Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Б. А. Амосов, М. Ш. Бирман, М. И. Вишик, Л. Р. Волевич, И. М. Гельфанд, Л. Ф. Фридлендер, М. А. Шубин, Михаил Семенович Агранович (к семидесятилетию со дня рождения), *УМН*, 2001, том 56, выпуск 4, 163–168

DOI: <https://doi.org/10.4213/rm434>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 52.90.164.192

26 апреля 2023 г., 13:23:02

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЖИЗНЬ

МИХАИЛ СЕМЕНОВИЧ АГРАНОВИЧ

(к семидесятилетию со дня рождения)

4 января 2001 года исполнилось семьдесят лет доктору физико-математических наук профессору Михаилу Семеновичу Аграновичу.

Свою первую работу [1] М. С. Агранович написал на IV–V курсах мех-мата МГУ по задаче, поставленной Д. Е. Меньшовым: выяснить, совместны ли регулярные транслирующие матричные методы суммирования расходящихся вещественных рядов. (Регулярные методы суммируют сходящиеся ряды к их суммам; совместные методы не могут суммировать ряд к разным суммам; транслирующие методы инвариантны относительно сдвига нумерации членов ряда.) Михаил Семенович показал, что ответ отрицателен, но становится положительным (для методов с треугольными матрицами и ненулевыми элементами на главной диагонали), если предположить их вполне регулярными и вполне транслирующими (охватывается случай сумм $\pm\infty$). Такие методы вполне совместны и образуют естественное расширение известного класса методов Вороного–Нерлунда.

После окончания МГУ, с 1953 г. до 1960 г., Михаил Семенович работал редактором в математической редакции издательства “Иностранная литература”. Параллельно, с 1954 г. до 1958 г., он учился в заочной аспирантуре под руководством Г. Е. Шилова и написал кандидатскую диссертацию, защищенную в 1959 г., по приложениям обобщенных функций к общим операторам $P(D)$ в частных производных с постоянными коэффициентами. В частности, используя варианты так называемой “лестницы Хермандера” в $\mathbb{C}^n$, Михаил Семенович доказал существование решений и построил общие решения уравнения $P(D)u = f$ в $\mathbb{R}^n$ в нескольких классах обычных и обобщенных функций. Он также показал, что если u – обобщенная функция в ограниченной области $\Omega \subset \mathbb{R}^n$, $P(D)u \in C^\infty(\Omega)$ и $u \in C^\infty$ вблизи границы, то $u \in C^\infty(\Omega)$ [2], [3].

В 1960 г. Михаил Семенович перешел на преподавательскую работу во Всесоюзный заочный машиностроительный институт, а с 1962 г. преподает в МИЭМ – Московском институте электронного машиностроения, переименованном в 1992 г. в Московский институт электроники и математики. В 1992–1998 гг. Михаил Семенович заведовал кафедрой математического анализа.

В 60-е гг. Михаил Семенович принял активное и плодотворное участие в разработке общей теории граничных задач для эллиптических, параболических и гиперболических уравнений и систем с гладкими коэффициентами.

Вместе с М. И. Вишиком он изучил класс задач, которые теперь обычно называют эллиптическими с параметром [6], [9]. Для этих задач они доказали однозначную разрешимость при больших значениях параметра с оценками в нормах, содержащих параметр. Как вскоре выяснилось, несколько раньше в меньшей общности такие задачи рассмотрел Ш. Агмон. В отличие от его

работы, в которой априорные оценки получены для линейных по параметру уравнений редукцией к эллиптическим задачам без параметра, а для доказательства существования привлекается сопряженная задача, в [6], [9] проделан путь от локализации и постоянных коэффициентов до явного построения обратного оператора. Это позволило не только сразу охватить задачи, полиномиальные по параметру, но и не накладывать ограничений на порядки граничных операторов относительно дифференцирования и относительно параметра. Из этих результатов выведена однозначная разрешимость общих параболических смешанных задач в цилиндрических областях [7], [9]. Ссылки на работу [9] часто встречаются в литературе.

Одновременно М.С. Агранович исследовал эллиптические псевдодифференциальные системы с эллиптическими псевдодифференциальными граничными условиями. В [8], [10] построена общая теория таких задач в предположении, что символ системы полиномиален по перпендикулярной, двойственной нормали, в точках границы Γ . Это максимальная общность, в которой можно обойтись без новой техники, появившейся вскоре в работах М.И. Вишика – Г.И. Эскина и Буте де Монвеля. Но эта общность потребовала доказательства полезной теоремы об ограниченности сингулярных интегральных операторов в $\mathbb{R}^n$ с символами $\sigma(x, \xi)$ малой гладкости по (x, ξ) .

В рамках этой теории доказываются две относительные теоремы об индексе, которые называются теоремами Аграновича–Дынина. Согласно одной из них [5], разность индексов двух эллиптических задач для одной эллиптической системы равна индексу некоторого эллиптического ПДО (псевдодифференциального оператора) на Γ с главным символом, явно вычисляемым через матрицы Шапиро–Лопатинского этих задач. Согласно другой теореме [4], разность индексов двух эллиптических задач с общим граничным условием для двух систем с коэффициентами, совпадающими на Γ , равна индексу некоторого эллиптического ПДО на объемлющем замкнутом многообразии. Кроме того, в [8], [10] доказано, что если для данной эллиптической системы задача Дирихле эллиптична, то вычисление ее индекса сводится к вычислению индекса некоторого эллиптического ПДО на сфере S^n .

В [11], [12], развивая теории Лакса и Фридрихса симметричных и симметризуемых систем, М.С. Агранович доказал однозначную разрешимость “положительных” смешанных задач в цилиндрической области для локально гладко симметризуемых гиперболических систем 1-го порядка, симметричных только на боковой поверхности цилиндра. Аналогичный результат получен для стационарных задач в ограниченной области с параметром вместо производной по времени.

В докторскую диссертацию Михаила Семеновича, защищенную в 1966 г., вошли результаты из [10], [11], а также теоремы о псевдодифференциальных эллиптических с параметром задачах, оставшиеся неопубликованными. В профессорском звании М.С. Агранович был утвержден только в 1971 г. из-за его участия в подписании письма в защиту математика-диссидента А.С. Есенина-Вольпина.

В работе [13] М.С. Аграновича изучен некоторый класс положительных задач для псевдодифференциальных симметричных и симметризуемых систем 1-го порядка. Его работы [14], [15] посвящены развитию метода Крайса доказательства однозначной разрешимости смешанных задач для гиперболических систем, удовлетворяющих равномерному условию Шапиро–Лопатинского. В [14] подход Крайса распространен со случая постоянных коэффициентов и плоской границы на случай гладких коэффициентов и гладкой границы, а в [15] – со случая строгой гиперболичности в узком смысле на случай строгой гиперболичности в широком смысле.

В середине 70-х гг. круг научных интересов М.С. Аграновича сдвигается в спектральную теорию операторов, главным образом несамосопряженных, под влиянием сотрудничества с группой физиков под руководством Б.З. Каценеленбаума. При рассмотрении некоторых задач дифракции они предложили в качестве спектрального параметра рассматривать не частоту, как это обычно принято, а параметр, входящий в граничное условие или условие сопряжения на компактной замкнутой поверхности Γ . При сведении этих задач на Γ возникают спектральные задачи для интегральных или интегро-дифференциальных операторов на Γ . Михаил Семенович обратил внимание на то, что как правило это эллиптические ПДО отрицательного порядка, компактные в $L_2(\Gamma)$, или положительного порядка с дискретным спектром, самосопряженные или близкие к самосопряженным. Если нет самосопряженности, то устанавливаются полнота корневых функций и возможность использования рядов Фурье по корневым функциям [16], [17].

Имевшаяся к тому времени литература по операторам, близким к самосопряженным, была в основном ориентирована на приложения к дифференциальным операторам и задачам. Абстракт-

но это означает, что рассматривается неограниченный оператор $A = S + T$, где S – самосопряженный оператор с дискретным спектром, а оператор T подчинен некоторой степени S^q оператора S , где $0 \leq q < 1$. В задачах же, с которыми столкнулся М. С. Агранович, q может быть отрицательным и даже равным $-\infty$. Для таких ситуаций Михаил Семенович предложил варианты известных теорем о сходимости “рядов Фурье со скобками” по корневым векторам с существенным усилением результатов, даже с оценкой скорости сходимости [18], [20], [22], [27]. При этом частоту расстановки скобок, достаточной для сходимости или суммируемости, как показал М. С. Агранович, можно контролировать, если известна оценка остатка в асимптотике $\lambda_j(S) = cj^p + \dots$ собственных значений оператора S . Результат тем лучше, чем меньше величина $p(1 - q)$.

Для операторов, далеких от самосопряженных, М. С. Агранович получил аналог теоремы В. Б. Лидского о суммируемости рядов по корневым векторам введенным им методом Абеля (М. С. Агранович предложил называть его методом Абеля–Лидского) [20]. Михаил Семенович накладывает условия не на квадратичную форму оператора, а на поведение резольвенты при больших значениях параметра, как в теореме Данфорда–Шварца о полноте корневых векторов. Результат легко применяется к задачам, эллиптическим с параметром.

Таким образом, М. С. Агранович осуществил некоторую ревизию теории несамосопряженных операторов с дискретным спектром с точки зрения новейших достижений в теории эллиптических уравнений.

В совместной с З. Н. Годубевой работе [19] и в [20] исследованы спектральные задачи для системы Максвелла со спектральным параметром в граничных условиях или условиях сопряжения. В этих нестандартных задачах спектр дискретен, но собственные значения имеют две точки накопления, 0 и ∞ . Соответствующий ПДО 1-го порядка на Γ не эллиптивен, но существует обратный ПДО на бесконечно гладких функциях, тоже 1-го порядка; их разность эллиптивна.

В начале 80-х гг. М. С. Агранович заинтересовался результатами Г. В. Розенблюма о “почти-подобии” самосопряженных эллиптических ПДО на замкнутой гладкой кривой. В [21], [24] эти результаты пересмотрены и обобщены на основе представления ПДО и интегральных операторов Фурье на окружности рядами типа Фурье вместо интегралов типа Фурье. Предполагается, что главный символ ПДО (ненулевого порядка) подобен диагональной матрице, а его собственные значения $\lambda_k(x, \pm 1)$ имеют не зависящие от x аргументы и кратности. Получаются асимптотические ряды для собственных значений и базисных функций в инвариантных подпространствах для ПДО, близких к нормальным операторам. В случае матричных ПДО некоторые добавочные ограничения сняты в совместной с Б. А. Амосовым работе [23].

В работе [25] показано, что ядро $K(x, x, \lambda)$ степени резольвенты эллиптического с параметром ПДО на замкнутом многообразии допускает полное асимптотическое разложение по степеням параметра, содержащее, вообще говоря, и логарифмические множители. В доказательстве использованы связи между разными функциями от эллиптических операторов [27]; другое доказательство позднее указали Г. Грубб и Р. Сили. В [25] получена также асимптотическая формула для собственных значений матричного эллиптического ПДО в угловой окрестности изолированного луча, содержащего собственные значения главного символа; допускается наличие собственных значений вне большей угловой окрестности этого луча. Для этого предложен прием отделения асимптотики части следа степени резольвенты в углах эллиптичности с параметром при помощи интегралов типа Коши.

В совместной с А. С. Маркусом работе [26] для ПДО с дискретным спектром, далеких от самосопряженных, получены двусторонние оценки для модулей собственных значений между двумя лучами эллиптичности с параметром. На весьма общие эллиптические задачи эти результаты перенесены в [30]. Кроме того, в [28] и [30] указаны подпространства в соболевских пространствах гладких функций в области, в которых имеет место полнота корневых функций задачи, а в [26] содержатся примеры “спектральной патологии” для эллиптических операторов.

В совместной с Р. Денком и М. Файерманом работе [36] спектральные свойства эллиптических с параметром задач исследованы при минимизированной гладкости. Для этого потребовались новые приемы при выводе асимптотики следа степени резольвенты.

С начала 90-х гг. для Михаила Семеновича особенно интересны спектральные задачи для эллиптических уравнений в областях с негладкими границами. Работы [31] и [32] содержат результаты о суммируемости рядов по корневым векторам задач, соответственно далеких от сопряженных и близких к самосопряженным, со спектральным параметром в эллиптической системе. Соответствующие операторы определяются квадратичными формами.

В совместной с Б. А. Амосовым работе [34] получены весьма точные оценки s -чисел для интегральных операторов типа потенциала на липшицевой поверхности. Доказательство прозрачно и конструктивно. Как следствие для самосопряженных операторов на “почти гладких” липшицевых поверхностях получена точная асимптотика собственных значений (без оценки остаточного члена). Липшицева поверхность названа в [34] почти гладкой, если она принадлежит C^∞ вне замкнутого подмножества нулевой лебеговой меры. По-видимому это первая работа по спектральным свойствам интегральных операторов на липшицевых поверхностях.

В совместных работах [37] с Р. Менниконом и [39] с Б. А. Амосовым и М. Р. Левитиным изучаются спектральные свойства задач в липшицевых областях соответственно для уравнения Гельмгольца и для системы Ламе со спектральным параметром в граничных условиях или условиях сопряжения (таких же, как в [20]). Здесь использованы недавно разработанные в литературе методы исследования граничных задач в липшицевых областях для основных уравнений математической физики, идущие из гармонического анализа. В обеих работах в уравнения включен частотный параметр, что несколько упростило рассмотрение этих уравнений в липшицевых областях. Спектральные задачи для системы Ламе сначала рассмотрены в случае гладкой границы. Результаты в случае липшицевой границы, конечно, скромнее, но вполне содержательны.

В работе [40] рассмотрены аналогичные задачи для довольно широкого класса симметричных сильно эллиптических систем второго порядка с постоянными коэффициентами. Наиболее интересный пример – система анизотропной упругости. В такой общности методику, идущую из гармонического анализа, не удалось сохранить полностью, но ее удалось дополнить вариационным подходом с последующим исследованием гладкости решений (почти без потери гладкости).

В последнее время М. С. Агранович исследовал задачу для системы Дирака со спектральным параметром в локальном граничном условии, предложенную польским физиком Р. Шмыховским, и обнаружил, что ее свойства похожи на свойства задач для системы Максвелла в [19], [20].

М. С. Агранович – блестящий педагог. Его лекции отличаются продуманностью и неформальной четкостью; он легко находит контакт с аудиторией. Под его руководством написали и защитили кандидатские диссертации З. Н. Голубева (по спектральным задачам для уравнений Гельмгольца и Максвелла), Б. А. Амосов (по приближенному решению эллиптических уравнений на окружности), А. С. Милевский (по гипоеллиптическим ПДО на окружности и на прямой) и Л. С. Джанлатян (по ПДО, близким к нормальным). Л. Ф. Фридлендер также написал свои первые работы (по операторам, близким к самосопряженным) под руководством М. С. Аграновича, но не защитил диссертацию в России по нематематическим причинам.

Своими учителями Михаил Семенович считает Д. Е. Меньшова, Г. Е. Шилова, И. М. Гельфанда и М. И. Вишика.

М. С. Агранович – член редколлегии журнала “Функциональный анализ и его приложения” с момента его основания в 1967 г., а с 1991 г. – заместитель главного редактора. С 1993 г. он также является членом редколлегии журнала “Russian Journal of Mathematical Physics”.

Счастливым образом Михаил Семенович может обсуждать математические и педагогические проблемы дома, так как его жена Оксана Андреевна Зиза – тоже математик и работает на той же кафедре. Они оба – большие любители путешествий, собрали большую библиотеку.

Мы искренне желаем Михаилу Семеновичу многих лет жизни, доброго здоровья, новых успехов и много радости.

*Б. А. Амосов, М. С. Бирман, М. И. Вишик, Л. Р. Волевич,
И. М. Гельфанд, Л. Ф. Фридлендер, М. А. Шубин*

ОСНОВНЫЕ ПУБЛИКАЦИИ М. С. АГРАНОВИЧА

- [1] О совместности некоторых методов суммирования // Уч. записки Моск. ун-та. Матем. 1954. Т. 165. № 7. С. 169–194
- [2] Несколько теорем об уравнениях в частных производных с постоянными коэффициентами // Докл. АН СССР. 1959. Т. 128. № 3. С. 439–442
- [3] Об уравнениях в частных производных с постоянными коэффициентами // УМН. 1961. Т. 16. № 2. С. 27–93
- [4] К вопросу об индексе эллиптических операторов // Докл. АН СССР. 1962. Т. 142. № 5. С. 983–985

- [5] Общие краевые задачи для эллиптических систем в многомерной области // Докл. АН СССР. 1962. Т. 146. №3. С. 511–514 (совм. с А. С. Дыниным)
- [6] Эллиптические граничные задачи, зависящие от параметра // Докл. АН СССР. 1963. Т. 149. №2. С. 223–226 (совм. с М. И. Вишиком)
- [7] Параболические граничные задачи // УМН. 1963. Т. 18. №1. С. 206–208 (совм. с М. И. Вишиком)
- [8] Общие граничные задачи для интегро-дифференциальных эллиптических систем // Докл. АН СССР. 1964. Т. 153. №3. С. 495–498
- [9] Эллиптические задачи с параметром и параболические задачи общего вида // УМН. 1964. Т. 19. №3. С. 53–161 (совм. с М. И. Вишиком)
- [10] Эллиптические сингулярные интегро-дифференциальные операторы // УМН. 1965. Т. 20. №5. С. 3–120
- [11] Положительные смешанные задачи для некоторых гиперболических систем // Докл. АН СССР. 1966. Т. 167. №6. С. 1215–1218
- [12] О положительных граничных задачах для некоторых систем первого порядка // Труды ММО. 1967. Т. 16. С. 3–24
- [13] Граничные задачи для систем псевдодифференциальных операторов 1-го порядка // УМН. 1969. Т. 24. №1. С. 61–125
- [14] Граничные задачи для систем с параметром // Матем. сб. 1971. Т. 84. №1. С. 27–65
- [15] Одна теорема о матрице, зависящей от параметров, и ее приложения к гиперболическим системам // Функци. анализ и его прил. 1972. Т. 6. №2. С. 1–11
- [16] Несамосопряженные операторы в задачах типа дифракции на диэлектрическом теле // Радиотехника и электроника. 1974. Т. 19. №5. С. 970–979
- [17] Несамосопряженные операторы в некоторых скалярных задачах дифракции на гладкой замкнутой поверхности // Радиотехника и электроника. 1975. Т. 20. №1. С. 39–48
- [18] О суммируемости рядов по корневым векторам несамосопряженных эллиптических операторов // Функци. анализ и его прил. 1976. Т. 10. №3. С. 1–12
- [19] О некоторых задачах для системы Максвелла со спектральным параметром в граничном условии // Докл. АН СССР. 1976. Т. 231. №4. С. 777–780 (совм. с З. Н. Голубевой)
- [20] Спектральные свойства задач дифракции // Добавление к книге: Н. Н. Войтович, Б. З. Каценеленбаум, А. Н. Сивов. Обобщенный метод собственных колебаний в теории дифракции. М.: Наука, 1977. С. 289–416
- [21] Спектральные свойства эллиптических псевдодифференциальных операторов на замкнутой кривой // Функци. анализ и его прилож. 1979. Т. 13. №4. С. 54–56
- [22] О сходимости рядов по корневым векторам операторов, очень близких к самосопряженным // Труды ММО. 1980. Т. 41. С. 163–180
- [23] О матричных эллиптических псевдодифференциальных операторах на замкнутой кривой // Функци. анализ и его прил. 1981. Т. 15. №3. С. 79–81 (совм. с Б. А. Амосовым)
- [24] Об эллиптических псевдодифференциальных операторах на замкнутой кривой // Труды ММО. 1984. Т. 47. С. 22–67
- [25] Некоторые асимптотические формулы для эллиптических псевдодифференциальных операторов // Функци. анализ и его прил. 1987. Т. 21. №1. С. 63–65
- [26] On spectral properties of elliptic pseudo-differential operators far from self-adjoint ones // Z. Anal. Anwendungen. 1989. V. 8. №3. P. 237–260 (with A. S. Markus)
- [27] Эллиптические операторы на замкнутых многообразиях // Итоги науки и техники. Совр. проблемы матем. Фунд. напр. Т. 63. М.: ВИНТИ, 1990. С. 5–129. Англ. перевод в Encyclopaedia Math. Sci., vol. 63. Berlin: Springer-Verlag, 1994. P. 1–130
- [28] О несамосопряженных задачах с параметром, эллиптических по Агмону–Дуглису–Ниренбергу // Функци. анализ и его прил. 1990. Т. 24. №1. С. 59–61
- [29] Spectral properties of elliptic operators of negative order // Integral Equations and Inverse Problems / ed. V. Petkov, R. Lazarov. Harlow / New York: Longman / Wiley, 1991. P. 1–9 (Pitman Res. Notes in Math. Ser. V. 235.)
- [30] О модулях собственных значений несамосопряженных задач с параметром, эллиптических по Агмону–Дуглису–Ниренбергу // Функци. анализ и его прил. 1992. Т. 26. №2. С. 51–55
- [31] Nonsself-adjoint operators on nonsmooth domains // Russian J. Math. Phys. 1994. V. 2. №2. P. 139–148

- [32] О рядах по корневым векторам операторов, определяемых формами с самосопряженной главной частью // Функц. анализ и его прил. 1994. Т. 28. № 3. С. 1–21
- [33] A non-self-adjoint boundary value problem for the Maxwell system // Proceedings of the 4th Crimean Autumn Mathematical School–Symposium on Spectral and Evolutional Problems. Simferopol, 1995. P. 208–209
- [34] Оценки s -чисел и спектральные асимптотики для интегральных операторов типа потенциала на негладких поверхностях // Функц. анализ и его прил. 1996. Т. 30. № 2. С. 1–18 (совм. с Б. А. Амосовым)
- [35] Elliptic boundary value problems // Partial Differential Equations. IX / ed. M. S. Agranovich et al. Berlin: Springer-Verlag, 1997. P. 1–144
- [36] Weakly smooth nonselfadjoint spectral elliptic boundary problems // Spectral Theory, Microlocal Analysis, Singular Manifolds / ed. M. Demuth et al. Berlin: Akademie Verlag, 1997. P. 138–199 (with R. Denk, M. Faierman)
- [37] Спектральные граничные задачи для уравнения Гельмгольца со спектральным параметром в граничных условиях на негладкой поверхности // Матем. сб. 1999. Т. 190. № 1. С. 29–69 (совм. с Р. Менникеном)
- [38] Generalized Method of Eigenoscillations in Diffraction Theory. Weinheim: Wiley-VCH, 1999 (with B. Z. Katsenelenbaum, A. N. Sivov, N. N. Voitovich)
- [39] Spectral problems for the Lamé system with spectral parameter in boundary conditions on smooth and nonsmooth boundary // Russian J. Math. Phys. 1999. V. 6. № 3. P. 247–281 (with B. A. Amosov, M. Levitin)
- [40] Спектральные свойства операторов типа потенциала для некоторого класса сильно эллиптических систем на гладких и липшицевых поверхностях // Труды ММО. 2000. Т. 62. С. 5–55