Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

А. Д. Александров, С. С. Кутателадзе, С. П. Новиков, Юрий Григорьевич Решетняк (к семидесятилетию со дня рождения), *УМН*, 1999, том 54, выпуск 5, 191–196

DOI: <https://doi.org/10.4213/rm226>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 35.174.16.151

26 апреля 2023 г., 13:44:49

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЖИЗНЬ**ЮРИЙ ГРИГОРЬЕВИЧ РЕШЕТНЯК****(к семидесятилетию со дня рождения)**

26 сентября 1999 года – день семидесятилетия Юрия Григорьевича Решетняка.

Научные интересы Ю.Г. Решетняка охватывают чрезвычайно широкий круг вопросов современной математики. Помимо крупных достижений, относящихся к его первым и основным научным интересам – геометрии и теории функций вещественной переменной, ему принадлежат важные результаты в математической физике, вычислительной математике, функциональном анализе и ряде других пограничных с анализом и геометрией областей науки. Его творчество характеризуется исключительной глубиной и оригинальностью, его работы богаты новыми неожиданными идеями и методами проникновения в существо тех вопросов, которые он изучает.

Ю.Г. Решетняк внес фундаментальный вклад в геометрию, теорию функций, в классическое вариационное исчисление и ряд других разделов. Он является основоположником новых направлений в математике, занимающих пограничное место между анализом и геометрией. Одно из них получило название теории пространственных отображений с ограниченным искажением (квазирегулярных отображений). Последние представляют собой многомерный вещественный аналог аналитических функций и “неоднолистное” обобщение пространственных квазиконформных отображений. В работах Ю.Г. Решетняка заложены также важные понятия нелинейной теории потенциала, одним из которых является (l, p) -емкость. В рамках этого направления достигнуты существенные продвижения в теории функций с обобщенными производными. Результаты Ю.Г. Решетняка являются основой исследований созданной им школы, насчитывающей несколько десятков докторов и кандидатов наук.

Ю.Г. Решетняк родился в г. Ленинграде. В 1947 г. после окончания средней школы он поступил на математико-механический факультет Ленинградского университета. Закончил обучение в четыре года и был оставлен в аспирантуре ЛГУ. Научным руководителем Ю.Г. Решетняка стал А.Д. Александров. В годы аспирантуры был заложен фундамент плодотворного научного сотрудничества А.Д. Александрова и Ю.Г. Решетняка, продолжавшегося более полувека. В 1954 г. Ю.Г. Решетняк защитил кандидатскую диссертацию “О длине и повороте кривой и о площади поверхности” и был направлен на работу в Ленинградское отделение Математического института им. В.А. Стеклова.

В 1957 г. было принято решение о создании нового научного центра в центре России – Сибирского отделения Академии наук. Ю.Г. Решетняк в числе первых молодых ученых откликнулся на

призыв организаторов СО – академиков М. А. Лаврентьева, С. Л. Соболева и С. А. Христиановича – и уже в конце 1957 г. с семьей переехал в Новосибирск, где стал работать в новом Институте математики. В Новосибирске Ю. Г. Решетняк написал все свои основные научные труды, прошел трудный путь от молодого ученого до маститого академика. Именно в Сибири окончательно сформировался оригинальный стиль исследований на границе между анализом и геометрией, характерный для Юрия Григорьевича, создана и отточена его виртуозная и очень своеобразная математическая техника. В Новосибирске в 1960 г. на Объединенном ученом совете СО АН Ю. Г. Решетняк защитил докторскую диссертацию на тему “Изотермические координаты в двумерных многообразиях ограниченной кривизны”.

В Институте математики СО АН Юрий Григорьевич создал научное подразделение, ставшее вскоре крупным отделом анализа и геометрии. Научный авторитет Ю. Г. Решетняка столь велик, что уже в 1966 г. его по предложению академика А. И. Мальцева избрали заведующим кафедрой математического анализа Новосибирского государственного университета, которую до этого возглавляли М. А. Лаврентьев и А. А. Ляпунов.

Авторитет сибирской математики в области анализа и геометрии в значительной мере связан с личными достижениями Юрия Григорьевича, многие из которых давно стали классическими. Здесь, прежде всего, следует назвать знаменитую теорему Ю. Г. Решетняка об изотермических координатах на двумерных многообразиях ограниченной кривизны, введенных А. Д. Александровым. Мировую известность приобрело полученное Ю. Г. Решетняком окончательное решение проблемы М. А. Лаврентьева об устойчивости конформных отображений. Классическими стали теоремы Ю. Г. Решетняка о слабой сходимости якобианов и о полунепрерывности снизу функционалов вариационного исчисления.

Научные проекты Юрия Григорьевича реализованы в более ста научных статьях и пяти монографиях. За время педагогической деятельности Юрий Григорьевич написал более 20 учебных пособий. Его научное творчество отличают высокая требовательность к себе и ставшая легендарной работоспособность.

Трудно переоценить вклад Ю. Г. Решетняка в подготовку и воспитание научной смены. Он постоянно с высокой загруженностью работает в Новосибирском государственном университете с момента его основания. Многолетняя деятельность Юрия Григорьевича, связанная с постановкой и совершенствованием современного курса математического анализа, которую с полным основанием можно квалифицировать как самоотверженную, в большой мере способствовала формированию концепции обучения в молодом университете, быстро завоевавшей прочную репутацию высококласного центра подготовки математиков. Лекции Ю. Г. Решетняка, его многочисленные учебные пособия по современным разделам анализа и по трудным главам основного курса уже более четверти века пользуются популярностью у студентов и преподавателей как в НГУ, так и в других ведущих университетах страны. Следует подчеркнуть характерную для Ю. Г. Решетняка научную щедрость. Многие его замыслы были положены в основу работ и диссертаций учеников Юрия Григорьевича, определили их дальнейшее творчество.

Научная и педагогическая деятельность Ю. Г. Решетняка получила высокую оценку. В 1980 г. ему присвоено почетное звание “Заслуженный деятель науки”, в 1981 г. его избирают членом-корреспондентом по Отделению математики, а в 1987 г. – действительным членом по тому же Отделению.

В последнее десятилетие Ю. Г. Решетняк вместе с большой группой своих учеников ведет исследования в новом направлении – теории функций с ограниченным искажением на группах Карно–Каратеодори. В 1996 г. вышло из печати 2-е дополненное и переработанное издание книги “Теоремы устойчивости в геометрии и анализе”, переизданное за рубежом Kluwer Academic Publishers. Ю. Г. Решетняк сейчас готовит к выпуску свой курс математического анализа в двух томах. Учениками Ю. Г. Решетняка за последние пять лет защищены 2 докторские и несколько кандидатских диссертаций. Ю. Г. Решетняк избран Иностранным членом Финской академии наук в 1996 г. и почетным членом Московского математического общества в 1997 году Ю. Г. Решетняк награжден орденом “Знак почета” и медалями.

Юрию Григорьевичу принадлежат первоклассные достижения в области геометрии. Им внесен фундаментальный вклад в теорию многообразий ограниченной кривизны. До его работ об-

суждаемая теория развивалась исключительно синтетическими средствами, использующими два эквивалентных определения исходного объекта теории. Первое – аксиоматическое – состояло в том, что многообразие ограниченной кривизны характеризуется наличием верхней границы для сумм “избытков” неперекрывающихся геодезических треугольников в компактной области (избыток определяется как величина $\alpha + \beta + \gamma - \pi$, где α, β, γ – естественным образом вводимые “верхние углы” треугольника). Второе определение использовало аппроксимацию, постулируя возможность локального приближения многообразия ограниченной кривизны многогранниками с ограниченными в совокупности абсолютными кривизнами. Ю.Г. Решетняк доказал глубокую теорему об изотермических координатах. Эта теорема утверждает, что двумерное метрическое многообразие обладает ограниченной кривизной в том и только том случае, если его метрический элемент задается в виде $ds^2 = \lambda(x, y)(dx^2 + dy^2)$, где функция $\ln \lambda$ представляет собой разность двух субгармонических функций. Результата сравнимой силы и общности в многомерной римановой геометрии не существует до сих пор.

Установленный факт исчерпывающим образом выявил связь центрального объекта современной теории двумерных поверхностей с теорией функций. Изотермические координаты Ю.Г. Решетняка позволили заменить обычные синтетические методы геометрии “в целом” чисто аналитическим аппаратом квазиконформных отображений и квазилинейных уравнений эллиптического типа.

Двумерные многообразия ограниченной кривизны, разумеется, не исчерпывают всей сферы “геометрических” интересов Юрия Григорьевича. Геометры высоко ценят его результаты об ограниченности поворота кратчайшей, о смещении отрезков, очень тонкие и глубокие результаты в интегральной геометрии и др. В восьмидесятые годы совместно с А.Д. Александровым им завершено построение теории нерегулярных кривых в конечномерных пространствах.

Значительное число работ Ю.Г. Решетняка посвящено теории функций многих вещественных переменных и ее приложениям к геометрии, функциональному анализу, дифференциальным уравнениям и т.п. Как уже отмечалось, Юрию Григорьевичу принадлежит наиболее полное решение проблемы М.А. Лаврентьева об устойчивости в теореме Лиувилля о конформных отображениях пространства. Решение этой проблемы потребовало разработки принципиально новых подходов. Исследования Ю.Г. Решетняка по теории квазиконформных отображений привели его к созданию новых областей анализа – теории отображений с ограниченным искажением и связанных с ней важных аспектов нелинейной теории потенциала.

Аналитическое отображение $f: \Omega \rightarrow \mathbb{R}^n$, определенное в n -мерном пространстве $\mathbb{R}^n$, с ограниченным искажением характеризуется принадлежностью к соболевскому классу $W_{n,loc}^1$, для которого почти всюду выполняется неравенство

$$\|f'(x)\|^n \leq K \det f'(x),$$

где $K \geq 1$ – так называемый коэффициент квазиконформности отображения. Здесь $f'(x)$ означает матрицу Якоби отображения f , а норма матрицы понимается как обычно. С качественной стороны, отображение с ограниченным искажением, введенное Ю.Г. Решетняком, представляет собой функцию, локально сохраняющую ориентацию и преобразующую всякий бесконечно малый шар в бесконечно малый эллипсоид с предписанным ограничением сверху на отношения наибольшей полуоси к наименьшей. Таким образом, отображения с ограниченным искажением по Ю.Г. Решетняку возникают как естественное расширение класса квазиконформных отображений, введенных М.А. Лаврентьевым и Г. Грёчем. (В определении квазиконформного отображения требование постоянства ориентации заменяется существенно более жестким требованием гомеоморфности.)

Фундаментальный результат Ю.Г. Решетняка для этого класса отображений состоит в том, что указанное выше простое соотношение между формальными дифференциалом и якобианом f содержит глубокую информацию о топологических свойствах f : всякое непостоянное отображение f является непрерывным, открытым и изолированным. Кроме того, Ю.Г. Решетняк доказал, что f почти всюду дифференцируемо и дифференциал f почти всюду невырожден.

Известно, что компоненты аналитической функции являются гармоническими функциями. Многомерный аналог этого результата носит нелинейный характер: основываясь на результатах теории уравнений эллиптического типа, полученных в конце 50-х – начале 60-х годов Де Джорджи, Мозером и их продолжателями, Ю.Г. Решетняк доказал, что отображения с ограниченным искажением обладают свойством морфизма для одного класса квазилинейных уравнений эллиптического типа. Этот результат устанавливает связь между отображениями с ограниченным искажением, вырождающимися уравнениями эллиптического типа и нелинейной теорией потенциала. До его появления единственным приемом исследования геометрических свойств многомерных отображений был восходящий к Л. Альфорсу и А. Бёрлингу метод экстремальных длин (иначе, конформных модулей). Результат Ю.Г. Решетняка стал альтернативой существовавшим способам исследования и лег в основу разработанного им метода исследования отображений. Пользуясь своим методом, Ю.Г. Решетняк получил серию глубоких результатов об отображениях с ограниченным искажением. Помимо обобщения теоремы Лиувилля, он установил ряд фактов о гёльдеровости, о точках ветвления, о локальном и глобальном поведении таких отображений.

Ю.Г. Решетняк рассмотрел широкий круг вопросов, возникающих при изучении пространственных отображений, имеющих обобщенные в смысле С.Л. Соболева производные, и получил в этом направлении целый ряд фундаментальных результатов. Синтез двух направлений: классической теории функций и функциональных классов Соболева, оказался настолько плодотворным, что заслужил специальное название: квазиконформный анализ. Новое направление активно развивается во многих странах.

В связи с исследованиями по проблеме устойчивости в теореме Лиувилля о конформных отображениях Ю.Г. Решетняком была разработана интересная методика построения интегральных представлений функций через значения дифференциальных операторов. В качестве приложения своей методики Юрий Григорьевич получил оценки вектор-функции через соответствующий ей тензор деформации (аналогичные оценки в механике называются неравенствами Корна), а также через тензор конформной деформации. Результаты Ю.Г. Решетняка относительно тензора деформации независимо несколько позже были получены П.П. Мосоловым и В.П. Мясниковым, а его результаты о тензоре квазиконформной деформации частично были переоткрыты Л. Альфорсом.

Следует отметить также тонкие результаты Юрия Григорьевича, полученные им совместно с Л.Г. Гуровым, о функциях с ограниченным средним колебанием, введенных Ф. Джоном и Л. Ниренбергом. В последние годы исследование таких отображений выросло в самостоятельное перспективное направление современной теории функций. В рамках этого направления Ю.Г. Решетняком установлены различные качественные свойства решений квазилинейных уравнений эллиптического типа.

Согласно теореме Лиувилля, квазиконформное отображение с коэффициентом квазиконформности 1 является мёбиусовым, т.е. является композицией конечного числа инверсий относительно сферы. Одна из задач М.А. Лаврентьева – задача об устойчивости в теореме Лиувилля. Она состоит в том, чтобы установить близость, в определенном смысле, отображения к мёбиусову преобразованию, если его коэффициент квазиконформности близок к 1.

Построения, предложенные Ю.Г. Решетняком при изучении отображений с ограниченным искажением, представляют значительный самостоятельный интерес. Высокую оценку получили найденные им оригинальные средства описания множеств разрывов функций классов С.Л. Соболева и изучения поведения таких функций вблизи разрывов. Юрий Григорьевич показал, что построенная им с помощью бесселевых потенциалов емкость играет для классов Соболева роль, чрезвычайно близкую к роли меры Лебега, сохраняя в отличие от последней информацию о дифференциальных свойствах функций. В каждом классе эквивалентности функций пространства W_p^l существует представитель, определенный всюду, за исключением множества нулевой емкости. Эти наблюдения Ю.Г. Решетняка позволили ему указать весьма тонкие характеристики поведения функций с обобщенными производными. В частности, для уточненных относительно своей емкости функций Юрий Григорьевич доказал теоремы типа Егорова и Лузина, в которых роль меры играет емкость. Им же установлены нетривиальные связи между емкостью и мерой

Хаусдорфа, позволяющие получить геометрические характеристики множеств малой емкости.

Исследования в области квазиконформного анализа и нелинейной теории потенциала интенсивно ведутся во всем мире, демонстрируя важность идей и методов Ю. Г. Решетняка для теории пространств Соболева, для анализа граничного поведения функций многих комплексных переменных и решений квазилинейных эллиптических уравнений, для приложений в многих других математических направлениях.

Юрий Григорьевич – человек редкой скромности и доброжелательности. Его отличают чуткость и внимание к людям, такт и сдержанность в общении, эрудиция и мягкий юмор. Его академический стиль, характерный для ленинградской-петербургской математической школы, дает научной молодежи Сибири образцы правильных представлений о принципах служения Родине и об достойных этических нормах.

Свое семидесятилетие Юрий Григорьевич встречает в пору творческой зрелости, окруженный любящими близкими, верными друзьями и талантливыми учениками. Его дни заполнены работой над осуществлением многих новых исследовательских и педагогических проектов. От всей души желаем Юрию Григорьевичу успехов на научном поприще, здоровья и счастья во всех его разнообразных проявлениях!

А. Д. Александров, С. С. Кутателадзе, С. П. Новиков

СПИСОК ПЕЧАТНЫХ РАБОТ Ю. Г. РЕШЕТНЯКА

- [143] Quasiconformal Mappings and Sobolev Spaces. Dordrecht: Kluwer, 1990 (Mathematics and Its Appl. Soviet Ser., V. 54.) (with V. M. Goldstein)
- [144] О работе 3 Сибирской школы “Алгебра и анализ”, Иркутск, 1989 // Бюл. Сиб. матем. о-ва. № 1. Новосибирск, 1990. С. 40–42 (совм. с Л. А. Бокутем)
- [145] Памяти профессора Акилова // Оптимизация. № 48. Новосибирск, 1990. С. 5–6 (совм. с С. С. Кутателадзе)
- [146] Тайманов Асан Дабсович: (Некролог) // УМН. 1990. Т. 45. № 5. С. 171–174 (совм. с С. С. Гончаровым и др.)
- [147] 14 школа по теории операторов в функциональных пространствах // УМН. 1990. Т. 45. № 2. С. 229–230 (совм. с М. Ш. Бирманом и др.)
- [148] Факты поддаются документальной проверке: [Ответ на письмо И. Л. Розенталя в журн. “Энергия”, 1988, № 8] // Вестн. АН СССР. 1990. № 3. С. 118–120
- [149] Залгаллер Виктор Абрамович: (К семидесятилетию со дня рождения) // УМН. 1991. Т. 46. № 1. С. 215–216 (совм. с А. Д. Александровым и др.)
- [150] On stability of isometric mappings // Siberian Adv. Math. 1991. V. 1. № 1. P. 154–159
- [151] В редакцию журнала “Наука в СССР”: [По поводу выступления А. Д. Александрова в ФИАНе о работах Л. И. Мандельштама] // Наука в СССР 1991. № 1. С. 26–28
- [152] Поздравляем В. В. Вершинина // Университетская жизнь. 1991. 8 окт. (совм. с С. Кутателадзе)
- [153] Реплика об академике С. П. Новикове // ЭКО. 1991. № 12. С. 89 (совм. с С. С. Кутателадзе)
- [154] Телеграмма в Кремль // Наука в Сибири. 1991. № 7 (совм. с А. Г. Кусраевым, С. С. Кутателадзе)
- [155] К восьмидесятилетию Александра Даниловича Александрова // Труды Ин-та матем. СО РАН. 1992. Т. 21. С. 3–4 (совм. с С. С. Кутателадзе)
- [156] Об асимптотическом строении выпуклых функций // Труды Ин-та матем. СО РАН. 1992. Т. 21. С. 163–169
- [157] On functional classes invariant relative to homotheties // Lecture Notes in Math. 1992. V. 1508. P. 80–92

Начало списка опубликовано: Математика в СССР за сорок лет. 1917–1957. М.: Физматгиз, 1959. Т. 2. С. 588–589; Математика в СССР. 1958–1967. М.: Наука, 1970. Т. 2. С. 1116–1117; УМН. 1990. Т. 45, вып. 45. С. 201–204.

- [158] Золотая медаль им. Л. Эйлера – академику А. Д. Александрову // Наука в Сибири. 1992. № 13 (совм. с С. С. Кутателадзе)
- [159] Александров Александр Данилович: (К восьмидесятилетию со дня рождения) // УМН. 1993. Т. 48. № 4. С. 239–241 (совм. с В. А. Залгаллером и др.)
- [160] Милин Исаак Моисеевич: [Некролог] // УМН. 1993. Т. 48. № 4. С. 167–168 (совм. с И. А. Александровым и др.)
- [161] Об устойчивости мёбиусовых преобразований в классе отображений с ограниченным искажением // Сиб. матем. журн. 1993. Т. 34. № 6. С. 86–90 (совм. с Н. А. Кудрявцевой)
- [162] Stability Theorems in Geometry and Analysis. Dordrecht: Kluwer, 1994 (Mathematics and Its Appl., V. 304.)
- [163] Теоремы устойчивости в геометрии и анализе. 2-е изд., перераб. и доп. Новосибирск: Изд-во Ин-та матем. СО РАН, 1994
- [164] Об устойчивости изометрических преобразований // Сиб. матем. журн. 1994. Т. 35. № 4. С. 860–878
- [165] Семён Самсонович Кутателадзе: (К пятидесятилетию со дня рождения) // Труды Ин-та матем. СО РАН. 1995. Т. 29. С. 3–6 (совм. с А. Д. Александровым, А. Г. Кусраевым)
- [166] On the situation in the Siberian mathematics // Pokroky Mat. Fiz. Astronom. 1995. V. 40. № 1. P. 42–45 (with L. A. Bokut', V. V. Vershinin, S. S. Kutateladze)
- [167] Продолжая держать уровень // Наука в Сибири. 1995. № 39–40
- [168] Теоремы устойчивости в геометрии и анализе. 2-е изд., перераб. и доп. Новосибирск: Изд-во Ин-та матем. СО РАН, 1996
- [169] Игорь Петрович Митюк: (1928–1995) // УМН. 1996. Т. 51. № 2. С. 139–140 (совм. с Л. А. Аксентьевым и др.)
- [170] Geometry of spaces with curvature bounded above // 2-й Сибирский конгресс по прикл. и индустр. математике, Новосибирск, 1996: Тез. докл. Ч. 1. Новосибирск, 1996. С. 68
- [171] Preface // Alexandrov A. D. Selected Works. Pt. 1. Amsterdam: Gordon and Breach, 1996. P. VII–X (with S. S. Kutateladze)
- [172] А. Д. Александрову – 85 лет // Наука в Сибири. 1997. № 30–31 (совм. с С. С. Кутателадзе)
- [173] К сорокалетию Сибирского отделения Академии наук // Сиб. матем. журн. 1997. Т. 38. № 3. С. 483–484 (совм. с М. М. Лаврентьевым и др.)
- [174] Семён Самсонович Кутателадзе: (К пятидесятилетию со дня рождения) // УМН. 1997. Т. 52. № 2. С. 201–204 (совм. с А. Д. Александровым, О. А. Ладыженской)
- [175] Селим Григорьевич Крейн: (К восьмидесятилетию со дня рождения) // УМН. 1997. Т. 52. № 6. С. 203–204 (совм. с В. И. Арнольдом и др.)
- [176] Соболевские классы функций со значениями в метрическом пространстве // Сиб. матем. журн. 1997. Т. 38. № 3. С. 657–675
- [177] Предисловие редактора перевода // Либ Э., Лосс М. Анализ: Учеб. пособие. Новосибирск, 1998. С. v–vi
- [178] Сергей Львович Соболев: (1908–1989) // 3-й Сибирский конгресс по прикл. и индустр. математике (ИНПРИМ-98): Программа заседаний конгр. Новосибирск, 1998. С. 1–6 (совм. с С. С. Кутателадзе)
- [179] Сергей Львович Соболев: 1908–1989 // Сиб. матем. журн. 1998. Т. 39. № 4. С. 723–729 (совм. с М. М. Лаврентьевым и др.)
- [180] Сергей Константинович Годунов: (К 70-летию со дня рождения) // Сиб. матем. журн. 1999. Т. 40. № 3. С. 483–484 (совм. с М. М. Лаврентьевым и др.)