Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

В. В. Козлов, Софья Ковалевская: математик и человек, *УМН*, 2000, том 55, выпуск 6, 159–172

DOI: <https://doi.org/10.4213/rm353>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.80.97.219

26 апреля 2023 г., 03:05:08

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЖИЗНЬ

СОФЬЯ КОВАЛЕВСКАЯ: МАТЕМАТИК И ЧЕЛОВЕК

1. Вместо введения. В истории науки найдется немного женских имен, которые были бы известны всему миру, о которых знал бы, хотя бы понаслышке, каждый образованный человек. К числу таких женщин, имеющих мировую славу, принадлежит Софья Васильевна Ковалевская, которая своими выдающимися достижениями в математике и механике прославила русскую науку.

Конечно, и до Ковалевской были женщины-ученые, но она превосходила своих предшественниц талантом и значительностью полученных результатов, а также была первой в мире женщиной-профессором, избранной в Академию наук за свои научные достижения. Становится понятным, почему именно Софье Ковалевской принадлежит исключительное место в истории женского движения, особенно на Западе, поскольку почти вся профессиональная деятельность Ковалевской прошла в европейских университетах. Большой популярности Ковалевской содействовал также тот интерес, который вызывали ее многосторонняя живая натура и ее литературный талант. Вот как описывал внешность Софьи Ковалевской известный датский литературный критик Георг Брандес: «Кто лишь мимолетно видел эту замечательную русскую женщину, сохранил воспоминание об изящной даме небольшого роста, с блестящими пронизательными глазами и необычайно живыми и почти красивыми чертами лица, с глубокою морщиной между глазами, выражавшею умственное напряжение. Вся она казалась воплощением подвижности, ее разговор отличался тревожным, почти слишком напряженным оживлением, а отыскивая подходящее выражение для изъяснения своих мыслей, она могла в полчаса забегать в область трех-четырех различных языков».

Сама С. В. Ковалевская сказала о себе однажды так: «Я получила в наследство страсть к науке от предка, венгерского короля Матвея Корвина; любовь к математике, музыке и поэзии — от деда матери с отцовской стороны, астронома Шуберта; личную любовь к свободе — от Польши; от цыганки прабабки — любовь к бродяжничеству и неумение подчиняться принятым обычаям; остальное — от России».

Передо мной стоит двоякая задача. С одной стороны, надо рассказать о личности замечательной женщины-ученого, а с другой — сделать обзор ее математических достижений, а также развития и современного состояния круга вопросов, которыми она активно занималась.

При написании биографической части этого очерка использованы, в основном, следующие книги:

П. Я. Кочина. Софья Васильевна Ковалевская. М.: Наука, 1981.

В. В. Годубев. Талант без почвы. Ижевск: ИПРИМ, 1999.

А.-Ш. Леффлер. Софья Ковалевская. С.-Петербург: Издание редакции журнала «Северный вестник», 1893.

2. Детство и юность. Начну с данных биографического характера. С. В. Ковалевская родилась 3 января (по старому стилю) 1850 года в Москве в доме на Петровском бульваре. Кстати, этот небольшой особняк сохранился и находится в хорошем состоянии; сейчас там располагается один из российских банков.

Ее отец, Василий Васильевич Корвин-Круковской, был артиллерийским генерал-лейтенантом. Ее прадед по матери Федор Иванович (более точно, Фридрих Теодор) Шуберт был известным астрономом и математиком, академиком Петербургской академии наук, активно переписывался с Лапласом, Гауссом и Бесселем. Ее дед Федор Федорович Шуберт – астроном и геодезист – был почетным членом Академии. Детство С.В. Ковалевская провела в имении родителей в селе Палибино Витебской губернии. Сейчас это – Псковская область.

Она получила хорошее воспитание и образование. Ее воспитательница – англичанка Смит, обучавшая Софу английскому и французскому языкам, – энергично проводила довольно жесткую систему, направленную на приобретение навыков к систематической и упорной работе. Впрочем, это не входило в противоречие с натурой самой Софы. Преподавателем по всем наукам в семье Корвин-Круковских был учитель Иосиф Игнатьевич Малевич, составивший свои воспоминания. Это был опытный преподаватель, умевший возбуждать интерес к предмету. Вот один из эпизодов в воспоминаниях Малевича. “. . . Прошли три-четыре года всегда успешных занятий без всяких выдающихся эпизодов, но когда дошли мы в геометрии до отношения окружности круга к диаметру . . . ученица моя, излагая данное при следующем уроке, к удивлению моему пришла совсем другим путем и особенными комбинациями к тому же самому выводу”. Малевич признается, что когда он указал на несколько окольный характер пути, выбранного ученицей, юный математик покраснел и заплакал. “Но – прибавляет Малевич – это были первые и последние слезы ученицы за уроком во все время моего десятилетнего преподавания”.

По мнению брата Ковалевской, Федора Васильевича Корвин-Круковского, ее воспитатели, в частности, англичанка, “. . . противились слишком свободному развитию ее ума и старались сделать из Софы светскую барышню”. И Софе приходилось вести определенную борьбу за свободу своего образования.

Знакомые отца, профессора Лавров и Тыртов, обратили внимание на математическое дарование Софы, и отец, гордый признанием ее выдающихся способностей, разрешил пятнадцатилетней Софе брать уроки высшей математики у известного петербургского педагога Страннолюбского. Есть сведения, что юная Ковалевская (как и впоследствии А.М. Ляпунов) обращалась за советами по поводу занятий математикой к самому П.Л. Чебышёву, главе русских математиков.

В 60–70 годах позапрошлого века среди женщин в России активно развивалось стремление к образованию, получить которое они могли лишь в зарубежных университетах, поскольку высших школ для женщин в России еще не было, а в мужские высшие школы их не допускали. Учиться, чтобы затем с удвоенной энергией служить Родине, – вот какими стремлениями руководствовалась женская молодежь, которая во имя этих идеалов с легким чемоданчиком и часто без достаточных средств стремилась в гостеприимные швейцарские университеты, наперекор судьбе и обществу. Дело в том, что университеты Швейцарии отличались своей либеральностью, хотя, конечно, более высокий рейтинг имели университеты в Германии, Франции и Англии.

Вот как описывала сама С.В. Ковалевская эти чувства: “О, это было такое счастливое время! Мы так сильно увлекались новыми идеями, открывавшими перед нами, мы были так глубоко убеждены, что существующее состояние общества не может долго продлиться, мы уже видели в недалеком будущем наступление нового времени, времени свободы и всеобщего просвещения . . . и нам была невероятно приятна мысль, что мы уже живем одною общею мыслью с этим временем”.

С целью освобождения от родительской опеки некоторые девушки заключали фиктивные браки с людьми, которые сочувствовали женскому движению и предоставляли своим фиктивным женам полную свободу.

София Корвин-Круковская в возрасте 18 лет фиктивно вышла замуж за Владимира Онуфриевича Ковалевского, либерального интеллигента, который в то время занимался переводом и изданием литературы по биологии. Впоследствии их брак стал фактическим и у них родилась дочь, которую тоже называли Соней. На самом деле “фиктивного” мужа искали для Анянты, старшей сестры Софы, которая была старше ее на 7 лет и пробовала заниматься литературной деятельностью. Но когда Владимира Онуфриевича познакомили с обеими сестрами, то он решительно заявил, что женится только на младшей и ради пользы науки. Вот что он написал старшему брату Александру Онуфриевичу, впоследствии крупному зоологу, академику: “Несмотря на свои 18 лет, воробышек (так называли Софию Васильевну за ее моложавый вид и малый рост) образована великолепно, знает все языки, как свой собственный, и занимается до сих пор главным

образом математикой; причем проходит уже сферическую тригонометрию и интегралы – работает, как муравей, с утра до ночи, и при всем том жива, мила и очень хороша собой”.

Интересно, что решающий шаг в своем замужестве сделала сама Софья. Предвидя решительный отказ на свой брак с В. О. Ковалевским со стороны своих родителей (с учетом, что ее старшая сестра 23-летняя Анна была еще не замужем), она осмелилась на неожиданный и дерзкий поступок. Однажды вечером, накануне званого обеда у Корвин-Круковских, Софья незаметно вышла из дома и направилась на квартиру В. О. Ковалевского, оставив на столе записку: “Папа, прости меня, я у Владимира. Прошу тебя не противиться больше моему браку с ним”. Отцу пришлось вытерпеть унижение и отправиться за дочерью. К концу обеда в столовую вошли отец и дочь в сопровождении Владимира Ковалевского, который был представлен гостям как жених Софьи.

Вскоре, по совету старшего брата, Владимир Онуфриевич стал активно заниматься исследованиями по зоологии и получил выдающиеся результаты мирового уровня и признания. Он стал основателем новой науки – эволюционной палеонтологии. Вообще, зоологи считают Владимира Онуфриевича светлой личностью и великим ученым. И, пожалуй, только среди ученых – зоологов Софья Васильевна имеет отрицательную репутацию. Дело в том, что после женитьбы Владимир Онуфриевич решил серьезно заняться бизнесом, чтобы, заработав средства, обеспечить возможность для Софьи Васильевны и себя беспрепятственно заниматься затем наукой. Однако, этим наивным планам не суждено было сбыться. Вскоре он стал президентом нефтяной компании, работавшей в Баку. Дела шли все хуже и хуже и затем компания обанкротилась с большими долгами, что привело Владимира Онуфриевича к самоубийству.

3. Карл Вейерштрасс. Но вернемся к 1869 году, когда С. В. Ковалевская вместе со своей подругой Юлией Лермонтовой, занимавшейся химией, оказалась в Гейдельбергском университете (Германия). Там Софья Васильевна в течении трех семестров слушала лекции Кенигсбергера – ученика знаменитого Карла Вейерштрасса – по теории эллиптических функций, а также посещала курсы лекций Кирхгофа, Дю-Буа-Реймона и Гельмгольца.

В 1870 г. Софья Ковалевская поехала в Берлин, чтобы слушать лекции самого Вейерштрасса. Однако, ей было в этом отказано по причинам общего характера. Вейерштрасс сам тоже придерживался традиционных и консервативных взглядов на женское образование и был противником допущения женщин в германские университеты. Однако, благодаря блестящим отзывам Кенигсбергера, а также уступив напору и обаянию Софьи Васильевны, он в итоге согласился давать ей частные уроки по математике.

Здесь, наверное, надо сказать несколько слов о самом Вейерштрассе, одном из наиболее выдающихся математиков за всю историю; к тому времени ему было 55 лет. Карл Вейерштрасс родился в 1815 году в провинциальном городке в семье католиков. После окончания католической гимназии, он поступает в Боннский университет, где учился сначала не математике, а юриспруденции. Похоже, занятия в университете его мало интересовали, и его каждый вечер видели в местном трактире одним из самых веселых посетителей; кроме этого, он регулярно посещал фехтовальный зал. “Как это увязывалось с его остальным развитием, для меня остается непонятным”, – пишет по этому поводу Феликс Клейн.

Еще с гимназических времен Вейерштрасс много и упорно работал самостоятельно. Этой привычке он не изменял и позже, работая учителем средней школы в провинциальных городках, названия которых едва ли можно где-нибудь встретить. Все это время он работал над общей теорией абелевых функций, основы которой он почерпнул из проштудированных им работ Якоби по обращению абелевых интегралов. По поводу этой теории Феликс Клейн однажды сказал: “В мои студенческие годы во время первой мировой войны абелевы функции (под влиянием унаследованных от Якоби и Вейерштрасса традиций) считались неоспоримой вершиной математики. Каждый из нас, естественно, испытывал честолюбивое стремление самостоятельно продвинуться в этой области. А теперь? Молодое поколение вряд ли вообще знакомо с абелевыми функциями”. Такая характеристика во многом справедлива и сегодня. Правда, за тем исключением, что в последние 15–20 лет теория абелевых функций вновь привлекла к себе интерес в связи с вопросами точного интегрирования дифференциальных уравнений в развитие как раз идей Ковалевской, о которых я буду говорить ниже.

В основу своей теории аналитических функций Вейерштрасс положил степенные ряды (в том числе и нескольких переменных) и общую идею аналитического продолжения. Систематическая разработка этих идей привела его к фундаментальным открытиям в теории алгебраических функций, причем попутно он отметил множество результатов общего характера, которыми теперь пестрят учебники по математическому анализу.

В 1854 г. за выдающиеся результаты по теории функций Вейерштрасса избирают почетным доктором университета в Кенигсберге, а в 1856 г. приглашают в Берлин для работы в Берлинской академии и университете. Он около 30 лет читал лекции, однако мало публиковал, в том числе и лекции. Более того, он даже не разрешал их литографировать, а требовал, чтобы они переписывались, – “явление, безусловно, странное в наш “гуттенберговский век” (Ф. Клейн). Многие из его результатов мы узнаем из публикаций его учеников. Он даже упрекал лидера французских математиков Шарля Эрмита за поощрение быстрых и скоропалительных публикаций его учеников Пуанкаре, Пикара, Аппеля и др. В этом он напоминал великого Гаусса, который резко отрицательно (и даже несколько оскорбительно) отзывался о небывалой математической продуктивности своего французского соперника Коши (опубликовавшего за свою жизнь около 800 научных работ). В этом, наверное, проявляется, в частности, немецкая основательность и французская легкомысленность.

Вейерштрасс создал большую математическую школу; среди его прямых учеников – С. Ковалевская, Миттаг-Лефлер, Шварц, Шоттки, Кенигсбергер, Фробениус и др.

Ковалевская занималась у Вейерштрасса с небольшими перерывами четыре года. Он писал своему другу, математику Фуксу: “Что касается математического образования Ковалевской, то могу уверить, что я имел очень немногих учеников, которые могли бы сравниться с нею по прилежанию, способностям, усердию и увлечению наукой”.

На занятиях он повторял ей содержание лекций, прочитанных студентами, делился своими идеями и результатами неопубликованных работ, обсуждал постановки перспективных задач. В своих работах Ковалевская, как и другие ученики Вейерштрасса, часто формулировала и приводила доказательства результатов своего великого учителя.

О характере их отношений можно судить по письму Вейерштрасса к Ковалевской, написанному в 1873 г. во время его отпуска. “Как чудесно мы оба, – ты с твоей полной фантазий душой, и я, возбужденный и освеженный твоим энтузиазмом, могли бы грезить и мечтать здесь над многими загадками, которые нам остается разрешить, над устойчивостью системы мира и над остальными великими задачами математики и физики будущего. Но я уже давно научился считать с тем, что не всякий прекрасный сон осуществляется”. После этого становятся понятными слова Ф. Клейна: “Мы должны быть благодарны Ковалевской еще и за то, что она вывела Вейерштрасса из его замкнутости, и за то, что теперь перед каждым ближе встает образ этого учителя в его письмах к своей близкой ученице”.

Любопытно, что Ковалевская, по-видимому, очень ревнивая по натуре, однажды взяла с Вейерштрасса слово, что он не будет заниматься математикой ни с какой другой женщиной. Однако потом она сама (с женской непоследовательностью) собиралась послать ему какую-то симпатичную ученицу, на что Вейерштрасс ответил, что он верен своему обещанию и уже отказал одной немецкой даме, которая просила заниматься с ним геометрией.

4. Докторская степень. В 1874 г. после четырех лет занятий Вейерштрасс поставил перед Геттингенским университетом вопрос о присуждении Ковалевской за три работы степени доктора философии заочно и без экзаменов. Положительные отзывы дали уже упоминавшийся Ш. Эрмит – глава французских математиков, знаменитый итальянский геометр Бельтрами и норвежский математик Бьеркнес, специалист по гидродинамике. По мнению Вейерштрасса каждая из этих работ была достойна присуждения исковой степени.

Ковалевская опубликовала всего 9 работ (см. [1]). Поэтому их не так трудно нам обзреть. Сначала обсудим эти три работы, представленные к присуждению докторской степени.

Первые две написаны под сильным влиянием Вейерштрасса. В первой из них (опубликованной в 1875 г.) содержится ставшая давно классической теорема Коши–Ковалевской об аналитических решениях систем дифференциальных уравнений в частных производных. Сначала Ковалевская доказывает, следуя Вейерштрассу, более простую теорему о сходимости рядов, удовлетворяющих обыкновенным дифференцированным уравнениям с аналитическими правыми частями.

Любопытно отметить, что Ковалевская приписывает авторство этой теоремы Вейерштрассу, не зная, наверное, что ее уже давно доказал Коши. Более того, следующий затем результат о решениях системы уравнений в частных производных первого порядка также был получен ранее Коши. Значит, этих фундаментальных результатов Коши не знал и сам Вейерштрасс, а также француз Эрмит!

Более того, в том же 1875 г. Г. Дарбу опубликовал в докладах Парижской академии наук две заметки, в которых он передоказал теоремы Коши. Впрочем, огромное математическое наследие Коши не сделалось прозрачным и после выхода в свет его полного собрания сочинений: рубрикация работ Коши оказалась не совсем удачной, кроме того, имеется заметное число просто неверных работ, к существованию которых Коши, видимо, относился довольно спокойно. Надо сказать, что в работе Ковалевской содержится и более общий результат о так называемых системах нормального вида, содержащих производные высших порядков. Кроме того, указан пример (который очень хвалили Вейерштрасс и Миттаг-Лефлер) системы не нормального вида, для которого расходятся ряды, формально представляющие решения. Этим примером оказалось безобидное на вид классическое уравнение теплопроводности:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2}.$$

Как заметила Ковалевская, решение этого уравнения в окрестности точки $x = 0, t = 0$ с начальным условием

$$\varphi|_{t=0} = \frac{1}{1-x}$$

представляется расходящимся рядом

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2n)!}{n!} \frac{t^n}{(1-x)^{2n+1}}.$$

Вейерштрасс позже писал, что он ничего такого необычного не предполагал и этот пример (найденный Ковалевской совершенно самостоятельно) показывает нетривиальность ее общей теоремы и он рассматривает это “как доказательство ее правильного математического чутья”.

Кстати сказать, на ранние результаты Коши по аналитическим решениям дифференциальных уравнений указал Карл Рунге, работавший тогда доцентом Берлинского университета. По словам Г. Миттаг-Леффлера “Вейерштрасс был очень изумлен”. Надо сказать, что для Ковалевской особенно обидным было то обстоятельство, что эта информация исходила от Рунге, молодого человека, которому она явно симпатизировала. В частности, Ковалевская настаивала, чтобы Миттаг-Леффлер пригласил Рунге профессором в Стокгольмский университет, где она только начала работать. Однако после этого “инцидента” Ковалевская совершенно охладела к Рунге. В одном из писем к Миттаг-Леффлеру она пишет: “Что касается Рунге, то могу только сказать Вам, что несколько фактов доказали мне, что шишка тщеславия так же безмерно развита у него, как и большинства немцев: Должна также признаться, что лично мне было бы неприятно видеть его в Стокгольме . . .”.

Смысл второй работы “О приведении одного класса абелевых интегралов третьего ранга к интегралам эллиптическим” ясен из ее названия. Она посвящена специальным вопросам теории абелевых функций и выполнена в традиционном стиле вейерштрассовой теории функций. Сам Вейерштрасс отмечает, что для ее выполнения творческий дар был менее нужен, однако здесь требуется глубокое знакомство с предметом.

Кстати, эта тематика в последнее время вновь становится популярной в связи с задачей о возможности понижения рода абелевых функций, через которые выражаются решения интегрируемых уравнений.

Наконец, третья работа выполненная Ковалевской для присуждения степени доктора философии, касается исследования формы поперечного сечения кольца Сатурна в предположении, что оно жидкое. Эта работа относится скорее к прикладной математике и продолжает и уточняет

исследование Лапласа на эту тему. Исследование формы поперечного сечения проводится последовательными приближениями. В первом приближении согласно Лапласу кольцо Сатурна имеет эллиптическое сечение. Ковалевская вычислила поправки второго приближения и получила яйцевидную форму поперечного сечения кольца. На самом деле, это исследование имеет малое отношение к реальной задаче о кольце Сатурна, поскольку вскоре подтвердилась гипотеза Максвелла о том, что кольцо состоит из метеоритов. Тем не менее, результат Ковалевской представляет несомненный интерес с точки зрения решения сложной гидродинамической задачи. Он подробно излагается (с вычислениями и графиками) в классическом трактате Тиссерана по небесной механике, а также в более поздней книге Аппеля о фигурах равновесия вращающейся жидкости и в фундаментальном учебнике Ламба по гидродинамике.

5. Время поисков. Ковалевская получила искомую степень доктора философии с высшей похвалой и затем вернулась на родину. Вначале она пыталась получить разрешение сдать магистерские экзамены, чтобы затем преподавать в университете. Однако это оказалось недоступным, и Софья Васильевна отошла на время от занятий математикой. Она стала заниматься литературно-публицистической работой, сотрудничая в газетах, где помещала научные очерки и театральные рецензии.

Живя в Петербурге, Ковалевская ближе познакомилась с Миттаг-Леффлером, шведским математиком, одним из близких учеников Вейерштрасса, который часто бывал в Петербурге. Дружба Софьи Васильевны с Миттаг-Леффлером сыграла в жизни Ковалевской большую роль. Сохранилась их обширная переписка, которая дает основу биографии Ковалевской (начиная с 1880 г.) в период ее творческого подъема. Эта переписка составляет содержание 7-го тома из серии «Научное наследство», издаваемой нашей Академией наук [2].

И Миттаг-Леффлер и Чебышёв – глава русских математиков – побуждали Софью Васильевну к продолжению занятий математикой, но без особого успеха. В 1881 г. Ковалевская поехала в Берлин к Вейерштрассу. Она побывала и в Париже, где пыталась получить место профессора на Высших женских курсах. В это время она выполняла работу «О преломлении света в кристаллах», в которой продолжила исследование известного французского математика и механика Ламе. Тема этой работы подсказана Софье Васильевне Вейерштрассом, который предложил применить к уравнениям колебания упругой среды (уравнения Ламе) его более ранние идеи об интегрировании линейных дифференциальных уравнений в частных производных. К этой пространной работе Ковалевской примыкает ее короткая заметка на ту же тему. Ковалевская, вслед за Ламе, переходит к эллиптическим координатам в трехмерном евклидовом пространстве и представляет решение уравнений колебаний через эти переменные, не заметив, что полученные решения будут многозначными функциями от исходных декартовых координат. Эту неточность заметил итальянский математик Вито Вольтерра, известный своими результатами в области функционального анализа и моделирования биологических процессов. Кстати сказать, часть этой статьи Ковалевской, где она излагает подход Вейерштрасса, перепечатана в полном собрании его трудов.

В апреле 1883 г. трагически погиб В. О. Ковалевский; его смерть она тяжело переживала. В ноябре того же года Софья Васильевна приняла приглашение Миттаг-Леффлера работать профессором Стокгольмского университета, где он был ректором. Этот момент имел принципиальное значение как прецедент: Ковалевская была первой женщиной-профессором. В Стокгольмском университете за 8 лет работы она прочитала 12 курсов. Судя по переписке с Миттаг-Леффлером, она этим занималась без особого энтузиазма, хотя (по отзывам) ее лекции пользовались успехом.

6. Задача о вращении волчка. В это же время она снова вернулась к задаче явного интегрирования уравнений вращения волчка. Это – знаменитая задача классической механики, на которую уже давно обратил ее внимание Вейерштрасс. Она об этом рассказывает в письме к Миттаг-Леффлеру от 21 ноября 1881 года.

Вращение волчка – тяжелого твердого тела вокруг неподвижной точки, как известно, описывается уравнениями Эйлера Пуассона:

$$I\dot{\omega} + \omega \times I\omega = P(r \times \gamma), \quad \dot{\gamma} + \omega \times \gamma = 0,$$

здесь $\omega = (p, q, r)$ – вектор угловой скорости твердого тела, $\gamma = (\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3)$ – единичный вектор

вертикали ($\gamma^2 = 1$), r – радиус-вектор центра масс тела, P – его вес, $I = \text{diag}(A, B, C)$ – тензор инерции твердого тела.

По-видимому, Вейерштрасс хотел решить эти уравнения в самом общем случае с помощью развитой им теории алгебраических функций и поощрял к этому своих учеников, в частности Ковалевскую. Однако усилия оказались бесплодными. В этом письме имеется загадочная фраза, что "... исследования самого Вейерштрасса показали, что дифференциальные уравнения этой задачи не могут быть удовлетворены однозначными функциями времени". Это утверждение предвосхищает результат Ляпунова 1893 года. Во всяком случае ничего написанного Вейерштрассом по этому поводу неизвестно. Ковалевская постаралась выразить решение этой задачи с помощью θ -функций, аргументы которых нелинейно зависят от времени. Однако тогда ее вычисления не привели ни к чему определенному.

А в 1885 году началось получаться! Ковалевская исходит из того, что абелевы функции времени мероморфны на комплексной плоскости: их особые точки – полюсы. Поэтому задача определения необходимых условий алгебраической интегрируемости дифференциальных уравнений вращения волчка сводится к выявлению свойства мероморфности их общего решения. И для этой цели она изобретает способ, который теперь называется методом Ковалевской. Подставляя ряды Лорана (открытые на самом деле Вейерштрассом) в дифференциальные уравнения, она прежде всего приравняет слагаемые при старших отрицательных степенях. Отсюда сначала получаются условия на порядки полюсов, а также алгебраические уравнения на старшие коэффициенты. Если эти уравнения имеют нетривиальные решения, то остальные коэффициенты рядов Лорана получаются последовательным решением линейных алгебраических систем. Поскольку мы ищем полное решение, то в итоге коэффициенты рядов Лорана должны содержать 5 свободных параметров (напомним, что вращение волчка описывается шестью уравнениями, а шестой параметр получается заменой времени t на $t - t_0$ ввиду свойства автономности). Эта в сущности простая, но замечательная идея привела Ковалевскую к выдающимся результатам.

В связи со сказанным естественно задаться вопросом: не подсказана ли эта идея Вейерштрассом? Можно смело ответить на этот вопрос отрицательно. Доказательство содержится в письме № 57 Миттаг-Леффлеру от 28 декабря 1884 г. В нем она излагает свой метод на примере более простой системы трех уравнений с квадратичными частями; по ее словам над этой проблемой она много думала, но соответствующие вычисления до конца не были ею доведены.

Уравнения вращения волчка более сложные. Во-первых, – их шесть, во-вторых, они не однородные, хотя имеют более сложную квазиоднородную структуру, открытую и использованную Ковалевской. По сути дела она заметила, что уравнения Эйлера–Пуассона инвариантны при подстановке

$$\omega \rightarrow \alpha\omega, \quad \gamma \rightarrow \alpha^2\gamma, \quad t \rightarrow t/\alpha,$$

где α – любой параметр.

Надо еще сказать, что эти уравнения содержат шесть физических параметров: три главных момента инерции (они обозначены, как обычно, A, B, C) и три координаты центра тяжести в сопутствующей системе отсчета (точнее, произведения этих координат и веса тела): обозначим их x, y, z . При некоторых ограничениях на A, B, C, x, y, z уравнения вращения явно решаются. До Ковалевской были известны два случая точной интегрируемости.

Первый из них открыт Леонардом Эйлером в 1758 году при трех условиях: $x = y = z = 0$. В этом случае центр тяжести совпадает с точкой закрепления тела, и поэтому сила тяжести не оказывает никакого действия на твердое тело. Можно сказать, что волчок Эйлера вращается по инерции.

Второй случай открыт Жозефом Лагранжем и опубликован им в 1773 году. Это – случай симметричного волчка, хорошее представление о котором дает детская игрушка – юла. Случай Лагранжа также характеризуется тремя соотношениями: если ось z – ось симметрии, то условия интегрируемости Лагранжа определяются соотношениями $A = B, x = y = 0$.

Явное решение уравнений движения в этих случаях было выражено через эллиптические функции Якоби как пример приложения его общей теории. Напомню, что работы Якоби по эллиптическим функциям были отправной точкой более широких исследований Вейерштрасса.

Поэтому в ходе вычислений Ковалевской должны были появиться оба этих случая – Эйлера и Лагранжа, в которых решения выражаются мероморфными функциями времени. Однако, Ковалевская получила еще один случай, когда $A = B = 2C$ и $z = 0$. Он определяется также тремя

условиями: тело имеет динамическую симметрию (поскольку $A = B$), а центр тяжести сдвинут в бок (перпендикулярно) от оси симметрии. Это – главное достижение Ковалевской.

Ей надо было убедиться, что в открытом новом случае решения, действительно, выражаются через мероморфные функции. А для этого надо было решить уравнения. Это оказалось очень трудным делом, и Ковалевской пришлось до предела напрячь все свои силы и в полной мере использовать свои знания в теории абелевых функций. Сначала она нашла недостающий первый интеграл уравнений движения: это функция, которая (подобно полной энергии) постоянна на решениях. Это делается для того, чтобы оказаться в условиях применимости общей теоремы Эйлера–Якоби о принципиальной возможности явного решения дифференциальных уравнений. Кстати сказать, в случаях Эйлера и Лагранжа недостающие интегралы получаются сразу же; они соответственно квадратичны и линейны по скоростям. В новом случае дополнительный интеграл, открытый Ковалевской, имеет четвертую степень и, в отличие от других интегралов, не допускает прозрачной динамической интерпретации:

$$(p^2 - q^2 + c\gamma_1)^2 + (2pq + c\gamma_2)^2,$$

где $c = x/C$ (здесь принято, что центр тяжести лежит на оси x).

После этого начался затяжной шторм задачи явного решения уравнений движения волчка, который длился более года. Ковалевская в итоге свела решение к задаче Абеля–Якоби обращения гиперэллиптических интегралов и выразила все переменные через абелевы функции рода 2. Чтобы составить представление об аналитическом мастерстве Ковалевской, достаточно посмотреть текст ее статьи! Сходные по сложности результаты были впоследствии получены немецким математиком Кеттером, который явно проинтегрировал в абелевых функциях уравнения движения твердого тела в жидкости в случаях, открытых Клебшем, Ляпуновым и Стекловым. Эти задачи, правда, несколько проще, поскольку дополнительный интеграл имеет вторую, а не четвертую (как у Ковалевской) степень. В пространной работе 1892 года Кеттер несколько упростил вычисления Ковалевской. В последние годы искусство интегрирования дифференциальных уравнений в абелевых функциях восстанавливается, но на другой, более современной теоретической основе.

При работе над этой задачей у Ковалевской возникли дополнительные затруднения так сказать личного свойства. По словам Ф. Клейна, “Она между прочим писала романы и сама переживала их”. Так вот в это время у нее начался роман с Максимом Ковалевским, известным либеральным профессором, специалистом в области права, позже избранного в Петербургскую академию наук. И знакомство их началось из-за случайных ошибок на почте: Ковалевская писала свою фамилию по-французски как “Ковалевски”, с буквой “у” на конце. И Ковалевская металась между необходимостью закончить начатую работу и желанием поехать в Лондон, чтобы увидеться с Максимом Ковалевским.

7. Премия Бордена. Основные контуры работы по вращению волчка были ясны Ковалевской уже в середине 1886 года. Она делилась этим со своими французскими коллегами. Понимая значимость этих результатов, ряд ведущих французских математиков (Эрмит, Бертран, Жордан, Дарбу) предложили объявить конкурс на соискание премии Бордена Парижской академии наук. Эта премия предназначалась за усовершенствование теории движения твердого тела. Она ранее дважды объявлялась, но значительные работы не были представлены. Ковалевской пришлось в некоторой спешке писать окончательный текст, но она успела к сроку. Ее работа, поданная под девизом “Говори, что знаешь; делай, что должен; будь, чему быть”, единогласно была удостоена премии Бордена, увеличенной с 3 до 5 тысяч франков. Кстати сказать, годовой оклад профессора во Франции в то время составлял 4 тысячи франков.

После этого события (декабрь 1888 г.) Ковалевская стала не просто известной, но знаменитой. За вторую статью о вращении волчка Софья Васильевна получила в 1889 году премию Шведской академии. О ней узнал весь культурный мир, о ней стали писать газеты и журналы, о ней повсюду говорили. В Швеции Софья Васильевна пользовалась абсолютным успехом: ею восхищались, гордились и называли не иначе как “наш профессор Соня”. Наконец, в декабре 1889 года Ковалевская была избрана иностранным членом-корреспондентом Российской академии наук как математик из Швеции. Это предложение исходило от академиков Чебышёва, Имшенецкого и Буняковского.

Ободренная этими успехами, Софья Васильевна снова активизировала свои усилия на поиске более интересного места для работы в ведущих европейских научных центрах. Попытки устроиться в Германии оказались тщетными ввиду консервативных взглядов на роль женщины. Французские математики ходатайствовали за Софью Васильевну, но дело продвигалось медленно.

8. Выборы в Петербургскую академию. Но здесь открылись другие перспективы. В конце декабря 1889 года умер академик Буняковский, открылась вакансия, и Ковалевская предприняла решительную попытку баллотироваться в академики. Ее поддержали в этом Миттаг-Леффлер и, главное, Эрмит, который писал Чебышёву о своем удовлетворении тем, что Софью Васильевну выбрали в члены-корреспонденты, и надежде, что Петербургская Академия не остановится на этом первом шаге.

Однако, как писала Ковалевская Миттаг-Леффлеру: “У меня очень серьезный конкурент в лице Маркова. Он пользуется большим покровительством, и я уверена, что большинство будет за него ...”.

Андрей Андреевич Марков был на 6 лет моложе Софьи Васильевны. Основные его работы касались теории чисел, теории приближений и теории вероятностей. Эта тематика была особенно близка П. Л. Чебышёву.

Марков считал Ковалевскую серьезным конкурентом и зря времени тоже не терял. Он внимательно прочитал работы Ковалевской по теории волчка и поскольку сам был прекрасным математиком, то смог заметить некоторые недочеты. В свойственной ему напористой манере он всюду говорил, что работа Ковалевской ошибочна и что ей присудили премию только потому, что ее работы никто не читал. Отчасти Марков был прав: при отыскании решений в виде рядов Лорана Ковалевская ограничилась только одним естественным выбором порядков полюсов:

$$\omega = \frac{\omega-1}{t} + \omega_0 + \omega_1 t + \dots, \quad \gamma = \frac{\gamma-2}{t^2} + \frac{\gamma-1}{t} + \gamma_0 + \dots.$$

Между тем, как заметил Марков, возможны другие наборы и поэтому по его мнению анализ Ковалевской был неполон и, возможно, она пропустила другие случаи интегрируемости.

Однако, эти замечания оказались не столь существенными. Вот что сказано об этом в работе А. М. Ляпунова 1893 г.: “Но, вполне соглашаясь с А. А. Марковым относительно недостаточности этого анализа, я тем не менее склонен был думать, что вопрос разрешается в том именно смысле, как полагала С. В. Ковалевская, и что решение его может быть достигнуто без особых затруднений, если несколько иначе приняться за дело”. Модифицировав рассуждения Ковалевской, Ляпунов доказал даже больше: в случаях, отличных от случаев Эйлера, Лагранжа и Ковалевской, типичные решения ветвятся на плоскости комплексного времени. Здесь стоит вспомнить неопубликованный результат Вейерштрасса, о котором упоминала однажды Ковалевская.

Кстати сказать, Ляпунов впоследствии “поправил” и самого А. А. Маркова, доказав в 1900–1901 гг. центральную предельную теорему теории вероятностей при существенно более слабых предположениях, чем это сделал ранее Марков, обосновывая метод моментов своего учителя Чебышёва.

К вопросу, поставленному А. А. Марковым, можно подойти и с точки зрения метода Ковалевской. Другой выбор порядков полюсов в рядах Лорана, представляющих полное решение уравнений Эйлера–Пуассона, эквивалентен переходу к другой квазиоднородной структуре. Относительно этой структуры уравнения перестают быть квазиоднородными, принимая более сложную и форму полуквазиоднородной системы уравнений. Кроме того, квазиоднородное укорочение такой системы уже не будет системой дифференциальных уравнений: она вообще не содержит производных некоторых переменных. Как отмечено в [3], ряды Лорана, формально удовлетворяющие таким системам уравнений, как правило расходятся. Ситуация здесь точно такая же, как и в примере Ковалевской “не нормального” уравнения в частных производных с расходящимся формальным решением.

Надо сказать, что Марков несколько перестарался в соперничестве с Ковалевской за место академика. На самом деле у Софьи Васильевны было очень мало шансов на успех. Во-первых, она не работала в России, и у нее практически не было личных контактов с членами Петербургской академии. К тому же Чебышёв – лидер русских математиков – имел необъяснимую неприязнь к теории функций комплексного переменного и к комплексным числам вообще. Между тем,

основное содержание работ Ковалевской по теории волчка составляет рассмотрение решений как функций комплексного времени. Кстати сказать, эта нелюбовь Чебышёва к комплексным числам вышла ему, так сказать, “боком”: асимптотический закон распределения простых чисел, к выводу которого Чебышёв подошел ближе всех, был впервые доказан Валле-Пуссенном и Адамаром именно средствами комплексного анализа.

Как бы то ни было, Софью Васильевну не выбрали академиком, и ей пришлось вернуться к чтению лекций в Стокгольме. В это время она написала свою девятую по счету статью по теории потенциала, в которой дала упрощенное доказательство одной теоремы Брунса. Эта статья напечатана в “Acta Mathematica”.

Возвращаясь осенью 1890 года с каникул (которые она провела на юге Франции) в Швецию, Софья Васильевна заболела воспалением легких и скончалась 29 января 1891 года в возрасте 41 года. Ее старый учитель – знаменитый Вейерштрасс – пережил свою ученицу на целых шесть лет. Она была похоронена в Стокгольме при большом стечении народа. На похоронах присутствовали много известных людей, в частности, Максим Максимович Ковалевский и Миттаг-Леффлер. В 1896 году на деньги русских студенток Высших женских курсов был поставлен памятник на могилу Софьи Васильевны.

9. Научное наследие. Остановимся теперь, хотя бы кратко, на развитии идей и результатов Софьи Васильевны Ковалевской. Ввиду ограниченности места я коснусь только тех вопросов, которые связаны с ее премированными работами.

9а. Исследованию вращения волчка Ковалевской посвящено очень большое число работ. Прежде всего встала задача качественного описания вращения твердого тела в случае Ковалевской. Эта задача тем более актуальна, поскольку в других проинтегрированных случаях (Эйлера и Лагранжа) ее удалось решить благодаря усилиям таких выдающихся ученых, как Пуансо, Пуассон, Альфан, Дарбу и др. Особенно просто и ясно выглядит вращение волчка Эйлера. Согласно Пуансо при вращении по инерции твердого тела его эллипсоид инерции (жестко связанный с телом и его форма определяется распределением масс тела) катится без проскальзывания по некоторой неподвижной плоскости, положение которой однозначно определяется начальными условиями (положением тела и его угловой скоростью). Эта простая и ясная геометрическая картина Пуансо служила идеалом качественного исследования вращения твердого тела. Однако непосредственно она не переносится на другие, более сложные, типы движений. В случае Лагранжа естественно изучить прежде всего движение оси симметрии. Более точно, изучить вид траектории некоторой фиксированной ее точки, которая, очевидно, движется по неподвижной сфере. Ответ такой: точка совершает периодические движение по замкнутому овалу, который в свою очередь вращается вокруг вертикальной оси с постоянной угловой скоростью. В зависимости от соотношения между периодом движения по овалу и угловой скоростью вращения овала получаем три различных вида траектории, которые воспроизводятся в каждом университетском курсе теоретической механики.

С волчком Ковалевской дело обстоит гораздо сложнее. Несмотря на значительные усилия многих известных математиков и механиков (в их числе такие ученые, как Н.Е. Жуковский, Г.В. Колосов, Г.Г. Аппельрот и др.), ясной картины пространственного вращения волчка Ковалевской долго не удавалось получить. Дело в том, что аналитические функции для решений, полученные Ковалевской, оказались настолько сложными и малообозримыми, что их использование для анализа качественного поведения волчка представляется совершенно нереальным. Более того, даже ставились эксперименты с волчком Ковалевской, чтобы ухватить основные особенности его вращения. Так, Н.И. Мерцалов помещал на оси динамической симметрии волчка электрическую лампочку и затем в темноте снимал вращение на кинолентку. Следы лампочки, опубликованные в сборнике Академии наук, посвященном 100-летию Ковалевской, оказались запутанными и нисколько не прояснили задачу. Н.И. Мерцалов высказывал мнение, что волчок Ковалевской найдет применение [4]. Это мнение сейчас представляется безосновательным.

Причина неудач связана с тем, что в то время еще не были выявлены общие свойства траекторий интегрируемых гамильтоновых систем, обладающих полным набором независимых первых интегралов. Оказывается, в компактном случае фазовое пространство расслаивается на многомерные торы, заполненные условно-периодическими траекториями: существуют такие угловые

координаты, которые равномерно изменяются со временем. Интересно отметить, что такая геометрическая картина впервые была открыта и использована в старой квантовой механике для того, чтобы в инвариантной форме представить условия квантования Бора–Зоммерфельда. Стоит еще подчеркнуть, что динамические системы на двумерном торе изучены еще Пуанкаре в его известных мемуарах “О кривых, определяемых дифференциальными уравнениями” (1881–1882 гг.). К сожалению, авторы работ по волчку Ковалевской не были знакомы с идеями Пуанкаре.

Изучение пространственного вращения волчка Ковалевской было темой моей кандидатской диссертации, защищенной в 1974 году. Во-первых, с использованием формул Ковалевской были введены равномерно меняющиеся угловые координаты. В частности, отношение частот получившихся условно-периодических движений оказалось равным отношению периодов гиперэллиптического интеграла, который получила Ковалевская при сведении исходных уравнений к задаче обращения Абеля–Якоби. Впоследствии более общие результаты получены С. П. Новиковым и А. П. Веселовым, изучившими алгебро-геометрические аспекты введения канонических переменных действие–угол для волчка Ковалевской.

Не вдаваясь в детали исследования (см. [5]), скажу лишь о том, как движется ось динамической симметрии (точнее точки этой оси). Оказывается, в типичном случае, когда отношение упомянутых выше частот иррационально, траектория этой точки всюду плотно заполняет некоторую двумерную область на сфере, а сама эта область равномерно вращается вокруг вертикали. Для сравнения, в случае Лагранжа эта область вырождается в одномерный овал, а в случае Эйлера этот овал к тому же неподвижен. Отсюда сразу видно, насколько сложнее качественная картина вращения волчка Ковалевской по сравнению с другими ранее найденными случаями.

Современные исследования по волчку Ковалевской обычно ограничиваются исследованием особенностей расслоения шестимерного фазового пространства уравнений Эйлера–Пуассона на двумерные торы (см., например, [6], где приведены ссылки на более ранние работы). Между тем с точки зрения реальной динамики больший интерес представляет изучение строения указанных выше областей на сфере Пуассона, которые равномерно вращаются вокруг вертикали. Эти области являются образами двумерных торов Лиувилля (совместных уровней четырех интегралов уравнений Эйлера–Пуассона) на сферу при неявно заданном отображении. Отметим еще, что эти области неподвижны, если обращается в нуль проекция кинетического момента волчка на вертикаль (постоянная площадей).

9b. На самом деле, как показало время, наиболее существенное значение имеет не сколько собственно случай Ковалевской, сколько общий метод, предложенный Ковалевской для поиска интегрируемых случаев. Этот метод, усовершенствованный и развитый во многих направлениях, в настоящее время является наиболее эффективным и конструктивным способом поиска новых интегрируемых систем, в том числе и дифференциальных уравнений в частных производных.

Изложим общую идею метода Ковалевской в форме, которую придал этому методу А. М. Ляпунов. Рассмотрим квазиоднородную систему дифференциальных уравнений

$$\dot{z}_s = f_s(z_1, \dots, z_n), \quad 1 \leq s \leq n,$$

инвариантную относительно преобразований подобия

$$t \rightarrow t/\alpha, \quad z_1 \rightarrow \alpha^{g_1} z_1, \dots, z_n \rightarrow \alpha^{g_n} z_n$$

с целыми положительными g_s . Эти числа называются показателями квазиоднородности. Многие уравнения динамики обладают квазиоднородной структурой. В частности (как уже отмечалось), уравнения вращения тяжелого волчка квазиоднородные.

Сначала заметим, что наши уравнения допускают частные мероморфные решения:

$$z_1 = \frac{c_1}{t^{g_1}}, \dots, z_n = \frac{c_n}{t^{g_n}},$$

где $c_1, \dots, c_n$ удовлетворяют алгебраической системе уравнений

$$f_s(c_1, \dots, c_n) = -g_s c_s \quad (1 \leq s \leq n).$$

Эти уравнения, как правило, допускают ненулевые комплексные корни.

Запишем теперь уравнения в вариациях для указанных частных мероморфных решений:

$$t\dot{x}_i = \sum_{j=1}^n K_{ij}x_j, \quad 1 \leq j \leq n, \quad K_{ij} = \frac{\partial f_i}{\partial x_j}(c) + g_j\delta_{ij},$$

где δ_{ij} – символ Кронекера. Матрица $K = \|K_{ij}\|$ называется матрицей Ковалевской, а ее собственные значения $\rho_1, \dots, \rho_n$ – показателями Ковалевской.

Как показал Ляпунов, если решения исходной системы являются однозначными функциями комплексного времени, то

- 1) ρ_s – целые числа для всех s ,
- 2) $\rho_1, \dots, \rho_n$ имеют простые элементарные делители.

Один из показателей Ковалевской всегда равен -1 . Если решения представляются мероморфными функциями времени, то остальные показатели будут натуральными числами.

Показатели Ковалевской тесно связаны со структурой первых интегралов и полей симметрий квазиоднородных систем дифференциальных уравнений. Обзор известных результатов в этом направлении можно найти в недавней работе [7].

9с. После работ Ковалевской по теории волчка, в 1906–1908 гг. французский математик и механик Гюссон рассмотрел более детально один из аспектов достижения Софьи Васильевны, связанный с открытием дополнительного первого интеграла – закона сохранения, который имел вид полинома 4-й степени. Он поставил вопрос об условиях, при которых уравнения вращения волчка допускают дополнительный полиномиальный первый интеграл. Принципиально эта задача не нова. Еще раньше похожую задачу рассмотрел один из учеников Вейерштрасса – Брунс, доказавший несуществование таких интегралов в знаменитой задаче трех тел. Кстати сказать, работы Гюссона оказались не безупречными. Однако в результате удалось доказать, что дополнительный полиномиальный интеграл имеется только в случаях Эйлера, Лагранжа и Ковалевской, т.е. только тогда, когда общее решение представляется однозначными функциями на плоскости комплексного времени. Долгое время оставалось неясным, случайно ли такое совпадение или нет. Эту проблему пропагандировал известный французский математик Поль Пенлеве, получивший выдающиеся результаты о поведении решений дифференциальных уравнений как функций комплексного переменного. Кстати сказать, Пенлеве обладал и незаурядными административными способностями: он занимал посты сначала министра народного просвещения, затем министра обороны (забавный переход!), затем премьер-министра (в 1917–1925 гг.), а в 30-х годах – министра авиации Франции.

Задача Пенлеве довольно деликатная: можно привести примеры простых по виду интегрируемых систем с хорошими первыми интегралами, а их решения не однозначные и ветвятся. Тем не менее, в 1976 г. мной были найдены достаточные условия (выполняющиеся в типичной ситуации), когда из многозначности общего решения вытекает отсутствие полиномиальных (и даже голоморфных) первых интегралов (см. [5]). Доказательство использовало метод малого параметра Пуанкаре. Затем С. Л. Зиглин получил решение задачи Пенлеве в терминах группы монодромии уравнений в вариациях. Он опирался на метод Ляпунова, о котором уже говорилось выше. Результаты С. Л. Зиглина получили широкую известность и часто цитируются. Подробнее изложение этого круга вопросов можно найти в монографии [8].

9d. В заключение упомянем еще об одном круге вопросов, связанном с исследованиями Ковалевской. Дело в том, что первые интегралы уравнений динамики – полиномы по импульсам (либо функции от полиномов). Например, интеграл Ковалевской – многочлен 4-й степени. Как показали А. Т. Фоменко и А. В. Болсинов, этот интеграл не приводимый – не сводится к интегралу меньшей степени. Спрашивается, какие вообще степени могут иметь полиномиальные интегралы уравнений динамики (скажем, в наиболее простом случае двух степеней свободы)? Если задачу рассматривать локально, то, используя теорему Ковалевской об аналитических решениях линейных систем уравнений в частных производных, можно показать, что степень может быть любой (см. [8]). Однако, ситуация резко меняется, когда мы рассматриваем задачу в целом. Здесь уже начинают играть существенную роль топологические рассуждения. Например, если конфигурационное пространство – это поверхность рода ≥ 2 (сфера, к которой приклеено ≥ 2 ручки),

то интегралов вообще нет (см. [8]). Если это тор (одна ручка), то практически доказано, что степень неприводимого интеграла ≤ 2 [9]. Самый сложный случай, когда род поверхности равен нулю. Это – сфера. Используя результат Ковалевской о волчке, можно указать систему на сфере с неприводимым интегралом 4-й степени. И по сути дела этот пример пока единственный. Пока не удалось найти примеры с интегралами степени > 4 . Не исключено, что их просто нет!

Эти задачи достаточно трудные, поскольку они связывают аналитические и топологические характеристики динамических систем. Открытие неожиданных связей между топологией конфигурационных пространств и строением полиномиальных интервалов также, как мы видим, навеяно исследованиями Ковалевской.

10. Заключительные замечания. В заключение сделаем несколько зарисовок психологического свойства.

С. В. Ковалевская всегда страстно стремилась к достижению того, что она в данное время считала важнейшим делом жизни. Она никогда не бросала главной цели для достижения чего-либо второстепенного. Ковалевская обладала страстным темпераментом, была ревнива и имела склонность к самоанализу и самонаблюдению. По словам А.-Ш. Леффлера в делах сердечных она была настолько же требовательна и постоянна, насколько невнимательна и невзыскательна ко всем другим внешним жизненным обстоятельствам. Интересно отметить, что Ковалевская, столь богато одаренная натура, не любила и не старалась понять живопись, скульптуру, архитектурные памятники. Проживши столько времени в Париже, она не разу не посетила Лувр, а к украшению комнат, к их интерьеру она всегда высказывала глубокое равнодушие.

Ковалевская была замкнута по природе, и на самом деле было немного людей, которых она считала себе равными и общение с которыми доставляло ей настоящее удовольствие. И только гибкость характера и желание всем нравиться обуславливали ее дружеское и непринужденное отношение к окружающим.

В жизни С. В. Ковалевская отличалась некоторой рассеянностью и непрактичностью, что часто приводило ее к различного рода бытовым затруднениям. И практически всегда где-то рядом находились мужчины, которые считали для себя почетной обязанностью оказать ей всяческую помощь и поддержку. Однако выше всего Ковалевская ценила интеллектуальное общение. Вот как описывает А.-Ш. Леффлер знакомство Софьи Васильевны с одним поляком, который интересовался математикой и поэзией, а еще больше политикой. “Ее отношения к молодому поляку заключались исключительно в обмене мыслей, в отвлеченных анализах чувств. Они сидели друг против друга и разговаривали, разговаривали и разговаривали, опьяняя сами себя этим бурным, неиссякаемым потоком слов, составляющим характерную особенность вообще всех славян”.

С. В. Ковалевская была одновременно созидательной и восприимчивой натурой. И чтобы созидать, ей были нужны стимулы со стороны другого ума. Поэтому научная деятельность С. В. Ковалевской, в основном, была развитием идей ее великого учителя. Более того, Ковалевская для себя разработала идею союза двух умов, взаимно поддерживающих друг друга и могущих приносить плоды только в совместной работе. Такая совместная работа при любовном союзе между мужчиной и женщиной – это тот идеал, которого она желала и которого так и не достигла. Она считала, что никогда не может встретить свою “половину” в Швеции, и это убеждение постепенно переросло в нелюбовь к этой стране и в стойкое желание покинуть Швецию. С другой стороны, только в больших европейских научных центрах она находила тот умственный стимул, в котором нуждалась.

Математические исследования не всегда доставляли ей радость. Она однажды сказала, что обладание способностями к научным занятиям – настоящее несчастье, особенно для женщины, вынужденной заниматься таким делом, которое никогда не может доставить ей счастье.

Возвращаясь к образу Ковалевской – первой женщины-математика, получившей мировое признание, естественно попытаться сравнить ее с теми, кто шел вслед за нею. И первое имя, которое приходит на ум, это Эмми Нетер. Она внесла выдающийся вклад в развитие абстрактной алгебры, теории инвариантов и симметрий уравнений математической физики. Она – дочь очень известного немецкого математика Макса Нетера, родилась в 1882 году. Кстати сказать, она читала курс алгебры в Московском университете в 1928/1929 гг. Я процитирую сказанное о ней ее коллегой, выдающимся математиком XX столетия Германом Вейлем: “Само собой напрашивается сравнение Эмми Нетер с другой всемирно известной женщиной-математиком – Софьей Ко-

валевской. Софья была, конечно, человеком более гармоничным, но, вместе с тем, гораздо менее счастливым. Для того, чтобы заниматься избранным делом, ей пришлось преодолеть сопротивление родителей и вступить в фиктивный брак, который, впрочем, в какой-то момент перестал быть фиктивным. Эмми Нетер не была по своей природе борцом и не испытывала стремления к богемному образу жизни. Софья же обладала женским очарованием, чисто женским чутьем и тщеславием; ей отнюдь не был чужд успех в обществе. Она была капризна и часто имела весьма натянутые отношения с окружающими. Вы видите определенное противоречие между творческим складом ее ума и ее образом жизни со всеми ее страстями и самообманом, благодаря которому ей удавалось с иронией относиться к самым отчаянным конфликтам. Как далеко до этого было Эмми!”.

Список литературы

- [1] Ковалевская С. В. Научные работы. М.: Изд-во АН СССР, 1948.
- [2] Переписка С.В. Ковалевской и Г. Миттаг-Леффлера // Научное наследство. Т. 7. М.: Наука, 1984.
- [3] Козлов В. В., Фурта С. Д. Асимптотики решений сильно нелинейных систем дифференциальных уравнений. М.: Изд-во МГУ, 1996.
- [4] Движение твердого тела вокруг неподвижной точки. Сборник, посвященный памяти С.В. Ковалевской. М.–Л.: Изд-во АН СССР, 1940.
- [5] Козлов В. В. Методы качественного анализа в динамике твердого тела. М.: Изд-во МГУ, 1980.
- [6] Болсинов А. В., Рихтер П., Фоменко А. Т. Метод круговых молекул и топология волчка Ковалевской // Матем. сб. 2000. Т. 191. №2. С. 3–42.
- [7] Goriely A. A brief history of Kovalevskaya exponents and modern developments // Regular Chaotic Dynamics. 2000. V. 5. №1. P. 3–15.
- [8] Козлов В. В. Симметрии, топология и резонансы в гамильтоновой механике. Ижевск: Изд-во Удм. гос. ун-та, 1995.
- [9] Денисова Н. В., Козлов В. В. Полиномиальные интегралы обратимых механических систем с конфигурационным пространством в виде двумерного тора // Матем. сб. 2000. Т. 191. № 2. С. 43–63.

В. В. Козлов