Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

А. В. Гришин, О конечной базисуемости T -пространств обобщенных многочленов и представимости, *УМН*, 2001, том 56, выпуск 4, 133–134

DOI: <https://doi.org/10.4213/rm419>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.198.55.26

26 апреля 2023 г., 16:49:25

В МОСКОВСКОМ МАТЕМАТИЧЕСКОМ ОБЩЕСТВЕ

СООБЩЕНИЯ МОСКОВСКОГО МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБЩЕСТВА

О КОНЕЧНОЙ БАЗИРУЕМОСТИ T -ПРОСТРАНСТВ
ОБОБЩЕННЫХ МНОГОЧЛЕНОВ И ПРЕДСТАВИМОСТИ

А. В. Гришин

Пусть k — поле нулевой характеристики, k_r — алгебра матриц размера $r \times r$ над k , $F = k \langle x_1, \dots, x_i, \dots \rangle$ — свободная счетно порожденная ассоциативная k -алгебра и $F^* = k_r * F$ — свободное произведение над полем k алгебр k_r и F (алгебра обобщенных k_r -многочленов). Назовем T -пространством алгебры F^* ее линейное подпространство, устойчивое относительно подстановок вместо переменных x_i любых элементов из алгебры F^* . Как это принято, T -идеалом алгебры F^* будем называть любое T -пространство, являющееся в то же время идеалом алгебры F^* .

Пусть A — алгебра с единицей, содержащая k_r в качестве унитарной подалгебры (так называемая k_r -алгебра). Будем называть обобщенным k_r -тождеством алгебры A элемент $f(x_1, \dots, x_d)$ алгебры F^* , для которого $f(a_1, \dots, a_d) = 0$ при любых a_i из алгебры A . Ясно, что данное определение зависит от способа вложения алгебры k_r в алгебру A .

Легко видеть, что T -идеалы алгебры F^* (и только они) являются идеалами обобщенных k_r -тождеств соответствующих k_r -алгебр.

Для любого натурального s , делящегося на r , алгебра k_s унитарно содержит алгебру k_r (причем все вложения по теореме Нетер–Сколема сопряжены), и можно говорить о T -идеале M_s^* обобщенных k_r -тождеств алгебры k_s . При $r = s$ описание таких тождеств дано в классической работе Дж. Литтлвуда [1]. При $s > r$ ситуация представляется малоизученной. Исключение составляет лишь случай $r = 1$, $s = 2$, в котором Ю. П. Размыслов (см. [2]) дал описание тождеств алгебры k_2 .

Проблеме конечной базисуемости T -пространств обычных и обобщенных многочленов посвящены работы автора [3], [4]. Некоторым объединением этих результатов является следующая

ТЕОРЕМА 1. (1) Для любого натурального n любое T -пространство в алгебре F^* , содержащее T -идеал M_s^{*n} , конечно порождено.

(2) Если I — T -идеал алгебры F^* , содержащий некоторую степень идеала M_s^* , и $F^*(d) = k_r * k \langle x_1, \dots, x_d \rangle$, то алгебра $F^*(d)/F^*(d) \cap I$ — представима, т.е. вкладывается в конечномерную алгебру над некоторым расширением основного поля k .

Доказательство этой теоремы, как и в работах [3] и [4], основывается на развитой там технике квазимногочленов, символических степеней, а также на ряде коммутативно-алгебраических соображений.

Из приведенной теоремы при $s = r$ следует основной результат работы [3], а при $r = 1$ — работы [4].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] D. E. Littlewood // Proc. London Math. Soc. 1931. V. 32. P. 312–320. [2] Ю. П. Размыслов // Алгебра и логика. 1973. Т. 12. № 1. С. 83–113. [3] А. В. Гришин // Изв. АН СССР. Сер. матем. 1990. Т. 54. № 5. С. 899–927. [4] А. В. Гришин // Фундамент. прикл. матем. 1995. Т. 1. № 3. С. 669–700.

Московский педагогический
государственный университет

Принято редколлегией
01.06.2001