Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

М. А. Всемирнов, Э. А. Гирш, Д. Ю. Григорьев, Г. В. Давыдов, Е. Я. Данцин, А. А. Иванов, Б. Ю. Конев, В. А. Лифшиц, Ю. В. Матиясевич, Г. Е. Минц, В. П. Оревков, А. О. Слисенко, Николай Александрович Шанин (к восьмидесятилетию со дня рождения), *УМН*, 2001, том 56, выпуск 3, 181–184

DOI: <https://doi.org/10.4213/rm412>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 35.173.219.149

26 апреля 2023 г., 14:21:50

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЖИЗНЬ

НИКОЛАЙ АЛЕКСАНДРОВИЧ ШАНИН

(к восьмидесятилетию со дня рождения)

25 мая 1999 года исполнилось 80 лет выдающемуся математику Николаю Александровичу Шанину, доктору физико-математических наук, заслуженному соросовскому профессору.

В 1935 году Н. А. Шанин поступил на математико-механический факультет Ленинградского государственного университета, а в 1939 году – в аспирантуру этого факультета. Его руководителем стал Андрей Андреевич Марков, идеи и личность которого оказали решающее влияние на формирование научных интересов Н. А. Шанина. В 1942 году Н. А. Шанин защитил кандидатскую диссертацию, а в 1946 году – докторскую. В октябре 1945 года он стал старшим научным сотрудником Ленинградского отделения Математического института им. В. А. Стеклова, где работает и в настоящее время. Одновременно с работой в ЛОМИ

Н. А. Шанин стал преподавать на математико-механическом факультете Ленинградского университета. Последние годы Н. А. Шанин преподавал математическую логику на философском факультете Санкт-Петербургского государственного университета.

Научная деятельность Н. А. Шанина довольно четко делится на два периода – топологический и конструктивистский. Первый из них продолжался до конца 40-х годов. В это время были найдены замечательные конструкции расширений топологических пространств и были получены выдающиеся результаты в теории произведений топологических пространств и диадических бикомпактов. Работы Н. А. Шанина по топологии не утратили своей ценности и до настоящего времени.

В конце 40-х годов Н. А. Шанин под влиянием А. А. Маркова познакомился с основными идеями интуиционистского подхода к основаниям математики и пришел к необходимости переосмысления многих результатов “классической” математики, перехода к новой системе понятий и рассуждений, находящейся в конфликте с его предшествующим математическим опытом и содержанием его собственных топологических и теоретико-множественных работ. Н. А. Шанин стал одним из пионеров конструктивного направления в математике, одним из создателей школы “конструктивистов”.

Еще в рамках традиционной математики проводилось различие между “чистыми” теоремами существования и “эффективными” способами построения искомых объектов. Такого рода различие между “эффективным” существованием $\exists x$ (читается “осуществимо x ”) и “неэффективным” существованием $\neg \exists x$ (“не может не существовать x ”) нашло отражение в формальных системах интуиционистского (конструктивного) исчисления предикатов и интуиционистской (конструктивной) арифметики. В этих же формальных системах проводилось различие между “эф-

фективной” и “неэффективной” дизъюнкцией. Эти системы, давая возможность изучать свойства “эффективных” существования и дизъюнкции на формальном уровне, не давали достаточно удовлетворительной семантики этих понятий. Первые работы о связи классических и интуиционистских систем (К. Гедель, А. Н. Колмогоров) основывались на идее погружающей операции, т.е. отображения, которое ставит в соответствие суждению A новое суждение A' близкой синтаксической структуры так, что A' выводимо в интуиционистской системе тогда и только тогда, когда A выводимо в соответствующей классической системе. В частности, те суждения классической арифметики, которые не меняются под действием такой погружающей операции, полностью переносятся в интуиционистскую. В какой-то мере, в идее погружающей операции можно усмотреть попытку примирить классическую и интуиционистскую арифметику путем поиска их общей части.

Исследования Н. А. Шанина по основаниям математики начались с попыток расширить границы общей части классической и конструктивной математики. Ко времени первых работ Н. А. Шанина в этом направлении было известно, что доказательства традиционной арифметики переходят в доказательства конструктивной математики при так называемом “негативном переводе”, т.е. при добавлении двойного отрицания $\neg\neg$ перед существованием и дизъюнкцией. При таком переводе, очевидно, сохраняются лишь те арифметические теоремы, которые не содержат ни $\exists$, ни $\vee$. Н. А. Шанин построил серию более тонких погружающих операций и сумел указать классы теорем, содержащих $\exists$ и $\vee$, которые переносятся в конструктивную математику без изменений. Эти результаты явились далеко идущим обобщением теоремы Геделя–Колмогорова о погружении классической арифметики в конструктивную. На этом пути впоследствии были получены аналогичные результаты для формальных систем математического анализа.

Уже в работах по погружающим операциям Н. А. Шанин проявил интерес к конструктивной семантике. Интуиционисты обосновывали применяемую ими логику общими философскими соображениями. Первая математически ясная интерпретация конструктивных существования и дизъюнкции – реализуемость по С. К. Клини – основывалась на понятии алгорифма. Суждение “для каждого x существует y , такой что $A(x, y)$ ” (символически $\forall x \exists y A(x, y)$) по Клини понимается как наличие алгорифма, строящего y по x . Если же (для произвольного x) всего лишь получено противоречие при допущении, что y не существует, то считается обоснованным только суждение $\forall x \neg\neg \exists y A(x, y)$. Однако интерпретация Клини сводила вопрос об истинности данной формулы к рассмотрению формул, логическая структура которых в некотором отношении была не проще структуры исходной формулы. Развивая свои идеи в области конструктивной семантики, Н. А. Шанин построил алгорифм выявления конструктивной задачи, который лег в основу одной из наиболее распространенных формулировок конструктивной семантики. Алгорифм Шанина перерабатывает суждение A в эквивалентное ему при конструктивном понимании суждение вида $\exists x_1 \dots \exists x_k N$, где N не содержит связок $\exists$ и $\vee$, с которыми как раз и связана в конструктивной математике задача построения объектов. Следовательно, заключенная в A конструктивная задача сводится к построению объектов $x_1, \dots, x_k$ и обоснованию суждения N , которое само уже не содержит конструктивной задачи. В силу результатов о погружении, для обоснования N в рамках конструктивной математики достаточно доказать его в классической арифметике.

На основе разработанных принципов конструктивного понимания суждений Н. А. Шанин приступил к проведению программы конструктивизации математики, в первую очередь – математического и функционального анализа. Одной из целей конструктивизации была разработка системы понятий и аппарата, пригодных для постановок задач, связанных с вопросами вычислимости в анализе. Эта программа была намечена в выступлении Н. А. Шанина на 3-м Всесоюзном математическом съезде в 1956 году. При ее проведении очень важным (а иногда – решающим) оказывается правильный выбор конструктивных аналогов основных понятий анализа, таких как вещественное число, непрерывная функция и т. д. (Непосредственная “словная” конструктивная переформулировка классических определений может привести к неработоспособным понятиям.) Н. А. Шанин заметил, что большинство работающих конструктивных понятий можно определить на основе подходящим образом выбранных пополнений метрических пространств. В качестве исходного пополняемого пространства берется некоторое простое множество конструктивных объ-

ектов, например, рациональные числа, кусочно-постоянные функции и т. п. Таким способом удалось построить конструктивные аналоги основных пространств классического функционального анализа. Эта работа послужила исходной базой многочисленных исследований, выполненных учениками Н. А. Шанина и А. А. Маркова в России, ближнем и дальнем зарубежье.

Н. А. Шанин был одним из инициаторов работ по автоматическому доказательству теорем. В 1961 году в ЛОМИ им была организована группа математической логики. Работа группы началась с поставленной Н. А. Шаниным задачи построения алгорифма, который выдавал бы “достаточно хороший” и “естественный” вывод (данного утверждения из данных аксиом). Такая постановка задачи была связана с тем, что известные алгорифмы, дающие в принципе для каждой выводимой формулы какой-то ее вывод, могли выдавать вывод излишне длинный (например, содержащий повторения некоторых участков вывода) и имеющий вид, который трудно воспринять человеку. Первоначально рассматривался вывод в классическом исчислении высказываний, для которого исследования закончились разработкой алгорифма АЛПЕВ (Алгорифм Поиска Естественного Вывода), обладавшего по тем временам выдающейся производительностью. Идея поиска естественного вывода неявно содержит идею “естественного” поиска естественного вывода, важность которой для построения эффективных систем автоматизированного поиска доказательств была осознана только сравнительно недавно.

Решающее значение для этого алгорифма имели идеи Н. А. Шанина по методике расчленения процесса на этап поиска вывода, этап “прополки” (устранения излишних частей вывода) и этап “монтажа” (перестройки вывода в форму, которую легко воспринимает человек) и по методике использования для поиска “родственников”, т. е. похожих частей в формулировке испытуемого суждения. Идеи “прополки”, “монтажа” и “родственности” получили дальнейшее развитие в ряде работ по поиску вывода. АЛПЕВ был запрограммирован. В связи с принципиально более трудной задачей поиска вывода в исчислении предикатов Н. А. Шанин выдвинул важную идею введения метапеременных, которая дала толчок к построению С. Ю. Масловым обратного метода поиска вывода. Эта идея состоит в следующем: при поиске возможных посылок применений правил введения квантора общности в антецедент и квантора существования в сукцедент вместо конкретных значений термов подставляются некоторые “метапеременные”, значения которых выявляются позже, при получении аксиом.

Как уже упоминалось, алгорифм выявления конструктивной задачи сводит обоснование произвольного суждения к решению конструктивной задачи и обоснованию некоторого суждения, имеющего (с точностью до эквивалентности) вид $\neg A$, где A не содержит конструктивной задачи. Первоначальное разъяснение, согласно которому обоснование $\neg A$ сводилось просто к получению противоречия некоторыми средствами при допущении A , перестало удовлетворять конструктивистов. Хотелось определить это обоснование как нечто более положительное. После долгих поисков Н. А. Шанин построил иерархию алгорифмов мажорирования произвольных арифметических суждений финитарными суждениями. В качестве обоснования таких суждений предлагается вывод в подходящем исчислении равенств, т. е. в бескванторной системе. Обычно это система S_β для вычислимых функций, которые можно определить β -рекурсией, где β – некоторый конструктивный ординал. Стремление к финитности вызывает стремление ограничиться конечными β . Это оказалось возможным для большей части работающего конструктивного анализа.

Последние годы Н. А. Шанин продолжает поиск финитарных вариантов ряда разделов математического анализа. В частности, им предложен вариант построения математического анализа на основе некоторых идей Кронекера и подходящих экстраполяций и модификаций подхода Гудстейна. В этом варианте существенную роль играет использование аппроксимативно определяемых функций как средств косвенного задания интервальных функций.

Н. А. Шанин является создателем большой научной школы с широким спектром исследований, которая дала выдающиеся результаты в математической логике, теории алгоритмов, теории сложности вычислений, алгоритмике.

Николай Александрович – необыкновенно талантливый человек. Своей научной целью он выбрал поиск истины, но в своем стремлении к истине он не ограничивается исключительно наукой. Многие помнят, какую бескомпромиссную позицию занимал он в годы, когда любое проявление

несогласия могло привести к серьезным последствиям. Он оказал влияние не только на научное образование, но и на взгляды своих учеников, выросших под влиянием его личности.

Николай Александрович встретил свое восьмидесятилетие полным творческих сил. Коллеги и ученики желают ему здоровья и дальнейших успехов.

*М. А. Всемиров, Э. А. Гириш, Д. Ю. Григорьев, Г. В. Давыдов,
Е. Я. Данцин, А. А. Иванов, Б. Ю. Конев, В. А. Лифшиц,
Ю. В. Матиясевич, Г. Е. Минц, В. П. Орезов, А. О. Слисенко*

СПИСОК ПЕЧАТНЫХ РАБОТ Н. А. ШАНИНА

- [44] Понятия и логические средства конструктивной математики как основа теоретических моделей информационного типа // Современная логика: проблемы теории, истории и применения в науке. Тезисы докладов. С.-Петербург, 1994. С. 1–5
- [45] Георг Кантор как автор конструкций, играющих фундаментальные роли в конструктивной математике // Зап. научн. семинаров ПОМИ. 1995. Т. 220. С. 5–22
- [46] О процедурном подходе к разъяснению смысла суждений // Современная логика: проблемы теории, истории и применения в науке. Материалы пятой Общероссийской научной конференции. С.-Петербург, 1998. С. 415–421
- [47] Эскиз финитарного варианта математического анализа // Препринт ПОМИ № 06-2000, 2000

Начало списка опубликовано: Математика в СССР за 40 лет, 1917–1947 (Т. 2. М.: Физматгиз, 1959. С. 764–765), Математика в СССР, 1958–1967 (Т. 2. Вып. 2. М.: Наука, 1970. С. 1470), УМН. (1980. Т. 35. Вып. 2. С. 245; 1990. Т. 45. Вып. 1. С. 206). Полный список публикаций и некоторые из них доступны через <http://logic.pdmi.ras.ru/~shanin>. Там же есть дополнительные биографические данные и фотографии.