Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

П. А. Колгушкин, Р. Р. Садыков, Классификация простых мультиростков кривых, *УМН*, 2001, том 56, выпуск 6, 153–154

DOI: <https://doi.org/10.4213/rm463>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 3.89.185.249

26 апреля 2023 г., 13:23:29

КЛАССИФИКАЦИЯ ПРОСТЫХ МУЛЬТИРОСТОКОВ КРИВЫХ

П. А. Колгушкин, Р. Р. Садыков

Мультиросток кривой в $\mathbb{C}^n$ — это множество $F = (f_1, \dots, f_k)$ ростков аналитических отображений $f_i: (\mathbb{C}, 0) \rightarrow (\mathbb{C}^n, 0)$, где $\text{Im } f_i \cap \text{Im } f_j = \{0\}$ для $i \neq j$ ($f_1, \dots, f_k$ называются компонентами мультиростка). Мультиросток является локальной параметризацией ростка приводимой кривой в нуле. Мультиросток называется простым, если у него имеется окрестность, пересекающая лишь конечное число орбит действия группы A право-левых координатных замен.

Мы классифицируем стабильно простые особенности мультиростков в конечномерных комплексных пространствах произвольной размерности относительно стабильной эквивалентности. Определения и мотивировку задачи см. в [1].

Обозначим через G_n мультиросток, состоящий из первых n координатных осей в $\mathbb{C}^N$, через $(t^m \times k)$ — неприводимую кривую вида $(t^m, \dots, t^m)$ (k мономов).

ТЕОРЕМА. *Каждый стабильно простой мультиросток стабильно эквивалентен одному и только одному мультиростку из следующего списка (m, n, k и l — натуральные числа):*

1. Пары кривых с неособой первой компонентой. Здесь первая компонента равна $(t, 0)$. В списке мы указываем только вторую компоненту.

1.1. Мультиростки с обеими неособыми компонентами:

1. $(0, t)$; **2.** (t, t^k) , $k > 1$.

1.2. Мультиростки со второй компонентой кратности два:

1. (t^2, t^{2m+1}) ; **2.** $(t^2, t^{2m+1} + t^{2n})$, $m < n < 2m$; **3.** (t^2, t^{2m+1}, t^{2n}) , $m < n \leq 2m$; **4.** $(t^2, t^{2m+1} + t^{2n}, t^{2s})$, $m < n < s \leq 2m$; **5.** $(t^2, t^{2n} + t^{2m+1})$, $n \leq m$; **6.** (t^2, t^{2n}, t^{2m+1}) , $n \leq m$; **7.** $(t^2, t^{2n} + t^{2m+1}, t^{2s+1})$, $n \leq m < s < m+n$; **8.** (t^{2r+1}, t^2) ; **9.** $(0, t^2, t^{2r+1})$;

1.3. Мультиростки с 3-струей $((t, 0), (0, t^3))$:

1. (t^{3m+1}, t^3) ; **2.** $(t^{3m+1}, t^3, t^{3n+2})$, $m \leq n \leq 2m$; **3.** $(t^{3m+1} + t^{3n+2}, t^3)$, $m \leq n < 2m$; **4.** $(t^{3m+1} + t^{3n+2}, t^3, t^{3l+2})$, $m \leq n < l \leq 2m$; **5.** (t^{3m+2}, t^3) ; **6.** $(t^{3m+2}, t^3, t^{3n+1})$, $m < n \leq 2m+1$; **7.** $(t^{3m+2} + t^{3n+1}, t^3)$, $m < n \leq 2m$; **8.** $(t^{3m+2} + t^{3n+1}, t^3, t^{3l+2})$, $m < n < l \leq 2m+1$; **9.** $(0, t^3, t^{3m+1})$; **10.** $(t^{3n+2}, t^3, t^{3m+1})$, $m \leq n < 2m$; **11.** $(t^{3l+2}, t^3, t^{3m+1} + t^{3n+2})$, $m \leq n \leq l < 2m$, кроме $n = l = 2m-1$; **12.** $(0, t^3, t^{3m+2})$; **13.** $(t^{3l+1}, t^3, t^{3m+2} + t^{3n+1})$, $m < n \leq l \leq 2m$, кроме $n = l = 2m$; **14.** $(t^{3n+1}, t^3, t^{3m+2})$, $m < n \leq 2m$; **15.** $(0, t^3, t^{3m+1}, t^{3n+2})$, $m \leq n < 2m$; **16.** $(0, t^3, t^{3m+1} + t^{3n+2})$, $m \leq n < 2m-1$; **17.** $(0, t^3, t^{3m+1} + t^{3n+2}, t^{3l+2})$, $m \leq n < l < 2m$; **18.** $(0, t^3, t^{3m+2}, t^{3n+1})$, $m < n \leq 2m$; **19.** $(0, t^3, t^{3m+2} + t^{3n+1})$, $m < n < 2m$; **20.** $(0, t^3, t^{3m+2} + t^{3n+1}, t^{3l+1})$, $m < n < l \leq 2m$.

1.4. Мультиростки с 3-струей $((t, 0), (t^3, 0))$:

1. (t^3, t^4) ; **2.** (t^3, t^4, t^5) ; **3.** (t^3, t^4, t^5, t^6) ; **4.** $(t^3, t^4 + t^6)$; **5.** $(t^3, t^4 + t^6, t^9)$; **6.** (t^3, t^4, t^6) ; **7.** (t^3, t^4, t^9) ; **8.** (t^3, t^5, t^6) ; **9.** $(t^3, t^5, t^6 + t^7)$; **10.** (t^3, t^5, t^6, t^7) ; **11.** $(t^3, t^5 + t^6, t^7)$; **12.** $(t^3, t^5 + t^6, t^7, t^9)$; **13.** $(t^3, t^5 + t^6, t^9)$; **14.** (t^3, t^5, t^7) ; **15.** (t^3, t^5, t^7, t^9) ; **16.** (t^3, t^5, t^9) ; **17.** $(t^3, t^5 + t^6, t^{12})$; **18.** $(t^3, t^5 + t^6)$; **19.** (t^3, t^5) ; **20.** (t^3, t^5, t^{12}) ; **21.** $(t^3, t^5 + t^9)$; **22.** $(t^3, t^5 + t^9, t^{12})$; **23.** (t^3, t^6, t^7, t^8) .

1.5 Мультиростки с 4-струями $((t, 0), (0, t^4))$ и $((t, 0), (t^4, 0))$:

1. (t^5, t^4, t^6, t^7) ; **2.** (t^6, t^4, t^5, t^7) ; **3.** $(0, t^4, t^5, t^7)$; **4.** $(0, t^4, t^5, t^6)$; **5.** $(0, t^4, t^5, t^6, t^7)$; **6.** (t^7, t^4, t^5, t^6) ; **7.** $(0, t^4, t^6, t^7, t^9)$; **8.** $(0, t^4, t^6, t^7)$; **9.** (t^9, t^4, t^6, t^7) ; **10.** (t^4, t^5, t^6, t^7) ; **11.** (t^4, t^5, t^6, t^8) .

1.6. Мультиростки с 5-струей $((t, 0), (0, t^5))$:

Работа выполнена при частичной поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 01-01-00739) и NWD-RFBR 047.008.005.

1. $(t^9, t^5, t^6, t^7, t^8)$; 2. $(0, t^5, t^6, t^7, t^8)$; 3. $(0, t^5, t^6, t^7, t^8, t^9)$; 4. $(t^8, t^5, t^6, t^7, t^9)$; 5. $(0, t^5, t^6, t^7, t^9)$.

2. Пары кривых с обеими особыми компонентами.

2.1. Бесконечные серии: Здесь первая компонента равна (t^2, t^{2m+1}) . Мы указываем только вторую компоненту (здесь $m \leq n$).

1. (t^{2n+1}, t^2) ; 2. $(t^{2n+1}, t^2, t^{2n+3})$; 3. $(0, t^2, t^{2n+1})$; 4. $(t^{2n+1}, 0, t^2)$; 5. $(0, t^{2n+1}, t^2)$; 6. $(0, 0, t^2, t^{2n+1})$.

2.2. Индивидуальные особенности: Здесь первая компонента равна (t^2, t^3) .

1. $(t^2, 0, t^3, t^4)$; 2. $(t^2, 0, t^3)$; 3. $(0, 0, t^3, t^4, t^5)$; 4. $(0, t^5, t^3, t^4)$; 5. $(t^5, 0, t^3, t^4)$; 6. $(0, 0, t^3, t^4)$; 7. $(0, t^4, t^3, t^5)$; 8. $(t^4, 0, t^3, t^5)$; 9. $(0, 0, t^3, t^5, t^7)$; 10. $(0, t^7, t^3, t^5)$; 11. $(t^7, 0, t^3, t^5)$; 12. $(0, 0, t^3, t^5)$.

3. Мультиростки с неособыми компонентами:

1. G_n ; 2. $G_n, (t \times k, 0, \dots, 0), 1 < k \leq n$; 3. $G_n, (t, t^m \times k, 0, \dots, 0), 1 \leq k < n, m > 1$; 4. $G_n, (t, 0 \times (n-1), t^m), m > 1$; 5. $(t_1, 0, 0), (t_2, t_2^2, 0), (t_3, 0, t_3^2)$.

4. Мультиростки с одной особой компонентой.

4.1 Серии, содержащие произвольное число неособых компонент: Здесь неособая часть мультиростка равна $G_n, n \geq 2$. Мы указываем только особую компоненту.

1. $(0 \times n, t^2, t^{2m+1})$; 2. $(t^{2m+1} \times k, 0 \times (n-k), t^2), 1 \leq k \leq n$; 3. $(t^2 \times k, 0 \times (n-k), t^3), 1 < k \leq n$; 4. $(t^2, 0 \times (n-1), t^3, t^4)$; 5. $(t^2, t^4 \times k, 0 \times (n-k-1), t^3), 0 \leq k < n$; 6. $(0 \times n, t^3, t^4, t^5)$; 7. $(t^5 \times k, 0 \times (n-k), t^3, t^4), 0 \leq k \leq n$; 8. $(t^4 \times k, 0 \times (n-k), t^3, t^5), 0 \leq k \leq n$; 9. $(0 \times n, t^3, t^5, t^7)$; 10. $(t^7 \times k, 0 \times (n-k), t^3, t^5), 1 \leq k \leq n$.

4.2. Бесконечные серии, содержащие две неособые компоненты: Здесь неособая часть мультиростка равна G_2 . Мы указываем только особую компоненту.

1. $(t^2, t^2, t^{2m+1}), m \geq 2$; 2. $(t^2, t^2 + t^{2m+1}, t^{2m+3}), m \geq 1$; 3. $(t^2, t^2 + t^{2m+1}), m \geq 1$; 4. $(t^2, 0, t^{2m+1}, t^{2n}), m < n \leq 2m$; 5. $(t^2, t^{2n}, t^{2m+1} + t^{2n}), m < n < 2m$; 6. $(t^2, t^{2n}, t^{2m+1}), m < n \leq 2m$; 7. $(t^2, 0, t^{2m+1} + t^{2n}, t^{2l}), m < n < l \leq 2m$; 8. $(t^2, t^{2l}, t^{2m+1} + t^{2n}), m < n < l \leq 2m$; 9. $(t^2, 0, t^{2m+1} + t^{2n}), m < n < 2m$; 10. $(t^2, 0, t^{2m+1}), m < n \leq 2m+1$; 11. $(t^2, t^{2m+1}, t^{2n}), m < n \leq 2m+1$; 12. $(t^2, t^{2m+1} + t^{2n}, t^{2l}), n < l \leq 2m+1$; 13. $(t^2, t^{2m+1} + t^{2n}), m < n \leq 2m$; 14. $(t^2, t^{2m+1}), m \leq n < l < m+n$; 15. $(t^2, 0, t^{2m}, t^{2n+1}), 1 < m \leq n$; 16. $(t^2, t^{2l+1}, t^{2m} + t^{2n+1}), m \leq n \leq l < m+n$; 17. $(t^2, 0, t^{2m} + t^{2n+1}, t^{2l+1}), m \leq n < l < m+n$; 18. $(t^2, t^{2l+1}, t^{2m} + t^{2n+1}), m \leq n \leq l < m+n$; 19. $(t^2, 0, t^{2m} + t^{2n+1}), 1 < m \leq n$; 20. $(t^2, t^{2m}, t^{2n+1}), 1 < m \leq n$; 21. $(t^2, t^{2m} + t^{2n+1}, t^{2l+1}), m \leq n < l \leq m+n$; 22. $(t^2, t^{2m} + t^{2n+1}), 1 < m \leq n$.

4.3. Индивидуальные особенности: Здесь неособая часть мультиростка равна G_2 .

1. (t^3, t^3, t^4, t^5) ; 2. $(t^3, 0, t^4, t^5, t^6)$; 3. (t^3, t^6, t^4, t^5) ; 4. $(t^3, 0, t^4, t^5)$; 5. $(0, 0, t^4, t^5, t^6, t^7)$; 6. $(t^7, t^7, t^4, t^5, t^6)$; 7. $(t^7, 0, t^4, t^5, t^6)$; 8. $(0, 0, t^4, t^5, t^6)$; 9. $(t^6, t^6, t^4, t^5, t^7)$; 10. $(t^6, 0, t^4, t^5, t^7)$; 11. $(0, 0, t^4, t^5, t^7)$.

4.4. Серии с неособой частью $((t_1, 0), (t_2, t_2^2))$:

1. $(0, 0, t^2, t^{2m+1})$; 2. $(0, t^{2m+1}, t^2)$; 3. $(t^{2m+1}, 0, t^2)$.

5. Мультиростки с двумя особыми и одной неособой компонентами. Первая и третья компоненты равны $(t, 0, 0, 0)$ и $(0, 0, t_2^2, t_2^3)$ соответственно. В следующем ниже списке $m \geq 1$.

1. $(0, t_1^2, 0, 0, t_1^{2m+1})$; 2. $(t_1^{2m+1}, t_1^2, 0, t_1^{2m+1})$; 3. $(0, t_1^2, 0, t_1^{2m+1})$; 4. $(t_1^{2m+1}, t_1^2, t_1^{2m+1}, 0)$; 5. $(0, t_1^2, t_1^{2m+1}, 0)$; 6. $(t_1^{2m+1}, t_1^2, 0, 0)$.

Доказательство, в основном, основано на методе полных трансверселей, см. [2].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] В. И. Арнольд // Труды МИАН. 1999. Т. 226. С. 27–35. [2] J. W. Bruce, N. P. Kirk, A. A. du Plessis // Nonlinearity. 1997. V. 10. № 1. P. 253–275.