty \left(\text{или } \delta^2 \int_\delta^{2\pi} \alpha(t) dt \leq C \int_0^\delta t^2 \alpha(t) dt < \infty \right) \text{ при } \delta \in (0, \delta_0),$$

или же условия более общего вида, когда степень 2 заменяется в (9) на степень $2m$.

Возникающие из (9) условия полезны в различных вопросах теории функций. Известно, что те или иные ограничения на модули непрерывности играют существенную роль при исследовании сходимости рядов, суммируемости и абсолютной суммируемости рядов Фурье, в приближении функций, в теоремах вложения функций и др. Если в условиях (9) (или их обобщениях) взять конкретные функции $\alpha(t)$, то можно получить условия Бари B и B_k , Зигмунда Z и Z_k , и другие, опубликованные в 1955–1956 гг. По этому поводу были сделаны публикации П. Л. Ульянова (см. [180], [190], [191], [203]), где в [191] сделан некоторый обзор. Так, например, если возьмем $\alpha(t) = \omega(t)t^{-3-2\beta}$ с $\beta > -\frac{1}{2}$, а $\omega(t)$ – модуль непрерывности, то условие A дает

$$(10) \quad \int_0^\delta \omega(t)t^{-1-2\beta} dt \leq C\omega(t)t^{-2\beta} \quad (0 < \delta < \delta_0),$$

которое при $\beta = 0$ превращается в условие Бари B , или же в условие Зигмунда Z при конечном δ_0 .

Приведем в этом направлении результаты П. Л. Ульянова.

Пусть неотрицательная и почти убывающая функция $\alpha(t)$ удовлетворяет первому неравенству из (9), т.е. условию $A = A(\alpha)$, тогда конечность интеграла $I(f)$ при $f \in L^2(0, 2\pi)$ эквивалентна сходимости ряда (7) при

$$\tau(k) = \int_{2\pi/k}^{2\pi} \alpha(t) dt, \quad a_k = a_k(f) \quad \text{и} \quad b_k = b_k(f) \quad \text{с} \quad k = 1, 2, \dots$$

Такого типа утверждение имеет место и для условий $A'(\alpha)$. Более общий результат (см. [192]) выглядит так:

Пусть неотрицательная функция $\alpha(t)$ такова, что $t^{2m}\alpha(t) \in L(0, 2\pi)$ при некотором натуральном m , а сумма

$$\sum_{i=0}^{2n-1} \int_{I_{n,i}} \alpha(t) dt \leq C \int_{\pi/(4n)}^{2\pi} \alpha(t) dt \quad \text{с} \quad n = 1, 2, \dots \quad \text{и} \quad I_{n,i} = \left[\frac{\pi}{n} \left(i + \frac{1}{4} \right), \frac{\pi}{n} \left(i + \frac{3}{4} \right) \right],$$

тогда для функции $f \in L^2(0, 2\pi)$ сходимость ряда (7) с неубывающей последовательностью

$$\tau(k) = k^{2m} \int_0^{1/k} t^{2m} \alpha(t) dt + \int_{1/k}^{2\pi} \alpha(t) dt \quad (k = 1, 2, \dots)$$

эквивалентна сходимости интеграла

$$I_m(f) = \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \alpha(t) [\Delta^{(m)} f(x, t)]^2 dx dt,$$

где $\Delta^{(m)} f(x, t)$ есть m -я симметрическая разность в точке x и с шагом t от функции f . При этом между $I_m(f)$ и $W = W(f)$ есть взаимные оценки.

Для различных систем функций могут использоваться свойства вида $A(\alpha)$ или их обобщения. Приведем в этом направлении результаты П. Л. Ульянова по системе Хаара $\{\chi_m\}$.

Пусть даны модуль непрерывности $\omega(\delta)$ и положительная последовательность $\tau = \{\tau(m)\}_{m=2}^\infty$. Пусть $f \in L(0, 1)$, $a_m(f)$ – коэффициенты Фурье–Хаара от f и

$$A_{\omega, \tau}(f) = \sum_{m=2}^\infty \omega(|a_m(f)|) \tau(m), \quad A_{\omega, \tau} = \{f : A_{\omega, \tau}(f) < \infty\}, \quad A_\omega^{(\infty)} = A_\omega \cap L^\infty(0, 1),$$

где A_ω и $A_\omega(f)$ есть $A_{\omega, \tau}$ и $A_{\omega, \tau}(f)$ для $\tau(m) \equiv 1$ при $m \geq 2$.

Справедливы утверждения:

1) Чтобы множество $A_\omega^{(\infty)}$ было алгеброй с $A_\omega(f^2) \leq C_\omega A_\omega(f)$ при всех $f \in A_\omega^{(\infty)}$ с $\|f\|_\infty = 1$, необходимо и достаточно выполнение (10) при $\beta = 0$ и $\delta_0 = 1$.

2) Чтобы множество $A_\omega^{(\infty)}$ являлось алгеброй со свойством $A_\omega(f^2) \leq C_\omega A_\omega(\|f\|_\infty \cdot f)$ при всех $f \in A_\omega^{(\infty)}$, необходимо и достаточно выполнение (10) при $\beta = 0$ и $\delta_0 = \infty$.

3) Чтобы выполнялось неравенство

$$A_\omega(\varphi(f)) \leq C_{\omega, \varphi} A_\omega(f)$$

при всех $f \in L(0, 1)$ и всех $\varphi \in \text{Lip } 1$, необходимо и достаточно выполнение (10) при $\beta = 0$ и $\delta_0 = \infty$.

4) Пусть дано число $\beta \in [0, \frac{1}{2})$ и последовательность $\tau(m) = m^{-\beta}$. Тогда для модуля непрерывности $\omega(\delta)$ выполняется неравенство

$$A_{\omega, \tau}(\varphi(f)) \leq C_{\omega, \tau, \varphi} A_{\omega, \tau}(f)$$

для всех $f \in L(0, 1)$ и $\varphi \in \text{Lip } 1$ тогда и только тогда, когда выполняется (10) при $\delta_0 = \infty$.

Для общего случая появляются другие условия на ω и τ . Функции $\omega(\delta)$ и $\tau(t)$ удовлетворяют (ω, τ) -условию на $[0, \infty)$, если

$$\sum_{j=0}^{N-1} \tau(2^{N-j}) \omega(\delta \cdot 2^{-j/2}) \leq C \tau(2^N) \omega(\delta) \quad (C = \text{const})$$

при всех $\delta \geq 0$ и $N = 1, 2, \dots$.

5) Пусть $\omega(\delta)$ – модуль непрерывности, а $\tau(t)$ – почти возрастающая функция с $\tau(2t) \leq C_1 \tau(t)$ при $t \in [1, \infty)$. Тогда чтобы выполнялось

$$A_{\omega, \tau}(\varphi(f)) \leq C_{\omega, \tau, \varphi} A(f)$$

при всех $f \in L(0, 1)$ и $\varphi \in \text{Lip } 1$, необходимо и достаточно выполнение (ω, τ) -условия.

Такого же типа теорема имеет место и для почти убывающих функций $\tau(t)$.

Если же рассматривать тригонометрические ряды Фурье и для них ввести классы $A_{\omega, \tau}$, то для них П. Л. Ульянов установил результаты, которые имеют совсем другой характер по сравнению с системой Хаара (см. [170]). Эти результаты являются широким обобщением утверждений П. Леви об абсолютно сходящихся тригонометрических рядах.

Ряд работ П. Л. Ульянова посвящен характеристикам некоторых подклассов бесконечно дифференцируемых 2π -периодических функций C^∞ (в частности, подклассов функций из классов Жевре) через наилучшие тригонометрические приближения или же через их тригонометрические коэффициенты Фурье c_n . Им показано (см. [159]):

1) Пусть даны числа $\alpha \in (0, \infty)$, $\beta \in (-\infty, \infty)$ и $\theta \in (0, 1)$. Тогда если у функции $f \in C^\infty$ коэффициенты Фурье

$$|c_n(f)| \leq A(f) |n|^\beta \theta^{|n|^{1/\alpha}} \quad \text{с } |n| \geq 1,$$

то в пространстве $C(0, 2\pi)$ норма

$$(11) \quad \|f^{(k)}\| \leq A(f) C k^\gamma q^k k^{k\alpha} \quad (C = C(\alpha, \beta, \theta), \quad k = 1, 2, \dots),$$

где $q = \left(\frac{\alpha}{e \ln 1/\theta} \right)^\alpha$, $\gamma = \alpha\beta$ при $\alpha \in (0, \frac{1}{2})$ и $\gamma = \alpha\beta + \alpha - \frac{1}{2}$ при $\alpha \geq \frac{1}{2}$.

Оценка (11) точная при каждом α , β и θ .

2) Пусть даны числа $\alpha > 0$, $q > 0$ и $\tau \in (-\infty, \infty)$. Тогда если у функции $f \in C^\infty$ нормы $\|f^{(k)}\| \leq A(f)k^\tau q^k k^{k\alpha}$ при $k \geq 1$, то

$$(12) \quad |c_n(f)| \leq A(f)C_1|n|^{\tau/\alpha}\theta^{|n|^{1/\alpha}} \quad \text{при} \quad |n| \geq 1 \quad \text{и} \quad \theta = e^{-\frac{\alpha}{eq^{1/\alpha}}},$$

где $C_1 = C(\alpha, q, \tau)$. Оценка (12) неулучшаема.

Утверждение 2) является обращением утверждения 1) при $\alpha \in (0, \frac{1}{2}]$ и не является таковым ни при каком $\alpha > \frac{1}{2}$. Ошибка увеличивается при возрастании α . В указанных терминах эту ошибку исправить нельзя, так как оценки вида (11) и (12) точны.

В указанном направлении им также получены оценки для наилучших приближений $E_n(f)$, а также для различных норм пространств $L^p(0, 2\pi)$ (см. [153], [159], [160]).

Обратим внимание на интересный его результат, из которого, в частности, вытекает конструктивное описание известных в анализе классов Жевре

$$J_\alpha = \bigcup_{m>0} J(\alpha, m+0),$$

где $f \in J(\alpha, m+0)$, если при каждом $\varepsilon > 0$ выполняется соотношение:

$$\|f^{(k)}\|_{C(0, 2\pi)} = O((k!)^\alpha (m+\varepsilon)^k) \quad \text{при} \quad k \rightarrow +\infty.$$

П. Л. Ульянов показывает, что для $\alpha > 0$ и $m > 0$ совпадают следующие три класса функций $f \in C^\infty$:

- (1) $\{f : f \in J(\alpha, m+0)\}$;
- (2) $\left\{f : \overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} (|c_n(f)|)^{|n|^{-1/\alpha}} \leq e^{-\frac{\alpha}{m^{1/\alpha}}}\right\}$;
- (3) $\left\{f : \overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} \{E_n(f)\}^{n^{-1/\alpha}} \leq e^{-\frac{\alpha}{m^{1/\alpha}}}\right\}$.

Отсюда вытекает, что при $\alpha > 0$

$$f \in J_\alpha \iff \overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} \{E_n(f)\}^{n^{-1/\alpha}} < 1.$$

Следует отметить, что работы П. Л. Ульянова привели к постановке новых задач и содержательных теорем, а также вызвали к жизни целый ряд новых исследований, осуществленных в различных центрах у нас в стране и за рубежом.

Выше мы изложили лишь часть исследований П. Л. Ульянова по теории функций. Им опубликовано свыше 200 работ. П. Л. Ульянов наделен редкой способностью интуитивно почувствовать интересную и важную постановку вопроса и увлечь ею окружающих, будь то его непосредственные ученики или же участники семинара по теории функций, восходящего к Лузину, многие годы руководимого Д. Е. Меньшовым и Н. К. Бари, а потом возглавляемого П. Л. Ульяновым. Многие знают темпераментные лекции студентам и доклады П. Л. Ульянова на семинарах, на Саратовской и Воронежской школах, на международном Конгрессе математиков в Ницце. Результаты, полученные П. Л. Ульяновым и его учениками, относятся к числу наиболее значительных в метрической теории функций во всем мире за последние 35 лет.

Среди его учеников такие сильные математики, как безвременно ушедший Е. М. Никишин, А. М. Олевский, Л. В. Жижиашвили (академик АН Грузии), Б. С. Кашин (член-корреспондент РАН), С. В. Бочкарев и другие.

Петр Лаврентьевич является членом редколлегий журналов “Математический сборник”, “Analysis Mathematica”, “Вестник Московского университета” и “Известия вузов”. Он активно принимал и принимает участие в организации и проведении различных съездов, школ,

конференций и симпозиумов (Москва, Ленинград, Ницца, Варшава, Баку, Ереван, Саратов, Воронеж, Казань, Уфа и др.).

Большая эрудиция, умение выделять перспективное направление, правильно и интересно поставить задачу, благожелательное внимание к каждому из своих учеников привели к успеху педагогической деятельности П. Л. Ульянова. Среди его учеников более 45 кандидатов наук и 12 докторов наук (А. М. Олевский, Л. В. Жижиашвили, Е. М. Никишин, Б. И. Голубов, Б. С. Кашин, С. В. Бочкарев, Э. А. Стороженко, Н. Т. Темиргалиев, К. С. Казарян, М. И. Дьяченко, В. М. Бугадзе, И. М. Михеев).

За успешную научно-педагогическую деятельность он получал благодарности от декана факультета, ректора МГУ, министра высшего образования, а также был награжден орденом Трудового Красного знамени и орденом Дружбы Народов. За выдающиеся достижения в метрической теории функций ему была присуждена в 1993 г. Государственная премия России.

Поздравляя Петра Лаврентьевича с юбилеем, желаем ему и дальше быть энергичным, иметь хорошее здоровье и успехов в научно-педагогической деятельности.

Н. С. Батвалов, О. В. Бесов, С. М. Никольский, М. К. Потапов

СПИСОК ПЕЧАТНЫХ РАБОТ П. Л. УЛЬЯНОВА¹

- [145] О некоторых результатах и задачах из теории базисов // Труды 3-й Саратовской зимней школы по теории функций и приближений. Часть 1. Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 1987. С. 80–90
- [146] Борис Владимирович Шабат (некролог) // УМН. 1987. Т. 42. № 4. С. 217–218 (совм. с А. Г. Витушкиным, А. А. Гончаром, В. А. Зоричем)
- [147] Алексей Федорович Леонтьев (некролог) // УМН. 1987. Т. 42. № 5. С. 177–182 (совм. с А. Г. Витушкиным, В. С. Владимировым, А. А. Гончаром, В. В. Напалковым, С. М. Никольским, А. М. Седлецким, Ю. Н. Фроловым)
- [148] Евгений Михайлович Никишин (некролог) // УМН. 1987. Т. 42. № 5. С. 183–188 (совм. с А. Г. Витушкиным, А. А. Гончаром, Б. С. Кашиным, А. И. Кострикиным, С. М. Никольским, С. П. Новиковым, Л. Д. Фаддеевым)
- [149] Памяти Евгения Михайловича Никишина // Вестн. МГУ. Матем. и мех. 1987. № 6. С. 88–91 (совм. с А. И. Аптекаревым, В. В. Козловым, А. М. Олевским, М. К. Потаповым, А. Б. Шидловским)
- [150] Метрическая теория функций // Труды МИАН. 1988. Т. 182. С. 180–223
- [151] Семен Яковлевич Хавинсон (к шестидесятилетию со дня рождения) // УМН. 1988. Т. 43. № 2. С. 173–174 (совм. с А. А. Гончаром, М. М. Джрбашьяном, А. Ф. Леонтьевым, Г. Ц. Тумаркиным, В. В. Шабатом)
- [152] Школа “Современные проблемы теории функций” // УМН. 1988. Т. 43. № 4. С. 250–251 (совм. с Ю. Э. Линке, А. А. Толстоноговым)
- [153] О классах бесконечно дифференцируемых функций // Докл. АН СССР. 1989. Т. 305. № 2. С. 287–290
- [154] Памяти Дмитрия Евгеньевича Меньшова // Матем. заметки. 1989. Т. 46. № 2. С. 5–11 (совм. с С. Б. Стечкиным)
- [155] Александр Андраникович Талалаян (к шестидесятилетию со дня рождения) // УМН. 1989. Т. 44. № 1. С. 233–234 (совм. с Д. Е. Меньшовым и С. М. Никольским)
- [156] Элеонора Александровна Стороженко // УМН. 1989. Т. 44. № 1. С. 233–234 (совм. с Д. Е. Меньшовым и С. М. Никольским)

¹ Начало списка опубликовано в кн.: Математика в СССР за сорок лет. 1917–1957. Т. 2. – М.: Физматгиз, 1959. – С. 694; и Математика в СССР. 1958–1967. Т. 2. – М.: Наука, 1970. – С. 1342–1343, а также в УМН, 1988, т. 43, вып. 4, с. 246–249.

- [157] О некоторых результатах и задачах из теории базисов // Труды МИАН (Ленинград). 1989. Т. 170. С. 274–284
- [158] Александр Филиппович Тиман (некролог) // УМН. 1989. Т. 44. № 3. С. 145–146 (совм. с группой авторов)
- [159] О классах бесконечно дифференцируемых функций // Матем. сб. 1990. Т. 181. № 5. С. 589–609
- [160] О свойствах функций из классов Жевре // Докл. АН СССР. 1990. Т. 314. № 4. С. 793–797
- [161] Михаил Константинович Потапов (к шестидесятилетию со дня рождения) // Вестн. МГУ. Матем. и мех. 1990. № 6. С. 89–90 (совм. с С. М. Никольским)
- [162] Проблема Г. Алексича о расходимости ортогональных рядов Фурье // Доклады расширенных заседаний семинара ин-та прикладной матем. им. И. Н. Векуа. Т. 5. № 2. Тбилиси, 1990. С. 63–66 (совм. с К. С. Казаряном)
- [163] Предисловие к монографии Е. М. Никишина “Избранные вопросы математического анализа”. Москва–Тула, 1990. С. 8–11
- [164] Пятая саратовская зимняя школа по теории функций и приближений // УМН. 1991. Т. 46. № 2. С. 235–236 (совм. с С. М. Никольским и А. А. Приваловым)
- [165] Юрий Александрович Казьмин (к шестидесятилетию со дня рождения) // УМН. 1991. Т. 46. № 2. С. 229–232 (совм. с А. А. Гончаром, О. Б. Лупановым, В. А. Садовничим)
- [166] Применение комплексного анализа для доказательства абсолютной сходимости тригонометрических рядов // Continuum Mechanics and Related Problems of Analysis. Symposium dedicated to the centenary of acad. Muskhelishvili. Тбилиси, 1991. С. 191
- [167] О проблеме Алексича относительно расходимости ортогональных рядов Фурье // Докл. АН СССР. 1991. Т. 316. № 3. С. 542–546 (совм. с К. С. Казаряном)
- [168] Сергей Борисович Стечкин (к семидесятилетию со дня рождения) // УМН. 1991. Т. 46. № 3. С. 219–221 (совм. с В. С. Владимировым, А. А. Гончаром, Л. Д. Кудрявцевым, С. М. Никольским, Ю. Н. Субботиным, С. А. Теляковским)
- [169] Андрей Андреевич Привалов (к шестидесятилетию со дня рождения) // УМН. 1991. Т. 46. № 3. С. 223–225 (совм. с С. М. Никольским, С. Б. Стечкиным)
- [170] Об абсолютной сходимости тригонометрических рядов Фурье // Докл. АН СССР. 1992. Т. 322. № 2. С. 253–258
- [171] Воронежская зимняя математическая школа “Современные проблемы теории функций и теории дифференциальных уравнений” // УМН. 1992. Т. 47. № 1. С. 227–228 (совм. с С. М. Никольским, Ю. В. Покорным)
- [172] Дмитрий Евгеньевич Меньшов (к 100-летию со дня рождения) // Вестн. МГУ. Матем. и мех. 1992. № 4. С. 3–8 (совм. с Е. П. Долженко)
- [173] Работы Д. Е. Меньшова по теории ортогональных рядов и их дальнейшее развитие // Вестн. МГУ. Матем. и мех. 1992. № 4. С. 8–24
- [174] Теория функций и функциональный анализ // Математика в Московском университете, 1992. С. 40–83 (совм. с Е. П. Долженко, А. Г. Костюченко)
- [175] Об абсолютной сходимости тригонометрических рядов Фурье // Труды 5-й Саратовской зимней школы “Теория функций и приближений”. № 1, 1992. С. 4–12
- [176] Одесская всесоюзная школа по теории функций // УМН. 1992. Т. 47. № 4. С. 227–228 (совм. с В. И. Колядой, Э. А. Стороженко)
- [177] Дмитрий Евгеньевич Меньшов (к 100-летию со дня рождения) // УМН. 1992. Т. 47. № 5. С. 5–14 (совм. с Е. П. Долженко)
- [178] О развитии результатов Д. Е. Меньшова по теории ортогональных рядов // УМН. 1992. Т. 47. № 5. С. 45–66
- [179] Юрий Федорович Коробейник (к 60-летию со дня рождения) // УМН. 1992. Т. 47. № 5. С. 199–200 (совм. с группой авторов)
- [180] О преобразованиях коэффициентов Фурье–Хаара // Докл. АН. 1993. Т. 333. № 2. С. 157–160

- [181] Влияние Андрея Николаевича Колмогорова на мою жизнь // Колмогоров в воспоминаниях. М.: Наука, 1993. С. 542–572
- [182] Об одной проблеме Алексича // Фундаментальные проблемы математики и механики. Т. 1. М.: Изд-во МГУ, 1994. С. 46
- [183] Воронежская математическая школа “Теория функций, дифференциальные уравнения в математическом моделировании” // УМН. 1994. Т. 48. № 4. С. 253–256 (совм. с Ю. В. Покорным)
- [184] Андрей Андреевич Привалов (некролог) // УМН. 1994. Т. 49. № 1. С. 199–200 (совм. с А. М. Богомоловым, Н. П. Купцовым, С. М. Никольским, С. Б. Стечкиным, А. П. Хромовым)
- [185] Казанская школа-конференция // УМН. 1994. Т. 49. № 1. С. 235 (совм. с Л. А. Аксентьевым, С. Р. Насыровым)
- [186] Сергей Александрович Теляковский (к шестидесятилетию со дня рождения) // УМН. 1994. Т. 49. № 2. С. 185–186 (совм. с О. В. Бесовым, Л. Д. Кудрявцевым, С. М. Никольским, С. Б. Стечкиным, В. Н. Темляковым)
- [187] Николай Сергеевич Бахвалов (к шестидесятилетию со дня рождения) // УМН. 1994. Т. 49. № 5. С. 177–184 (совм. с В. С. Владимировым, А. А. Гончаром, Г. М. Кобельковым, В. И. Лебедевым, Г. И. Марчуком, С. М. Никольским)
- [188] Седьмая Саратовская зимняя школа по теории функций и приближений // УМН. 1994. Т. 49. № 5. С. 187–188 (совм. с А. М. Богомоловым, С. М. Никольским, А. П. Хромовым)
- [189] Международная конференция “Алгебра и анализ”, посвященная 100-летию со дня рождения Н. Г. Чеботарева // УМН. 1994. Т. 49. № 5. С. 189–190 (совм. с И. Р. Шафаревичем)
- [190] Август Петрович Хромов (к шестидесятилетию со дня рождения) // УМН. 1995. Т. 50. № 2. С. 236–238 (совм. с А. М. Богомоловым, С. М. Никольским)
- [191] О модулях непрерывности и коэффициентах Фурье // Вестн. МГУ. Матем. и мех. 1995. № 1. С. 37–52
- [192] Об эквивалентных условиях сходимости рядов и интегралов для тригонометрической системы // Докл. АН. 1995. Т. 343. № 4. С. 458–462
- [193] Евгений Михайлович Никишин // Вестн. МГУ. Матем. и мех. 1995. № 6. С. 110–111 (совм. с группой авторов)
- [194] Воронежская школа “Современные методы теории функций и смежные вопросы математики и механики” // УМН. 1995. Т. 50. № 4. С. 187–188 (совм. с Ю. В. Покорным)
- [195] О модулях непрерывности и коэффициентах Фурье // Труды 7-й Саратовской школы “Теория функций и приближений”. № 1, 1995. С. 28–41
- [196] Сергей Михайлович Никольский (к 90-летию со дня рождения) // УМН. 1995. Т. 50. № 6. С. 223–228 (совм. с группой авторов)
- [197] Андрей Борисович Шидловский (к 80-летию со дня рождения) // УМН. 1995. Т. 50. № 6. С. 229–232 (совм. с группой авторов)
- [198] Юрий Александрович Казьмин (некролог) // УМН. 1996. Т. 51. № 1. С. 137–138 (совм. с А. А. Гончаром, О. Б. Лупановым, В. А. Садовничим)
- [199] Вторая Казанская школа-конференция “Теория функций и ее приложения” // УМН. 1996. Т. 51. № 1. С. 183–184 (совм. с Л. А. Аксентьевым, А. И. Елизаровым, С. Р. Насыровым)
- [200] Евгений Михайлович Никишин // УМН. 1996. Т. 51. № 2. С. 181–182 (совм. с группой авторов)
- [201] Александр Васильевич Ефимов (к 70-летию со дня рождения) // УМН. 1996. Т. 51. № 3. С. 219–220 (совм. с группой авторов)
- [202] Восьмая Саратовская зимняя школа “Современные проблемы теории функций и их приложения” // УМН. 1996. Т. 51. № 3. С. 221–222 (совм. с А. Л. Лукашовым, Д. И. Трубецковым, А. П. Хромовым)
- [203] О рядах Фурье–Хаара от суперпозиций функций // Докл. АН. 1996. Т. 350. № 1. С. 25–28
- [204] Воспоминания о Сергее Борисовиче Стечкине // УМН. 1996. Т. 51. № 6. С. 11–20

- [205] Дмитрий Евгеньевич Меньшов // В кн.: Д. Е. Меньшов “Избранные труды”. М.: Факториал, 1997. С. 4–23
- [206] Развитие результатов Д. Е. Меньшова по теории ортогональных рядов // В кн.: Д. Е. Меньшов “Избранные труды”. М.: Факториал, 1997. С. 425–451