Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Е. М. Ландис, И. М. Яглом, Об Александре Семеновиче Кронроде, *УМН*, 2001, том 56, выпуск 5, 191–201

DOI: <https://doi.org/10.4213/rm448>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 107.22.136.117

26 апреля 2023 г., 18:32:10

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЖИЗНЬ

ОБ АЛЕКСАНДРЕ СЕМЕНОВИЧЕ КРОНРОДЕ

Александр Семенович Кронрод родился 22 октября 1921 года в Москве.

К математике Саша Кронрод приобщился в ныне почти легендарном школьном кружке студента МГУ Д. О. Шклярского — талантливого начинающего ученого и блестящего педагога, ставившего в центре всей работы учащихся самостоятельное решение ими трудных задач.¹ В 1938 году А. С. Кронрод поступил на механико-математический факультет МГУ — и сразу стал известен всем студентам и преподавателям факультета: привлекали внимание и его бросавшиеся в глаза выдающиеся способности, и огромная активность, энергия и темперамент, и часто нарочитая заостренность и парадоксальность высказываний, и даже чисто внешние данные: высокий рост, красивый громкий голос.

Уже на первом курсе А. С. Кронрод выполнил свою первую самостоятельную работу: возглавлявший в те годы кафедру математического анализа и руководивший студенческим кружком для начинающих А. О. Гельфонд поставил перед ним достаточно традиционную для довоенной московской математики (но не для самого Александра Осиповича) задачу об описании возможной структуры множества точек разрыва функции, дифференцируемой в точках непрерывности — и в 1939 году — первая научная статья Кронрода, в которой решалась эта задача, появилась в «Известиях Академии Наук».

Нормальное течение жизни студентов поколения Кронрода было прервано войной. В первый же день войны Кронрод подал в военкомат заявление с просьбой направить его на фронт — и получил отказ: студентам старших курсов предоставлялась броня. Впоследствии их направили учиться в военные академии, а в первые дни войны — на строительство укреплений вокруг Москвы.² По возвращении оттуда Кронрод опять начинает атаковать военкомат и добивается своего: попадает в действующую армию.

Боевой путь офицера Советской армии Кронрода не был простым: во время зимнего наступления нашей армии под Москвой его храбрость была отмечена не только первым орденом, но и первым тяжелым ранением. После второго ранения в 1943 году о возвращении в строй не могло быть и речи: А. С. Кронрод сохранил способность заниматься математикой, но не воевать, последнее ранение сделало его инвалидом и давало о себе знать все последующие годы.

В госпитале А. С. Кронрод обратился к задаче, которую еще перед войной поставил перед ним М. А. Крейнс. Эта задача заключалась в требовании ответить на следующий вопрос: пусть

¹ На четвертой Московской математической олимпиаде 1938 г. Кронрод получает первый приз. (Эта и следующие сноски сделаны редакцией журнала.)

² ... где он возглавил студенческую бригаду мехмата.

подстановка $i \rightarrow k_i$, заданная на множестве $\mathbb{N} = \{i\} = \{1, 2, 3, \dots\}$ натуральных чисел, такова, что она меняет сумму какого-то бесконечного ряда $\sum_{i=1}^{\infty} a_i \neq \sum a_{k_i}$; существует ли тогда такой (условно) сходящийся ряд $\sum b_i$, который эта же подстановка переводит в ряд расходящийся.

А. С. Кронрод далеко раздвинул рамки поставленного перед ним задания: он сумел показать, что в отношении их действия на (условно сходящиеся) ряды все подстановки делятся на ряд категорий. Существуют подстановки, переводящие некоторые сходящиеся ряды в расходящиеся – Кронрод назвал такие подстановки “левыми”. Подстановки, которые некоторый расходящийся ряд переводят в сходящийся, Кронрод назвал “правыми”; ясно, что подстановка, обратная левой, всегда будет правой. Пересечение множеств левых и правых подстановок образуют “двусторонние” подстановки: они могут перевести и сходящийся ряд в расходящийся, и расходящийся в сходящийся. Подстановки, не являющиеся ни левыми, ни правыми, Кронрод назвал “нейтральными” – эти подстановки не могут изменить сходимости ряда – и, как оказалось, не могут изменить сумму ни одного ряда. Последнее вытекает из того, что, как выяснилось, множество подстановок, которые могут менять суммы рядов (Кронрод назвал их “существенными”), является подмножеством множества двусторонних подстановок.

Заключительная часть работы содержала эффективные критерии принадлежности подстановки к тому или иному классу (“левая”, “правая”, “двусторонняя”, “нейтральная”, “существенная”) и перенесение основных результатов работы на ряды с комплексными членами.

Эта очень красивая работа, опубликованная в 1945 году в “Математическом сборнике”, послужила дипломом Кронрода, за нее он был удостоен также премии Московского Математического Общества (ММО) для молодых ученых (заметим, что это был чуть ли не единственный – и, во всяком случае, очень редкий – случай присуждения премии Общества студенту; кроме того, А. С. Кронрод был единственным человеком, дважды получившим эту высоко престижную премию).

Осенью 1944 года А. С. Кронрод возобновил занятия на четвертом курсе механико-математического факультета. А в феврале 1945 года на факультете произошло незаурядное событие: после перерыва возобновил чтение лекций академик Н. Н. Лузин, объявивший курс “Теория функций двух действительных переменных”; он же и начал ведение семинара, тесно связанного с этим курсом.

Николай Николаевич Лузин в те годы для студентов университета представлялся фигурой, чуть ли не мифической. Учениками Лузина являлись почти все ведущие профессора-математики старшего и среднего поколения; о знаменитой “Лузитании” (объединение учеников Лузина) ходили тогда легенды. Однако, так как Лузин преподавания последние годы не вел, то и в ряду его учеников образовался естественный перерыв. Последними его учениками, появившимися после длительного перерыва, следует, видимо, считать А. С. Кронрода и Г. М. Адельсона-Вельского. При этом, если Адельсон-Вельский помимо Лузина имел и других учителей (И. М. Гельфанд и в части вычислительной математики – лишь немного более его старший А. С. Кронрод), то единственным учителем Кронрода был Лузин. Этим своим ученичеством Кронрод всегда гордился – он любил демонстрировать подаренный ему Лузиным и надписанный автором экземпляр французского оригинала знаменитой диссертации Лузина “Интеграл и тригонометрический ряд” и с удовольствием вспоминал, как Лузин представлял Кронрода прославленному Ж. С. Адамару как своего ученика.

Видимо, самой сильной стороной Лузина всегда была способность ставить перед своими учениками задачи, имеющие большое общематематическое значение – такие, методы решения которых, самостоятельно разрабатываемые сильными и настойчивыми молодыми учеными, приводили к возникновению новых направлений.

Задача, которая была им поставлена перед Адельсон-Вельским и Кронродом, требовала доказать аналитичность моногенной функции методами теории функции действительного переменного без обращения к интегралу Коши и теории функций комплексного переменного: требовалось установить, что каждая функция $w(x, y) = u(x, y) + iv(x, y)$, где $u(x, y)$ и $v(x, y)$ удовлетворяют условиям Коши–Римана, разлагается в сходящийся степенной ряд.

Поставленная задача была Адельсон-Вельским и Кронродом решена и даже обобщена: они рассматривали произвольные уравнения

$$\frac{\partial u}{\partial x} = A(x, y) \frac{\partial v}{\partial y}; \quad \frac{\partial u}{\partial y} = -B(x, y) \frac{\partial v}{\partial x};$$

с положительными функциями и установили связь между гладкостью решений и гладкостью коэффициентов (тождественно равных 1 в случае уравнений Коши–Римана). При этом существенную роль в их работе играло изучение линий уровня функций двух переменных и установление принципа максимума для этих функций.

Эта работа послужила отправным пунктом для изучения линий уровня произвольных (непрерывных) функций двух переменных, чему был посвящен ряд последующих работ А. С. Кронрода и Г. М. Адельсон-Вельского.

Но этим Кронрод не ограничился – не в его характере было ставить перед собой частные задачи: о максимализме Кронрода (и в жизни, и в науке) мы будем еще иметь возможность сказать ниже. Столкнувшись с функциями двух переменных, А. С. Кронрод обнаружил, что если теория (непрерывных) функций одного (действительного) переменного была в это время уже доведена до некоторой полноты, то теория функций двух (и многих) переменных просто не существовала – сюда были перенесены простейшие понятия теории функций одного переменного, в таком виде ничего “существенно двумерного” в себе не содержащие. Теории функций двух переменных не существует – значит надо ее создать. И в течение ближайших лет все внимание Кронрода было обращено на решение этой большой задачи.

На протяжении следующих четырех лет А. С. Кронрод построил стройную теорию, охватывающую свойства функций двух действительных переменных, связанных с понятием вариации и наметил путь для построения теории функций многих переменных.

Он с самого начала отказывается от определений, связанных с выбором данной ортогональной системы координат (таких, как, например, вариация Тоннели), и вводит инвариантные (относительно ортогональных преобразований) понятия. Основными для его теории понятиями явились вариации функции двух переменных. А. С. Кронрод показал, что свойства, которые в случае функции одной переменной зависят от ее вариации, при переходе к функции двух переменных расщепляются, что для функции двух переменных естественно ввести две вариации. Одну из них он назвал плоской, а другую – *линейной*. Ограниченность плоской вариации обеспечивает существование у функции почти всюду асимптотического полного дифференциала. Для гладкой функции она оказывается равной интегралу от модуля ее градиента, взятого по области задания.

Линейная вариация – принципиально новый объект. А. С. Кронрод вводит понятие монотонной функции двух переменных, естественно обобщающее понятие монотонности функции одного переменного, и доказывает, что ограниченность линейной вариации позволяет представить функцию в виде разности монотонных функций. Для самой линейной вариации он дает ряд эквивалентных определений, из которых особенно интересно одно. Оказывается, непрерывной функции двух переменных можно сопоставить одномерное дерево, элементами которого являются компоненты множеств уровня функции. На нем при помощи исходной функции задается метрика, а на дереве – функция. Линейная вариация тогда оказывается равной обычной вариации функции, заданной на одномерном дереве. Ограниченность одновременно плоской и линейной вариаций обеспечивает существование почти всюду обычного полного дифференциала.

А. С. Кронрод рассматривал непрерывные функции; однако, введенные им понятия легко переносятся на разрывные функции. Он наметил также программу исследования функций многих переменных, которая в дальнейшем была реализована его учениками.

В это время вокруг А. С. Кронрода сконцентрировалась активная группа учеников (более подробно о педагогической деятельности А. С. Кронрода будет идти речь ниже), реализовавших многие из его идей (например, А. Г. Витушкиным была построена теория вариаций функций многих переменных и множеств, А. Я. Дубовицкий детально исследовал множества критических значений функций многих переменных и гладких отображений $\mathbb{R}^n$ в $\mathbb{R}^m$, в частности передоказал теорему А. Сарда, которая в то время еще не была известна в Москве, а также получил ряд более тонких теорем о строении множества критических точек).

С точки зрения сегодняшнего дня, по прошествии полувека, наибольший интерес представляют не сами результаты, полученные А. С. Кронродом (это важный, но пройденный этап), а аппарат, разработанный им для их получения. Например, одномерное дерево А. С. Кронрода использовалось В. И. Арнольдом при решении им тринадцатой проблемы Гильберта.

Но особенно популярна в наши дни следующая теорема А. С. Кронрода:

Пусть $G \subset \mathbb{R}^n$ – область, и $f: G \rightarrow \mathbb{R}^1$ – гладкая функция, $E_t = \{x \in G \mid f(x) = t\}$ – множество уровня функции f и ds – элемент $(n-1)$ -мерной площади E_t . Тогда

$$\text{mes } G = \int_{\min f}^{\max f} \left(\int_{E_t} \frac{ds}{|\text{grad } f|} \right) dt.$$

Эта теорема лежит, например, в основе многих современных доказательств в теории дифференциальных уравнений с частными производными.

Развитая А.С. Кронродом теория функций двух переменных составила содержание его диссертации, защищенной им в МГУ в 1949 году. Официальными оппонентами по диссертации выступили М.В. Келдыш, А.Н. Колмогоров и Д.Е. Меньшов; за эту работу А.С. Кронроду была присуждена сразу ученая степень доктора физико-математических наук, минуя кандидатскую степень.³

Следующая крупная задача, за решение которой взялся А.С. Кронрод, заключалась в следующем. Пусть S – вложенная в $\mathbb{R}^3$ параметрически заданная поверхность, имеющая ограниченную площадь по Лебегу. Верно ли, что S имеет почти всюду асимптотическую касательную плоскость (в смысле меры, порожденной на S площадью Лебега). Это была проблема, к тому времени уже давно стоявшая.

А.С. Кронрод решил ее в положительном смысле, но решение не стал публиковать. Поступил он так потому, что решил порвать с чистой математикой. Он сделал это решительно и навсегда.

Для того чтобы понять, что произошло, следует вернуться несколько назад. С 1945 года, будучи на четвертом курсе, А.С. Кронрод параллельно с учебой в университете начал работать в вычислительном отделе института И.В. Курчатова. Первоначально его привели к этому материальные соображения: он был женат, в 1943 году у него родился сын. В частности, ему было необходимо получить жилье. Работа в курчатовском институте давала такую возможность. Но А.С. Кронрод ничего не делал спустя рукава. Коль скоро он столкнулся с вычислительной математикой, он занялся ею всерьез. И обнаружил, что это – интересная область, совсем, как он считал, не похожая на чистую математику. А.С. Кронрод всегда подчеркивал, что методы вычислений надо отличать от теорем, которые доказываются около вычислительной математики. Он говорил, например, что, решая дифференциальное уравнение методом конечных разностей, конечно-разностную схему надо составлять, исходя из физической задачи, а не из дифференциального уравнения, и никогда не следует интересоваться тем, сходится ли решение конечно-разностного уравнения к решению дифференциального, ибо если схема составлена физически правильно и нет сходимости к решению дифференциального уравнения, то тем хуже для дифференциального уравнения. Как правило, не следует делать теоретической оценки погрешности. Такая оценка требует описания запаса функций, среди которых ищется решение. Нам же априори этот запас (как и распределение в нем решений) неизвестен. Теперь это все – общие места, но в то время звучало парадоксально. А.С. Кронрод придумал ряд алгоритмов быстрого решения тех или иных задач (в частности, независимо от нескольких других авторов он открыл метод прогонки).

Итак, А.С. Кронрод открыл для себя новую сферу деятельности. Вероятно, одного этого было бы мало для столь решительного разрыва с математикой традиционной, несмотря на весь максимализм, который, как уже говорилось, был одной из ведущих черт его характера.

Кроме электрических арифмометров – “мерседесов” – из вычислительной техники тогда имелись табуляторы и сортировки, работавшие с перфокартами. Судьба свела А.С. Кронрода с талантливым инженером-релейщиком Николаем Ивановичем Бессоновым. Н.И. Бессонов из нескольких табуляторов и сконструированного им дополнительного релейного устройства для умножения чисел построил “комбайн”, на котором можно было решать некоторые более сложные вычислительные задачи. Здесь у А.С. Кронрода и Н.И. Бессонова (по-видимому, логическая сторона вопроса принадлежала А.С. Кронроду, а конструкторская, несомненно, – Н.И. Бессонову) зародилась идея универсальной цифровой вычислительной машины с программным управлением. Надо помнить, что в это время (в начале второй половины сороковых годов) у нас еще не было известно о существовании американских ЭВМ. Проект такой машины – РВМ (Р – релейная, в отличие от привычного теперь Э – электронная) – был принят к производству.

³Эта работа изложена в его обзоре в УМН [15].

Если бы эту машину построили быстро, это была бы первая у нас цифровая быстродействующая вычислительная машина (между прочим, по скорости счета она превосходила бы современные ей американские ЭВМ, благодаря ряду глубоких идей, заложенных в ее конструкцию; в частности, здесь использовался “каскадный метод” своего рода распараллеливание (столь актуальная сейчас проблема); в ней был применен “счетчик Шеннона”, тогда еще никому у нас неизвестный и т. п.).

Все это открывало совершенно новые перспективы и переворачивало представление о возможностях методов вычислений.

В конце сороковых годов было признано необходимым наряду с институтом И. В. Курчатова создать еще один “атомный” институт, руководить которым было поручено А. И. Алиханову. По рекомендации И. В. Курчатова и Л. Д. Ландау А. И. Алиханов пригласил в 1949 году А. С. Кронрода в свой институт и поручил ему руководство математическим отделом в этом институте, получившем позднее название Института теоретической и экспериментальной физики – ИТЭФ. Здесь уместно сказать еще об одной особенности натуры А. С. Кронрода. Он был природным организатором. Получая в свои руки отдел, он получал возможность организовать в нем работу так, чтобы отдел работал возможно производительнее.

Вычислительная математика, и машина, и возможность организовать работу по-своему, и сознание полезности этой работы – все это перевесило чистую математику для А. С. Кронрода, бывшего, между прочим, в высокой степени прагматиком.

Перейдя в ИТЭФ, А. С. Кронрод перетянул туда и Н. И. Бессонова. Строится РВМ. Строительство идет мучительно медленно. Она дешева, и это, к сожалению, формирует не совсем серьезное отношение к ней. Вполне доброжелательные и компетентные люди подавали А. С. Кронроду мудрые советы, как ускорить строительство, сделав, например, контакты из золота: это и несколько улучшило бы качество машины, и соответственно удорожило бы ее, что могло в корне изменить отношение к ней. Над такими советами А. С. Кронрод мог только потешаться – его честность никогда не позволила бы ему прибегнуть к подобным трюкам. А годы шли. К тому времени, когда РВМ была построена, у нас уже начали проектироваться первые ЭВМ. Хотя благодаря богатству заложенных в РВМ идей она еще опережала по быстродействию проектирующиеся ЭВМ, но у нее, конечно, не было будущего; между тем, если бы машина была выпущена своевременно – хотя бы и с золотыми контактами – она безусловно окупилась бы себя.

Мы говорим здесь так подробно об РВМ, чтобы подчеркнуть один из принципов, которого строго придерживался А. С. Кронрод. Этот принцип: идея – ничто, реализация ее – все. А. С. Кронрод, человек, брызжащий блестящими идеями, нисколько не ценил их. Он раздавал их направо и налево и считал вполне искренне и убежденно автором того, кто его идею реализовал. В этом А. С. Кронрод был полной противоположностью своему учителю Н. Н. Лузину. Если говорить о РВМ, то ее авторство он решительно приписывал одному Н. И. Бессонову (впрочем, безусловно, талантливому человеку).

Имея ясный взгляд и свежую голову, А. С. Кронрод быстро оценил преимущество электронных элементов перед релейными. Он деятельно участвовал в обсуждении конструкций первых ЭВМ, являясь членом столь многочисленных и разнообразных в те годы советов, планирующих создание этих машин. Надо сказать, что благодаря тому, что его идеи опережали время, при этих обсуждениях он часто оставался в меньшинстве. Например, он безуспешно доказывал, что в машине действия с числами, имеющими плавающую запятую, должны быть реализованы аппаратно. У нас, тем не менее, первые машины имели фиксированную запятую, а действия с числами, имеющими плавающую запятую, реализовывались программно; что делало формально скорость машины большей, а фактически снижало эту скорость до очень низкого уровня. Но РВМ все же оставалась любимым его детищем, и на глазах его были слезы, когда ее демонтировали.

В период с 1950 по 1955 год главная деятельность А. С. Кронрода – численное решение физических задач. Он много работает с физиками, в частности, с физиками-теоретиками, из которых по работе он ближе всего был связан с И. Я. Померанчуком, а чисто человечески и дружески – с Л. Д. Ландау. За решение задач государственной важности он был удостоен Сталинской премии и награжден орденом Трудового Красного Знамени.

Только в 1955 году А. С. Кронрод получил реальную возможность работать на ЭВМ. Это была машина М-2, сконструированная И. С. Бруком, М. А. Карцевым и Н. Я. Матюхиным в ру-

ководимой И. С. Бруком лаборатории Энергетического института им. Кржижановского, из которой вырос Институт электронных управляющих машин. Методы общения математика с этой машиной создавал А. Л. Брудно, большой личный друг и единомышленник А. С. Кронрода.

Здесь начинается новый период жизни А. С. Кронрода. О нем будет речь впереди, а пока, чтобы не очень отрываться от хронологии, расскажем еще об одной сфере его деятельности. В 1946–1953 годы А. С. Кронрод руководил семинаром, который назывался “кружком Кронрода” и был, наверное, не менее известен среди математической молодежи того времени, чем в свое время лужинские семинары. Обстановка приподнятости, энтузиазма, убеждения, что нет науки, кроме математики, и Кронрод – пророк ее, царили в этом кружке. И в то же время сам Кронрод был не мэтром, а просто “Сашей”, как он остался Сашей до конца своих дней. Темы занятий кружка: теория функций действительного переменного, теория множеств, теоретико-множественная топология. И после того, как сам А. С. Кронрод перестал заниматься чистой математикой, он продолжал вести этот кружок с тем же рвением. Он считал (и тогда, и в последующие годы), что теория функций действительного переменного наиболее подходит для приобщения учащихся к творческой деятельности, так как при малых исходных сведениях она позволяет получать новые сложные результаты. Через этот кружок прошли многие математики нынешнего старшего поколения (Е. М. Ландис, А. Я. Дубовицкий, Е. В. Гливенко, Р. А. Минлос, Ф. А. Березин, А. А. Милютин, А. Г. Витушкин, Р. Л. Добрушин, Н. Н. Константинов и многие другие).

С переездом МГУ в новое здание А. С. Кронрод отошел от руководства этим семинаром. Через короткое время он возобновил семинар, но уже на новой, машинной, основе.

Начав с увлечением заниматься программированием на машине М-2, А. С. Кронрод быстро приходит к мысли о том, что вычислительные задачи вовсе не есть главное, для чего может быть употреблена ЭВМ. Главное – это научить машину думать, т. е. то, что нынче называется “искусственный интеллект”, а в те годы – “эвристическим программированием”.

А. С. Кронрод увлекает за собой большую группу математиков и физиков (Г. М. Адельсон-Вельский, А. Л. Брудно, М. М. Бонгард, Е. М. Ландис, Н. Н. Константинов и др.). И если некоторые из них пришли к подобным задачам самостоятельно, то, во всяком случае, безоговорочно признали лидерство Кронрода. В комнате, соседней с той, в которой стояла машина М-2, начал работать новый “кружок Кронрода”. В этом семинаре горячо обсуждались методы распознавания образов (эта работа, возглавляемая М. М. Бонгардом, завершилась созданием руководимой им группой известной программы “Кора”, варианты которой функционируют до сих пор), транспортная задача (задачу принес в семинар и активно занимался ею А. Л. Брудно), задачи теории автоматов и многие другие задачи.

А. С. Кронрод умело направлял энтузиазм участников в практическое русло. Он предложил выбрать эталонную задачу, продвижение в решении которой позволяло бы судить об уровне, достигнутом авторами в области эвристического программирования. В качестве такой задачи он предложил интеллектуальную игру. Первая задача, которая была выбрана и программа которой была реализована, была карточная игра в “подкидного дурака”. Такой выбор (вопреки частым улыбкам) был не случаен и не был продиктован желанием быть экстравагантным. Это – сложная игра, не имеющая разработанной теории и допускающая простое описание позиции, что было чрезвычайно важным, учитывая маломощность машины и ограниченность ее памяти. Программа была написана и играла. Игра была достаточно сильной, пока в колоде оставались карты и шла игра “с неполной информацией”. После перехода игры в “открытую”, когда все сводилось к перебору вариантов, не хватало мощности машины ввиду необыкновенно больших размеров “дерева игры”. (К этой игре впоследствии никогда не возвращались, и нет даже полной уверенности в том, что мощность современных машин достаточна для этой игры.)

В процессе создания этой программы открывались впервые общие принципы, необходимые для эвристического программирования: процесс перебора программой, не зависящей от длины перебора (априори было не ясно, возможно ли это), алгоритмы организации информации и т. п. И все же игра в “подкидного дурака” явно не удовлетворяла требованиям “эталона”, поскольку это – чисто региональная (или национальная) игра, и А. С. Кронрод предложил в качестве эталона другую игру – шахматы. В шахматы играют во всем мире. В США уже начали писать шахматные программы. Шахматная программа создавалась уже на базе “собственных” машин: в математическом отделе ИТЭФ были установлены сначала одна, а затем и вторая машина М-20. Шахматная программа писалась группой математиков (Г. М. Адельсон-Вельский, В. Л. Арлазаров,

А. Р. Битман, А. В. Усков), в которую сам Кронрод не входил. Правда, когда возникли затруднения в создании общей схемы перебора, связанные с рекурсией, он включился в дело и придумал усовершенствование, при помощи которого трудности были преодолены. На себя А. С. Кронрод взял роль организатора. Надо было, и это было не просто, создать условия для работы шахматной группы в институте, основная масса сотрудников которого относилась к эвристическому программированию и вообще ко всему, что не касалось их непосредственной области, как к баловству.

Он организует шахматную встречу программы ИТЭФ с лучшей американской шахматной программой того времени, программой, созданной группой сотрудников Стенфордского университета под руководством Дж. Маккарти. Состоялся матч по телеграфу из четырех партий, окончившихся со счетом 3 : 1 в пользу программы ИТЭФ.

Однако в ИТЭФ, разумеется, отдел существовал для математического обслуживания физических задач, и подошло время сказать о том, как такая работа была организована А. С. Кронродом. Это может быть поучительно потому, что во всех естественно-научных институтах есть потребность в математическом обслуживании и везде дело поставлено не так.

А. С. Кронрод считал, что математик, решающий математическую часть физической задачи, должен понимать эту задачу, начиная с ее постановки, а также понимать, как будет использоваться полученный результат. Далее математик разрабатывал алгоритм, как правило, сообразуясь с физической постановкой, писал программу и считал. Программировать он должен был сам, потому что только при этом возможен выбор оптимального варианта решения. Для этого всего нужен был математик достаточно высокой квалификации, и А. С. Кронрод привлекает в ИТЭФ много хороших выпускников мех-мата, причем и тех, кто специализировался в самых абстрактных областях. Почему именно мехмата? Он любил повторять фразу И. М. Гельфанда: «Задача мехмата состоит в том, чтобы сделать людей способными», понимая ее в том смысле, что такому математику достаточно сформулировать определения и правила оперирования с ними.

Но для того, чтобы математик мог, не затрачивая лишних сил, сам программировать, ему нужно было создать максимум удобств и освободить от всей работы, не требующей его квалификации. Математик писал на удобном, близком к обычному, языке, на бланке, отпечатанном на отличной бумаге, карандашом, чтобы можно было неограниченное число раз пользоваться резинкой. В его распоряжении имела богатая библиотека стандартных программ с удобными к ним обращениями. Написанная программа (или любой кусок ее) отправлялась в кодировочную. Кодировка, проверка кодировки, перфорация, проверка перфорации – об этом программист не думал – на следующий день он получал два экземпляра колод программы без единой ошибки кодировки или перфорации. Отладка производилась за пультом, и не было проблем времени. Садиться за пульт программист мог столько раз, сколько ему нужно. А нужно было не очень много: программа членилась на небольшие блоки, каждый из которых отлаживался отдельно и, как правило, шел «с кнопки». Поправку можно было ввести в программу нажатием клавиши на пульте, как это сейчас делает «редактор». Только рядом с отлаживающимся программистом дежурила перфораторшица, чтобы немедленно перебить карту. Для этой цели использовались цветные перфокарты. На другой день исправленная белая карта занимала свое место в колоде.

Обязателен был контроль в виде ручного просчета. Строго соблюдалось правило: если программа работает и дает правдоподобный результат, это еще не значит, что она работает верно, даже если результат точен в вырожденных случаях.

Оказалось, что работа кодировочной и перфораторной была чрезвычайно важна в цикле составления программы. Там работали женщины, так как опыт показал, что они справлялись с этой работой лучше мужчин; на каждом из бланков для написания программы, которые изготавлились для отдела А. С. Кронрода, было внизу напечатано: «составил программу . . .», «кодировала . . .», «проверила кодировку . . .», «перфорировала . . .», «проверила перфорацию . . .».

Как же добился А. С. Кронрод столь четкой работы этих подразделений? Во-первых, он отобрал хороших работниц, во-вторых, добился для них высокой зарплаты. И, наконец, установил зависимость зарплаты от качества работы. За безошибочную работу давалась ежемесячно 20-процентная премия. За 2 ошибки в месяц, пропущенные проверщицей перфорации, эта премия уменьшалась на половину. Еще за 2 пропущенные ошибки в месяц – премия снималась совсем (ошибки в цветных перфокартах не учитывались).

Мягкий и добрый Кронрод здесь был непреклонен. Зато во всем, что не касалось качества их

работы, он всячески шел им навстречу. Они его любили, уважали и дорожили своей работой, а ошибок не было.

Н. И. Бессонов, быстро переквалифицировавшийся в электронщика, держал машины в образцовом порядке. Сбоев практически не бывало. Здесь уместно сказать, что под руководством А. С. Кронрода Н. И. Бессоновым в машины постоянно вносились усовершенствования. В 1963 году Н. И. Бессонов под руководством А. С. Кронрода, полностью переделав систему команд, вдвое увеличил мощность машин.

А. С. Кронрод исходил из того, что нормальная вычислительная задача должна считаться быстро. Бывают, конечно, специальные случаи, когда длинный счет необходим, но это не правило, а исключение и довольно редкое.

Был принят следующий порядок: если отлаженная программа идет дольше 10 минут, то ее автор вызывается на “совет старших” во главе с А. С. Кронродом. Анализируются алгоритмы и, как правило, время счета сокращается.

Все это вместе было похоже на хорошо отлаженное фабричное производство. Результаты оказались поразительными. На маломощных машинах в трудных задачах ИТЭФ-овские математики опережали Запад. Например, программа обработки наблюдений в сцинтилляционных камерах, давая большую точность, работала на М-20 вдвое быстрее, чем аналогичная программа в ЦЕРНе на машине, обладавшей в 500 раз большей скоростью. За несколько ночных часов она обсчитывала все, что успел за сутки работы дать ускоритель. Потому было время и для отладки, и для профилактики машины (для ламповых машин это было обязательно), и много времени для эвристических и других задач, о которых пойдет речь дальше.

В мире наших физиков-теоретиков в то время наблюдалась четкая закономерность: чем талантливее физик-теоретик, тем меньше для него считают. Был один единственный физик, для которого не считали вообще – Л. Д. Ландау. Слабые физики хотели, как правило, чтобы для них считали много, причем некоторые из них проявляли неудовольствие, когда математики интересовались тем, откуда взялось принесенное для решения уравнение или что собираются делать с полученным результатом. Здесь уместно сказать, что А. С. Кронрод любил цитировать Хемминга: “Прежде, чем начинать вычисления, подумай, что ты будешь делать с полученным результатом”. В его отделе дело было поставлено так, что всякая задача, приводящая к большому счету, обсуждалась с математиком, который должен был вникнуть в физическую постановку. При этом иногда обнаруживалось, что нужен качественный результат, который может быть найден без счета, что задача переопределена или недоопределена, что ошибки вычислений превысят отыскиваемый эффект, что задача поставлена некорректно и т. п. А. С. Кронрод даже повесил на дверях своего кабинета табличку: “С интегральными уравнениями 1-го рода не приходите!”. Это вовсе не означало, что он считал, что интегральные уравнения 1-го рода нельзя решать. Например, в математическом отделе ИТЭФ были рассчитаны формы полюсов магнитов для 10-Гевного ускорителя ИТЭФ, а потом и для серпуховского ускорителя. Расчет полюсов – задача Коши для уравнения Лапласа, сводящаяся, как известно, к интегральному уравнению 1-го рода. Но это был особый случай – считать в самом деле было нужно. Между прочим, непосредственным исполнителем этой работы был отличный математик А. М. Ильин.

Возвращаясь к А. С. Кронроду, надо сказать, что он, понимая, что бывают случаи, когда уравнение 1-го рода надо решать по сути задачи, видел, в то же время, что несравненно чаще встречаются задачи, где результат решения уравнения 1-го рода не нужен сам по себе – интерес представляет какое-то его осреднение, а для этой осредненной величины можно, как правило, поставить более простую, и главное, корректную задачу.

С тех пор прошло два с половиной десятилетия. Сменился ряд поколений ЭВМ. Скорость их действия увеличилась на много порядков, а память сделалась, практически, неограниченной. Изменился способ общения человека с машиной. Изменился характер использования машин. В основном, они используются не для вычислений, а для переработки и хранения информации. И вместе с тем, многое из того, что было введено в практику А. С. Кронродом, не потеряло актуальности до сих пор. Если в решении естественно-научной задачи участвует математик (в роли вычислителя и программиста), то он должен начинать работу с осмысливания физической, химической, биологической, экономической и т. п. постановки задачи. Работая с физиком, химиком, биологом, экономистом, он вместе с ним, если это сильный физик, химик, биолог, экономист (и за него – в противном случае) должен сформулировать математическую постановку, а затем

составить алгоритм и написать программу, помня, что разумность составленных алгоритмов в серьезной задаче обнаруживается только в процессе написания программы. При этом математику должен быть предоставлен максимум удобств, и он должен быть освобожден от работы, не требующей его квалификации.

С конца 50-х годов А. С. Кронрод начал интересоваться вопросами экономики, в частности, вопросами ценообразования. Он обратил внимание на то, что принципы, заложенные в ценообразование, неверны. К тем же выводам пришли Л. В. Канторович и ряд экономистов. Была создана Комиссия по ценообразованию при Совете Министров, в которую из математиков вошли Л. В. Канторович и А. С. Кронрод. В результате деятельности этой комиссии были приняты новые принципы ценообразования. Для реализации этих принципов надо было вычислить так называемые “леонтьевские матрицы” баланса материальных затрат по стране. Эта огромная вычислительная работа была возглавлена А. С. Кронродом и была проделана сначала на РВМ, а затем на тех же двух машинах М-20. В дальнейшем эту работу продолжил ученик А. С. Кронрода, известный теперь экономист В. Д. Белкин.

Другой задачей, которой интересовался А. С. Кронрод в 60-е годы, была задача дифференциальной диагностики некоторых заболеваний при помощи ЭВМ. В Онкологическом институте им Герцена была создана лаборатория, которую возглавил П. Е. Кунин, физик по образованию и ученик А. С. Кронрода в области эвристики. В этой лаборатории велись, в частности, работы по дифференциальной диагностике рака легких и центральной пневмонии (что было чрезвычайно важно, так как от этого зависели показания к оперативному вмешательству). Эту работу возглавлял А. С. Кронрод. Были достигнуты весьма обнадеживающие результаты. Внезапная смерть П. Е. Кунина оборвала эти работы.

К этому же времени относится организация А. С. Кронродом математических классов в средней школе и разработка методов обучения в этих классах.

После работы в ИТЭФ-е А. С. Кронрод с 1968 года⁴ начал заведовать математической лабораторией Центрального научно-исследовательского института патентной информации ЦНИИПИ. Надавив математико-информационную часть (а для этого ему, между прочим, понадобилось для стоявшей в ЦНИИПИ машины “Раздан” создать математическое обеспечение кронродовских кондиций и сколотить дружный коллектив математиков), А. С. Кронрод заинтересовался собственно патентным делом и обнаружил, что здесь нужны коренные реформы; стимулирующие изобретательскую деятельность.

А. С. Кронрод разрабатывает проект ряда мер, которые должны привести к исправлению положения с изобретательством и входит с ними в высокие инстанции, где находит понимание. Однако директор, который поддерживал А. С. Кронрода, сменился, а новый директор поспешил избавиться от столь беспокойного сотрудника.

А. С. Кронрод уходит из ЦНИИПИ.

Последнее место его работы – институт под названием Центральная Геофизическая Экспедиция. Здесь А. С. Кронрод руководит лабораторией, обескураживающей показания приборов при бурении разведочных скважин. Он реализует ряд новых вычислительных идей, но эта работа, конечно, не соответствовала масштабам его таланта, и он находит себе новое дело.

Надо сказать, что к А. С. Кронроду тянуло многих талантливых людей самых разных специальностей. И если некоторых из них интересовали его профессиональные возможности (например, для известного нефтяника Лопука он рассчитывал оптимальные режимы разработок нефтяных и газовых месторождений), то общение с другими происходило в сфере самых различных интересов. У него дома можно было застать актера Евстигнеева, киносценариста Нусинова; А. С. Кронрода вместе с И. Г. Петровским можно было видеть на выставке скульптур Бурделя, обсуждающих отнюдь не математические проблемы, а вопросы изобразительного искусства. Много среди его знакомых было и выдающихся врачей – хирург Симонян, педиатр Побединская, рентгенолог-онколог Марморштейн и др.

Обладея обостренным чувством человеколюбия, стремлением помочь страждущим немедленно, сию минуту, А. С. Кронрод жадно впитывал профессиональные рассказы врачей, сопереживая их удачи и неудачи, постепенно проникаясь сознанием того, что спасти смертельно больного

⁴А. С. Кронрод был уволен из ИТЭФа в связи с тем, что он подписал письмо в защиту Есенина-Вольпина.

человека — это самое важное, что можно и должно делать. В это время он познакомился с болгарским врачом Богдановым, автором препарата — анабола — изготовленного из убитой болгарской молочнокислой палочки. Этот препарат у больных раком часто вызывал длительную ремиссию. Между прочим, Богданов лечил анаболом И. Н. Векуа и С. А. Лебедева.

А. С. Кронрод начинает всячески пропагандировать этот препарат. Его не так легко достать: он производится в Болгарии в ограниченном количестве; А. С. Кронрод для умирающих больных организует его доставку. Но это не выход из положения — анабола мало, он дорог. Надо производить его в больших количествах и простым способом. И А. С. Кронрод придумывает такой способ. Так появляется новый препарат — простокваша на болгарской палочке — которому он дает название “милил” (в честь Мечникова Ильи Ильича). Он разрабатывает простую технологию его производства и способы его применения.⁵

А. С. Кронрод не лечит больных без врачей. Милилом пользуются по его указаниям врачи (а верящих в кронродовский препарат врачей становится все больше), причем только в безнадежных случаях; лечат больных, заведомо обреченных на быструю гибель. Милил приобретает известность и даже некоторое признание: А. А. Вишневский в своем институте предоставляет для лечения по методу А. С. Кронрода палату больных. А. С. Кронроду обещают лабораторию для экспериментов над животными. Впрочем, дальше обещаний дело не идет, и все эксперименты он производит над самим собой.

А. С. Кронрод уже не новичок в медицине. Математические книги на его полках сменяют книги по медицине, многое он получает от окружающих его врачей. У него уже значительный клинический опыт. У него огромная картотека с историями болезней больных. И у него есть большое преимущество перед врачами: он может делать правильные статистические выводы из этой тысячной картотеки. Крупный врач-терапевт И. Г. Баренблатт (отец механика Г. И. Баренблатта) после разговора с А. С. Кронродом был поражен его медицинской эрудицией. А чему поражаться? Если очень талантливый человек усиленно занимается медициной и ему в этом помогают хорошие специалисты, уж наверное он ей обучится не хуже среднего и даже хорошего студента-медика. Но у него не было диплома врача, а милил не был внесен в фармакологию. Такого медицина не терпит. Вспомним хотя бы историю с искусственным пневмотораксом. Притом, что Кронрод не лечил без присутствия врача и не брал за это денег, а напротив, тратил на лечение все свои деньги (дошло до того, что он так обносился, что его лаборантки ко дню рождения подарили ему костюм), против А. С. Кронрода было возбуждено уголовное дело. И, главное, конфискована картотека. Закончилась эта история трагикомически или, лучше сказать, комико-трагически. У прокурора, который возбудил это дело, заболела раком то ли жена, то ли мать. Ему понадобился милил. Дело, естественно, было прекращено. Картотека возвращена. Но для самого А. С. Кронрода это обернулось трагедией. У него произошел инсульт. Он полностью потерял речь. Разучился читать и писать. Выздоровление шло медленно. Он заново учится и говорить, и читать, и писать. Он уходит с работы в Центральной геофизической экспедиции. Он окончательно порывает с математикой. Его теперь интересует только медицина. Но тут его настигает второй инсульт. Положение безнадежно. Мнение врачей — начинается агония. Но он в сознании и велит опустить себя в очень горячую ванну и держать в ней несколько часов. Один из крупнейших невропатологов сказал впоследствии, что это было единственно правильным решением. На этот раз ему удалось спастись. Третий инсульт он не пережил.

Он умер 6 октября 1986 года.

Е. М. Ландис, И. М. Яглом

СПИСОК ОСНОВНЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ РАБОТ А. С. КРОНРОДА

- [1] О структуре множества точек разрыва функции, дифференцируемой в точках непрерывности // Изв. АН СССР. Сер. матем. 1939. С. 569–578
- [2] О перестановочности членов числовых рядов // Докл. АН СССР. 1945. Т. 49. С. 163–166
- [3] О линиях уровня непрерывных функций, обладающих частными производными // Докл. АН СССР. 1945. Т. 49. С. 239–241 (совм. с Г. М. Адельсоном-Вельским)

⁵ Редакция УМН не располагает какими-либо данными о подтверждении эффективности милила в настоящее время.

- [4] О принципе максимума для решений системы уравнений в частных производных эллиптического типа // Докл. АН СССР. 1945. Т. 49. С. 559–561 (совм. с Г.М. Адельсоном-Вельским)
- [5] Прямое доказательство аналитичности моногенной функции // Докл. АН СССР. 1945. Т. 50. С. 7–10 (совм. с Г.М. Адельсоном-Вельским)
- [6] О перестановках членов числовых рядов // Матем. сб. 1946. Т. 18 (60). С. 237–280
- [7] О множествах уровня функций многих переменных // Докл. АН СССР. 1947. Т. 58. С. 1269–1272 (совм. с Е.М. Ландисом)
- [8] Ограниченная вариация и полный дифференциал у функций многих переменных // УМН. 1947. Т. 2. № 2 (18). С. 192–193
- [9] О гладкости поверхностей функций многих переменных // УМН. 1947. Т. 2. № 3 (19). С. 176 (совм. с Е.М. Ландисом)
- [10] О касательных плоскостях к поверхности // УМН. 1947. Т. 2. № 4 (20). С. 167–168
- [11] Интеграл и производная функций нескольких переменных // УМН. 1948. Т. 3. № 2 (24). С. 220–222
- [12] О поверхностях ограниченной площади // УМН. 1949. Т. 4. № 5 (33). С. 181–182
- [13] О линейной и плоской вариациях функций многих переменных // Докл. АН СССР. 1949. Т. 66. С. 797–800
- [14] О линейном интеграле // Докл. АН СССР. 1949. Т. 66. С. 1041–1044
- [15] О функциях двух переменных // УМН. 1950. Т. 5. № 1 (35). С. 24–134

Об авторах

Е.М. Ландис, 06.10.1921–12.12.1998 – выдающийся советский математик, ученик и друг А.С. Кронрода. Е.М. Ландис прошел с первого до последнего дня Финскую и Великую Отечественную войны. Он вернулся на первый курс мех-мата МГУ в 1946 году, когда его сверстник А.С. Кронрод, демобилизованный в 1943 году, уже закончил Университет. Первые работы Е.М. Ландиса были выполнены под влиянием А.С. Кронрода, а иногда и совместно с ним [7], [9]. Позже Е.М. Ландис стал учеником И.Г. Петровского. Это определило главную область его математических исследований – уравнения с частными производными. Более сорока лет Е.М. Ландис работал на механико-математическом факультете МГУ, где был одним из ведущих профессоров. Параллельно, вплоть до 1968 года, он вел прикладные исследования в отделе Института теоретической и экспериментальной физики; отделом руководил А.С. Кронрод. Е.М. Ландис и А.С. Кронрод оставались друзьями в течение всей жизни.

Исаак Моисеевич Яглом – известный геометр и популяризатор науки – родился 6 марта 1921 года в Харькове. В 1925 году семья переехала в Москву. В школе И.М. Яглом очень увлекся математикой. Занимался в кружке Д. Шклярского. Весной 1938 года получил первую премию на Московской математической олимпиаде. После окончания школы поступил на мехмат, начал посещать семинар профессора Кагана и стал заниматься под его руководством. В начале войны эвакуировался в Свердловск и поступил на четвертый (в годы войны последний) курс Свердловского университета, который кончил в июне 1942 года. В 1945 году защитил кандидатскую диссертацию.

После аспирантуры И.М. Яглом работал два года в редакции математики Издательства иностранной литературы, затем два года работал на мехмате. После этого два года не мог нигде устроиться – по понятным причинам – это был конец 40-х – начало 50-х годов. Потом работал в Пединституте г. Орехово-Зуево. В хрущевскую оттепель (в 1957 году) перешел на работу в Ленинский Пединститут на кафедру геометрии. В 1968 году лишился работы за то, что он подписал письмо в защиту Есенина-Вольпина. Был принят на работу в Ярославский университет. Скончался в 1988 году.

И.М. Яглом автор около 25 популярных книг по математике для школьников и студентов. Получил Международную премию США за популяризацию науки. (Эта премия присуждается за популяризацию всех наук, И.М. Яглом был первым, получившим премию за популяризацию математики.)

Статья написана вскоре после смерти А.С. Кронрода, но поступила в редакцию только недавно. Весь текст ее оставлен без изменений.