Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

От правления Московского математического общества, *УМН*, 2000, том 55, выпуск 1, 199–203

DOI: <https://doi.org/10.4213/rm265>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 35.174.16.151

26 апреля 2023 г., 17:00:29

ОТ ПРАВЛЕНИЯ МОСКОВСКОГО МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБЩЕСТВА

Правление Московского Математического Общества объявляет прием работ на соискание **премий ММО для молодых математиков за 2000 г.**

Премии общества присуждаются за научные работы по математике, выполненные молодыми учеными и представляющие серьезный научный интерес. Молодым считается ученый, которому в календарном году присуждения премий (т.е. – в 2000) исполняется не более 30 лет.

Кандидаты на соискание премий представляются одним или несколькими членами общества. Представление считается состоявшимся, если до 15 мая 2000 г. в Правление ММО поступили:

- 1) Письменное представление с указанием выдвигаемых работ, отзывы об этих работах.
- 2) Сами работы в двух экземплярах (в виде оттисков или отпечатанные на машинке или на принтере).
- 3) Краткая справка об авторе (в свободной форме) с указанием даты рождения, ксерокопия первых двух страниц паспорта.

Работы и сопроводительные документы следует передавать на кафедру высшей геометрии и топологии механико-математического факультета МГУ (Главное здание МГУ, комн. 16-20, тел. 939-98-37; для И. А. Дыникова).

Состоялись очередные заседания Московского Математического Общества:

Заседание 7 сентября 1999 г.

И. Я. Г. Синай. *О некоторых проблемах теории динамических систем и математической физики.*

В докладе обсуждены три направления будущих исследований. 1. Исследование устойчивых типов динамики. 2. Бесконечномерные динамические системы. 3. Квантовый хаос.

II. Отчетно-распорядительное собрание Московского Математического Общества.

Был заслушан отчет о работе Правления и Ревизионной Комиссии ММО за год работы.

Заседание 21 сентября 1999 г. А. Б. Сошников (лауреат премии ММО для молодого математика 1999 г.). *Универсальность в случайных матрицах.*

Впервые интерес к изучению спектральных свойств больших случайных матриц возник в математической статистике в 20–30-е годы нашего столетия. В математической физике эта область стала популярна в конце 50-х – начале 60-х годов после пионерских работ Вигнера, Дайсона, Мехты и других. В настоящее время теория случайных матриц является активно развивающейся дисциплиной, привлекающей внимание исследователей из математической физики, теории вероятностей, анализа и комбинаторики. В докладе рассмотрены наиболее известные ансамбли Вигнера эрмитовых и действительных симметрических матриц, унитарно инвариантные и ортогонально инвариантные ансамбли, ансамбли матриц из классических групп Ли.

Заседание 28 сентября 1999 г. В. М. Бухштабер. *Действия торов, квазиторические многообразия, выпуклые многогранники и топология дополнений к конфигурациям подпространств.*

Торические многообразия, хорошо известные в алгебраической и симплектической геометрии в последнее время стали источником новых замечательных взаимосвязей между классическими и самыми современными областями математики. В центре внимания доклада находится понятие квазиторического многообразия – гладкого $2n$ -мерного многообразия с действием n -мерного компактного тора, пространство орбит которого несет комбинаторную структуру выпуклого многогранника, у которого в каждой вершине сходится ровно n граней коразмерности 1 (простого многогранника). В каждом квазиторическом многообразии имеется набор гладких инвариантных подмногообразий коразмерности 2, соответствующих граням коразмерности 1 в пространстве орбит. Квазиторическое многообразие называется полиориентированным, если фиксирована ориентация как самого многообразия, так и каждого из этих подмногообразий коразмерности 2. В недавней работе В. М. Бухштабера и Н. Рэя показано, что каждое полиориентированное квазиторическое многообразие несет каноническую стабильно комплексную структуру, и более

того, каждое стабильно комплексное многообразие кобордантно полиориентированному квазитопологическому многообразию. Применяя формулу Атьи–Ботта для действия окружности с изолированными неподвижными точками на многообразии, Т. Е. Панов получил выражение важных комплексных родов Хирцебруха в терминах комбинаторных данных полиориентированного квазитопологического многообразия.

С каждым простым многогранником канонически связана конфигурация плоскостей в m -мерном комплексном пространстве, где m – число граней коразмерности 1 многогранника. Дополнение к этой конфигурации имеет структуру тривиального вещественного $(m-n)$ -мерного векторного расслоения над гладким многообразием с каноническим действием m -мерного тора. В работах В. М. Бухштабера и Т. Е. Панова показано, что такое многообразие имеет каноническую структуру биградуированного (момент–угол) клеточного комплекса и вычислено кольцо когомологий этого комплекса. Соотношения в полученной биградуированной алгебре когомологий с соответствующей двойственностью Пуанкаре привели к новым взаимосвязям с комбинаторикой простых многогранников.

Заседание 5 октября 1999 г. *Заседание, посвященное проблемам модернизации школьного курса математики.*

Заседание проводилось в связи с предполагаемым в ближайшее время заседанием комиссии по разработке содержания школьного образования. Вводное выступление было сделано Н. Х. Розовым.

Заседание 19 октября 1999 г. Ю. В. Покорный (Воронеж). *О качественных и спектральных свойствах некоторых гибридных задач.*

В различных разделах естествознания возникают задачи, в которых с некоторой пространственной сетью Γ увязывается набор обычных дифференциальных уравнений вида

$$(1) \quad -(pu')' + qu = f \quad (= \lambda tu),$$

каждое из которых отнесено к одному из ребер сети и решения которых, непрерывно смыкаясь во внутренних узлах (вершинах), взаимосвязаны дополнительными условиями согласования вида

$$(2) \quad \sum_i \alpha_i(a) u'_i(a+0) = 0 \quad (\alpha_i > 0),$$

где суммирование ведется по ребрам, примыкающим к узлу a (дифференцирование производится вдоль ребер). Активный анализ таких задач начался в 80-е годы в Западной Европе, Ленинграде, а также и в Воронеже, где развивалась качественная теория таких задач, выявившая их промежуточный характер между скалярными и многомерными: сохраняя важнейшие свойства (типа теории Штурма–Лиувилля) задач на отрезке, в ряде важных случаев такие задачи приобретают свойства классических задач на многомерных областях. Например, частотный спектр мелкоячеистой упругой сетки из струн, аппроксимирующей плоскую мембрану, “близок в главном” к спектру этой мембраны.

Наиболее продвинутым для спектральной задачи (1) с условиями Дирихле

$$(3) \quad u|_{\partial\Gamma} = 0.$$

оказывается следующий результат. При естественных предположениях (например, $p(x)$ имеет ограниченную вариацию и строго положительна) в условиях *общего положения* (для случая пучка – когда внутренний узел единственен – это означает отсутствие пересечения спектров у всех двухточечных обычных задач для (1) на ребрах) верна

ТЕОРЕМА. Пусть Γ – дерево и $q \geq 0$, $m \geq 0 (\neq 0)$ на Γ . Тогда весь спектр задачи (1), (3) состоит из последовательности $(0 \leq) \lambda_0 < \lambda_1 < \dots < \lambda_n < \dots$ ($\lambda_n \rightarrow \infty$) простых собственных значений. Если $\phi_k(x)$ – соответствующая λ_k собственная функция ($k = 0, 1, \dots$), то ϕ_k имеет внутри Γ точно k нулей, все эти нули простые, причем нули ϕ_k и ϕ_{k+p} ($p > 0$) перемежаются.

Сформулированный результат является следствием теории неосцилляции для однородного уравнения $-(pu')' + qu = 0$ и связан с аналогами теоремы Валле–Пуссена и теорем сравнения и перемежаемости Штурма.

Необходимость сшивать решения в узлах, где заведомо теряется гладкость, и анализировать эти решения с помощью поточечно определенных производных привела к использованию дифференцирования по мере (типа Радона–Никодима) соответственно специальному распределению меры на Γ . При таком толковании дифференцирования уравнение (1) автоматически “впитывает” в себя (2), сохраняя поточечную дефиницию решений. Использование производных по мере сделало возможным выделение естественных аналогов эллиптических задач в классах функций, определенных на стратифицированных многообразиях, когда внешне обычный формализм (типа лапласиана) синтезирует уравнения на смыкающихся многообразиях разной размерности (например, если некоторые клетки упругой сетки затянута мембраной).

Заседание 26 октября 1999 г. В. В. Козлов. *Гамильтоновы системы и равновесная термодинамика.*

Традиционный вывод классического уравнения Гиббса и обоснование термодинамики основано на предположении об изоэнергетической эргодичности системы n слабо взаимодействующих одинаковых подсистем и предельном переходе $n \rightarrow \infty$. В докладе развивается другой подход к этим вопросам в предположении, что n фиксировано и $n \geq 2$. Эргодическая гипотеза (которая часто не справедлива ввиду известных результатов КАМ-теории) заменяется более слабым предположением об отсутствии у возмущенной системы дополнительных первых интегралов, независимых от интеграла энергии. Доказательство неинтегрируемости возмущенных гамильтоновых систем основано на методе Пуанкаре. Кроме этого, используется естественное предположение Гиббса о термодинамическом равновесии подсистем при исчезающем взаимодействии.

Заседание 2 ноября 1999 г. Виктор Иврий (Университет Торонто, Канада). *Гипотеза Вейля: Двадцать лет спустя.*

Вывод точных спектральных асимптотик (т.е. асимптотики функции распределения собственных значений (ф.р.с.з.) и родственных функций) – одна из основных задач спектральной теории уравнений с частными производными. Для доказательства гипотезы Вейля была разработана новая техника. Осмыслению и развитию этой техники автор посвятил прошедшие 20 лет.

Прежде всего, ф.р.с.з. оператора A есть преобразование Фурье $s(t)$ – следа $\exp(itA)$. С помощью Тауберовых теорем, зная $s(t)$ на интервале $[-T, T]$, можно восстановить ф.р.с.з. с некоторой погрешностью (порядка $1/T$). При развитом подходе строится $s(t)$ для $T \gg 1$ с помощью наивных последовательных приближений и затем с помощью микролокальных методов резко расширяется интервал.

На самом деле эта конструкция применяется для функции $s_g(t)$ – следа $g \exp(itA)$, где g – срезка в единичном шаре. Затем, изменяя масштаб (rescaling), результат переносится на произвольные шары, контролируя зависимость оценки остатка от радиуса. Используя подходящее разбиение единицы и сращивая асимптотики, выведенные в регулярной части области с вариационными оценками и в сингулярной части, получаются точные асимптотики для задач с разнообразными “сосредоточенными” сингулярностями (коэффициентов, границы, выходы на бесконечность) и вырождениями.

Недавно, используя метод аппроксимации автор доказал гипотезу Вейля для операторов с $C^{1+\delta}$ коэффициентами в областях с $C^{1+\delta}$ границей (при стандартном условии на билиардный поток).

Заседание 9 ноября 1999 г. С. Ю. Оревков. *Топология вещественных алгебраических и вещественных псевдо-голоморфных кривых.*

Естественным обобщением понятия плоской вещественной алгебраической кривой является *вещественная псевдо-голоморфная кривая в $\mathbb{C}P^2$* , т.е. гладкая двумерная Conj -антиинвариантная поверхность (Conj обозначает комплексное сопряжение), являющаяся J -голоморфной кривой для некоторой ручной Conj -антиинвариантной почти комплексной структуры J .

Из созданной М. Громовым теории псевдо-голоморфных кривых следует, что почти все известные методы доказательства ограничений на расположение овалов вещественных алгебраических кривых распространяются на вещественные псевдо-голоморфные кривые. В докладе дан обзор некоторых методов с анализом их “псевдо-голоморфности”.

Задача классификации вещественных кривых в псевдо-голоморфном случае, по-видимому, проще чем в алгебраическом: она легко сводится к вопросу распознавания квазиположительных

кос (коса b называется *квазиположительной*, если $b = \prod_j a_j \sigma_j a_j^{-1}$). Впрочем, эта задача пока тоже не решена. В докладе обсуждаются старые и новые критерии квазиположительности кос.

Также обсуждаются примеры псевдо-голоморфных кривых, нереализуемых алгебраически. Заметим, что в каждом из таких примеров требуется привлечение методов, работающих в алгебраическом, но не в псевдо-голоморфном случае. В качестве одного из таких методов выступает метод Гильберта–Роона–Гудкова, незаслуженно забытый после того как основной результат Д. А. Гудкова (2-я часть 16-й проблемы Гильберта) был почти сразу передоказан и обобщен В. А. Рохлиным при помощи более простого и универсального (но “псевдо-голоморфного”) метода, предложенного В. И. Арнольдом.

Заседание 23 ноября 1999 г. Студенческие чтения. **Ю. П. Соловьев.** *Факторизация больших целых чисел с помощью эллиптических кривых.*

Доклад посвящен одному из наиболее ярких применений теории эллиптических кривых в “реальном мире”: алгоритму Х. Ленстры разложения больших целых чисел на простые множители. Проблема поиска новых алгоритмов факторизации, истоки которой уходят в далекое прошлое, стала в последние два десятилетия предметом интенсивного исследования в связи с появлением компьютерных сетей и, так называемых, систем кодирования с открытым ключом.

Заседание 30 ноября 1999 г. Студенческие чтения. **А. А. Болибрух.** *Линейные дифференциальные уравнения с регулярными особыми точками.*

Особая точка линейного дифференциального уравнения (системы уравнений) называется регулярной, если все решения имеют не более, чем степенной рост в этой точке. Для скоростей роста решений (показателей) уравнения в особых точках на сфере Римана имеет место классическое соотношение Фукса (неравенство Фукса в случае систем).

В докладе рассказано о полученном недавно уточнении неравенства Фукса, а также о его обобщении на случай уравнений с регулярными особыми точками на компактном кэлеровом многообразии. Полученные результаты применены к построению контрпримера к проблеме Римана–Гильберта (проблеме существования фуксовой системы с заданной монодромией и заданным дивизором особенностей) в многомерном случае.

Заседание 7 декабря 1999 г. **Ю. В. Нестеренко.** *Трансцендентные числа и тета-функции.*

Теория трансцендентных чисел занимается доказательством иррациональности, трансцендентности, линейной и алгебраической независимости чисел, как правило, значений классических аналитических функций. Одним из объектов этой теории являются эллиптические функции. Исследованию арифметических свойств периодов, квазипериодов, значений эллиптических функций и эллиптических интегралов за последние 60 лет было посвящено много работ. Побочным продуктом этой деятельности являются результаты о трансцендентности значений и других функций. Так, например, в 1937 г. Т. Шнейдер доказал трансцендентность значений модулярной функции $j(\tau)$ в алгебраических точках верхней комплексной полуплоскости, не являющихся квадратичными иррациональностями, а Г. Чудновский в 1976 г. доказал трансцендентность значений гамма-функции Эйлера $\Gamma(1/3)$ и $\Gamma(1/4)$. Сравнительно недавно (1995 г.) возник подход, основанный на прямом использовании модулярных функций для доказательства результатов о трансцендентности значений.

Тета-функции есть некоторые специальные функции двух комплексных переменных z и τ , $\text{Im } \tau > 0$. При фиксированном τ из них могут быть построены эллиптические функции, а при $z = 0$ – модулярные функции. Язык тета-функций является удобным средством для описания результатов про значения обоих классов функций и постановки, охватывающих эти результаты, гипотез.

Заседание 14 декабря 1999 г. **С. Б. Куксин.** *Двумерная гидродинамика и Гиббсовы меры.*

Рассматривается уравнение Навье–Стокса, описывающая движение жидкости в ограниченной двумерной области под действием случайной силы (гладкой и равномерно ограниченной по пространству, стационарной по времени). Уравнение трактуется как случайная динамическая

система, фазовым пространством которой является пространство гладких бездивергентных векторных полей. Доказано, что эта система имеет единственную инвариантную меру; эта мера описывает долговременное поведение поля скоростей жидкости. Доказательство основано на редукции исходной бесконечномерной задачи к одномерной Гиббсовой системе с конечномерным компактным фазовым пространством, которая, как оказывается, имеет единственную Гиббсову меру. Излагаемые результаты получены совместно с Арменом Ширикяном.

Заседание 21 декабря 1999 г. С. П. Новиков. *Анализ на графах.*

Последние два года автор развивал несколько аспектов анализа и спектральной теории на графах: теорию рассеяния и ее связь с симплектической геометрией, нелинейные лагранжевы системы на графах (с А. Шварцем), солитонные системы на тривалентном дереве (с И. Кричевером). Эти вопросы обсуждаются в докладе.

Заседание 28 декабря 1999 г. В. В. Никулин. *Доказательство Борчердсом гипотезы о модулярности градуированного представления Монстра (Monster Moonshine Conjecture – глупая гипотеза о Монстре).*

Цель лекции – рассказать о результатах одного из Филдсовских лауреатов последнего Математического конгресса в Берлине, Ричарда Борчердса.

Монстр – спорадическая простая группа самого большого порядка. Еще до того, как существование Монстра было полностью доказано, Конвей и Нортон (1979) предложили гипотезу, что существует градуированное представление Монстра $V_{-1} \oplus V_1 \oplus V_2 \oplus V_3 \dots$ такое, что для любого элемента g Монстра соответствующий градуированный след $\sum_j \text{Tr}(g | V_j) \exp(2\pi i j \tau)$ является главной (т.е. порождающей все другие) модулярной функцией на верхней комплексной полуплоскости H для подходящей подгруппы $G \subset SL_2(Z)$. Эти функции аналогичны классической главной модулярной функции $j(\tau)$ относительно $SL_2(Z)$, которая получается, когда g отвечает тривиальному элементу Монстра. Доказательство этой гипотезы было дано Борчердсом в 1992 году, за что (главным образом) он и получил Филдсовскую медаль в 1998 году.

Доказательство потребовало введения и исследования новых алгебраических структур: вертексных алгебр и обобщенных алгебр Каца–Мути, которые оказались чрезвычайно важными и сами по себе в математике и физике. Их появление во многом инспирировано исследованиями физиков по теории струн.

В докладе рассказано об основных моментах доказательства.