Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

От правления Московского математического общества, *УМН*, 2002, том 57, выпуск 3, 173–180

DOI: <https://doi.org/10.4213/rm528>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.209.52.79

26 апреля 2023 г., 11:52:32

ОТ ПРАВЛЕНИЯ МОСКОВСКОГО МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБЩЕСТВА

Состоялись очередные заседания Московского математического общества:

Заседание 13 февраля 2001 г. М. Э. КАЗАРЯН. *Многочлены Тома и классифицирующие пространства особенностей.*

Теоремы глобальной теории особенностей связывают глобальные топологические инварианты (многообразий, расслоений и т. п.) с геометрией множества особенностей тех или иных дифференциально-геометрических структур. Классическим примером является теорема Хопфа, выражающая эйлерову характеристику многообразия через особые точки векторного поля на нем. Другим примером является класс Маслова на лагранжевом подмногообразии пространства касательного расслоения, определенный как класс, двойственный по Пуанкаре (естественно ко-ориентированному) критическому множеству проекции на базу расслоения.

Многие результаты этой теории формулируются как теоремы о существовании и вычислении так называемых многочленов Тома. Многочлены Тома – это характеристические когомологические классы, двойственные по Пуанкаре циклам различных особенностей тех или иных дифференциально-геометрических структур (отображений многообразий, сечений расслоений и т. п.). Несмотря на существование в этой области огромного числа работ, ставших уже классическими, в последнее время появились новые важные результаты, и заверенной эту теорию считать еще рано.

В докладе описан подход к определению и вычислению многочленов Тома, основанный на изучении классифицирующего пространства особенностей и его геометрических свойств. Доклад сопровождается большим количеством примеров. Из новых недавних приложений теории приводятся формулы для многочленов Тома для лагранжевых, лежандровых особенностей и особенностей критических точек функций.

Заседание 20 февраля 2001 г. Студенческие чтения. Ю. С. ИЛЬЯШЕНКО. *Конечная цикличность и бифуркации полициклов.*

Сепаратрисные многоугольники (короче – полициклы) векторных полей на плоскости и бифуркации полициклов тесно связаны с 16-й проблемой Гильберта. В 30-е гг. Андронов открыл, что при бифуркации простейших полициклов – петли сепаратрисы седла и гомоклинической траектории седлоузла – рождается предельный цикл. С этого началась нелокальная теория бифуркаций. *Цикличность сепаратрисного многоугольника* в семействе дифференциальных уравнений – это максимальное число предельных циклов, которые могут родиться из этого многоугольника при изменении параметра семейства. До сих пор неизвестно, является ли число предельных циклов полиномиальных векторных полей фиксированной степени равномерно ограниченным. Это – один из вариантов 16-й проблемы Гильберта. Специалисты уверены в положительном ответе. Этот ответ легко выводится из следующей гипотезы: в семействе полиномиальных векторных полей произвольной фиксированной степени каждый полицикл имеет конечную цикличность.

В недавней работе Дюмортье, Руссо и докладчика доказана конечная цикличность для нового класса полициклов, которые встречаются на плоскости континуальными ансамблями. Доказательство тесно связано с функциональными модулями аналитической классификации комплексных седлоузлов (Мартине–Рамис), о которой также рассказано в докладе. Дан обзор других новых результатов, связанных с конечной цикличностью плоских полициклов.

Заседание 27 февраля 2001 г. Студенческие чтения. В. А. ВАСИЛЬЕВ. *Наборы плоскостей и их дополнения.*

Конечные наборы аффинных плоскостей в $\mathbb{R}^n$ или в $\mathbb{C}^n$ образуют замечательный класс алгебраических множеств. Их популярность определяется тем, что

- 1) в их изучении тесно взаимодействуют топология, комбинаторика, линейная алгебра, алгебраическая геометрия, математическая физика и дифференциальные уравнения;
- 2) они являются прекрасным полигоном для отработки методов и мотивировок в этих областях, способствующих их взаимопроникновению и имеющих очень далекие обобщения;
- 3) они являются удачным наглядным пособием, позволяющим объяснять и визуализировать на сравнительно элементарном материале абстрактные алгебраические и комбинаторные понятия и конструкции.

Одна из основных задач теории состоит в выяснении того, в какой степени топологические свойства объединения плоскостей и его дополнения определяются размерностными данными, т.е. информацией о том, какие пересечения плоскостей непусты и каковы их размерности.

В докладе на этом примере рассказано, что такое стратифицированная теория Морса, порядковые комплексы, группы кос, конфигурационные пространства, симплициальные разрешения, комплексы графов, кольца Орлика–Соломона, матроиды и т.д.: почему эти понятия нужны и естественны и почему их не надо бояться.

Заседание 6 марта 2001 г. Г. И. Олшанский. *Теория представлений и точечные случайные процессы.*

В теории представлений можно выделить две основные задачи: (1) описание неприводимых представлений и (2) разложение некоторых естественных представлений (например, регулярного) на неприводимые компоненты. Вторую задачу, по аналогии с анализом Фурье, часто называют некоммутативным гармоническим анализом.

В докладе рассказано о новых результатах, связанных с гармоническим анализом на “больших” группах, у которых неприводимые представления зависят от бесконечного числа параметров. Сама возможность построения содержательной теории для таких групп была далеко не очевидна, поскольку для них теряют силу многие привычные методы и конструкции.

Оказывается, однако, что существуют “большие” группы с чрезвычайно богатой структурой, позволяющей развить новый технический аппарат. И самое главное – их систематическое изучение выявляет новые связи теории представлений с другими областями математики: асимптотической комбинаторикой, классическим анализом, теорией вероятностей.

Цель доклада – объяснить, как ставится и решается задача гармонического анализа для простейшей “большой” группы – группы финитных перестановок натурального ряда. Успех был достигнут благодаря переформулировке задачи на вероятностном языке (по известному изречению Гиббса, математика – это язык). Конечный результат приводит к новым примерам точечных случайных процессов и демонстрирует неожиданную связь исходной задачи с теорией случайных матриц.

Точечные случайные процессы – это вероятностные меры на пространстве счетных точечных конфигураций. Им посвящен недавний обзор А. Сошникова в УМН (т. 55, вып. 5 – прим. ред.).

Заседание 13 марта 2001 г. Д. А. Попов. *Обобщенное преобразование Радона на плоскости и задача его обращения.*

Классическое преобразование Радона в двумерном случае сопоставляет функции ее интегралы вдоль прямых. Задача обращения этого преобразования была решена в 1917 году. Это решение лежит в основе современной томографии. Обобщенное преобразование Радона сопоставляет функции ее интегралы вдоль кривых, “близких” к прямым. Множество соответствующих кривых должно быть регулярным, т.е. топологически устроенным как множество прямых. Задача обращения для обобщенного преобразования Радона не была решена до самого последнего времени. Большой интерес представляет и нелинейная задача восстановления конформно плоской метрики в круге по длинам геодезических в предположении, что метрика достаточно близка к плоской. В прикладной математике эта задача известна под именем основной кинематической задачи сейсмики или задачи ультразвуковой томографии.

В докладе рассказано о недавно полученном решении задачи обращения обобщенного преобразования Радона на плоскости. Это решение получено на основе редукции к задаче обращения

для некоторого класса интегральных операторов Фурье. Кроме задачи обращения, в интегральной геометрии рассматривается и задача описания образа соответствующего преобразования. Для преобразования Радона этот образ в пространстве всех функций на прямых имеет коразмерность бесконечность и выделяется условиями Кавальери (условиями Людвиг–Хелгасона). Удалось получить условия Кавальери и для обобщенного преобразования Радона, однако их достаточность пока не доказана. Что касается основной кинематической задачи сейсмологии, то пока получено только ее локальное решение. В докладе рассказано о современном состоянии дел в этом вопросе.

Заседание 20 марта 2001 г. В. М. БУХШТАБЕР. *Функционально-алгебраическая конструкция симметрических степеней и теория симметрических полиномов векторного аргумента.*

Доклад посвящен недавним результатам докладчика и Элмера Риса (Эдинбургский университет).

В работах этих авторов было введено понятие n -гомоморфизма $f: A \rightarrow B$, где A и B – коммутативные кольца с единицей, подсказанное развитием теории многозначных отображений и, в первую очередь, теории многозначных групп. При $n = 1$ это обычные кольцевые гомоморфизмы.

Неожиданно оказалось, что n -гомоморфизмы описываются алгебраической рекурсией, при помощи которой Фробениус вводил n -характеры представлений конечных групп. Доказано, что в случае, когда A – кольцо $C(X)$ непрерывных комплекснозначных функций на компактном хаусдорфовом топологическом пространстве X , пространство всех непрерывных n -гомоморфизмов $C(X) \rightarrow C$ гомеоморфно n -й симметрической степени пространства X . Для $n = 1$ это утверждение является классическим результатом (преобразование Гельфанда).

В случае, когда A – кольцо многочленов $C[u_1, \dots, u_m]$ и $B = C$, пространство n -кольцевых гомоморфизмов явно описывается как алгебраическое подмногообразие в конечномерном комплексном линейном пространстве. Это дает решение известной задачи классической теории инвариантов – описание соотношений между симметрическими многочленами векторного аргумента.

К этой задаче сводится ряд современных вопросов математики и физики. В качестве следствия, например, получается эффективное описание симметрических степеней плоских алгебраических кривых, имеющее важные приложения в теории солитонов.

Заседание 27 марта 2001 г. А. М. ВЕРШИК. *Группы, случайные блуждания и энтропия.*

Недавний прогресс в теории случайных блужданий на группах связан с более глубоким пониманием ее связей с эргодической теорией, геометрией и геометрической теорией групп. Выяснилось, например, что энтропия случайного блуждания, определенная в начале 70-х гг., является энтропией канонически связанного с этим блужданием процесса, пространством состояний которого является граница Пуассона группы. В докладе рассказано о связи энтропии, роста в группе и скорости приближения траектории блуждания к границе.

Описание границ блуждания (т.е. ограниченных гармонических функций) и границ Мартина – одна из наиболее важных и трудно продвигающихся проблем. Классический пример (Дынкин–Малютов) свободной группы почти до сих пор оставался чуть ли не единственным примером обзримого ответа. Недавно в работах Каймановича и Мазура доказано совпадение границ Пуассона с групповыми границами для гиперболических групп и групп классов отображений поверхности (границей Терстона).

Однако даже в этих случаях и большинстве других (включая важный пример групп кос) явные вычисления до сих пор встречаются большие трудности. Часто помогает геометрический подход к проблеме; так, для свободных метаабелевых групп недавно найдена новая геометрическая реализация, которая позволяет ответить на вопрос о границе группы. Можно предположить также, что здесь будет полезна теория автоморфных групп (Д. Эпштейн и др.). Вполне возможно, что прогресс в описании групповых границ – дело недалекого будущего.

Заседание 3 апреля 2001 г. Н. К. ВЕРЕЩАГИН. *Законы теории информации: неравенства для колмогоровской сложности и шенноновской энтропии.*

В 1965 г. А. Н. Колмогоровым было определено понятие количества информации, содержащейся в данной последовательности нулей и единиц. В отличие от классической энтропии Шеннона, определяемой для случайных величин, колмогоровская сложность определяется для конкретных последовательностей нулей и единиц. Тем не менее между этими понятиями есть много

общего. В частности, многие теоремы о шенноновской энтропии имеют свои аналоги для колмогоровской сложности и наоборот. Можно даже доказать некоторые общие теоремы об этой связи. А именно, недавно обнаружилось, что класс линейных неравенств, верных для шенноновской энтропии, совпадает с классом линейных неравенств, верных для колмогоровской сложности (теорема А. Е. Ромашенко).

Заседание 17 апреля 2001 г. М. ФИНКЕЛЬБЕРГ. *Многообразия прямых на флагах.*

Предмет доклада – это многообразие Z , параметризующее отображения из проективной прямой в пространство флагов конечномерного комплексного векторного пространства (или, более общо, в пространство флагов произвольной полупростой алгебры Ли). Оно состоит из множества связанных компонент. Каждая компонента является гладким алгебраическим многообразием с естественной симплектической структурой и выделенным лагранжевым слоением (интегрируемой системой). Множество неприводимых компонент наиболее особого слоя имеет богатую комбинаторную структуру *свободного кристалла*. Такие структуры были открыты в последнее десятилетие в чисто алгебраическом контексте построения канонического базиса соответствующей квантовой группы.

Заседание 24 апреля 2001 г. С. БАРАННИКОВ. *Периоды некоммутативных многообразий и зеркальная симметрия.*

Исторически комплексные алгебраические многообразия были введены впервые в связи с теорией интегралов аналитических функций (в теории эллиптических и, более общим образом, абелевых интегралов). Доклад посвящен теории интегралов на некоммутативных многообразиях, которые возникают в связи с зеркальной симметрией.

В начале 90-х гг. в квантовой теории поля была открыта неожиданная двойственность между семействами трехмерных комплексных алгебраических многообразий, допускающих голоморфный элемент объема. А именно, было экспериментально обнаружено, что в большом количестве примеров для любого многообразия из данного семейства числа, описывающие геометрию рациональных голоморфных кривых на нем (инварианты Громова–Виттена), совпадают с коэффициентами Тейлора функции, заданной интегралами голоморфных элементов объема на многообразиях из “зеркально” двойственного семейства.

Аналогичный феномен имеет место для многообразий размерности больше трех. Оказывается, что в старших размерностях для написания явных формул зеркальной симметрии необходимо рассмотреть деформации комплексных алгебраических многообразий, выводящие за пределы “мира коммутативных многообразий”. А именно, рассматриваются деформации, являющиеся объектами, которые локально описываются алгебрами, в которых нарушено условие коммутативности, а вместо условия ассоциативности имеется семейство условий ассоциативности с точностью до гомотопии (A_∞ -алгебры). Для связи с коммутативным миром используется теорема формальности М. Концевича. Оказывается, что для таких некоммутативных многообразий можно построить теорию периодов, параллельную теории вариаций структур Ходжа для обычных комплексных алгебраических многообразий. Роль фильтрации Ходжа играет полубесконечное пространство в $H^*(X, \mathbb{C})[[\hbar^{\pm 1}]]$, принадлежащее грассманиану Сигала–Вилсона, известное по теории τ -функций (интегрируемые системы) и теории представлений алгебр Каца–Муди.

Заседание 4 сентября 2001 г. Я. Г. Синай, Е. И. ДИНАБУРГ. *Квазилинейные аппроксимации уравнений гидродинамического типа.*

Основная трудность при доказательстве теорем существования и единственности для трехмерной системы Навье–Стокса связана с отсутствием понимания роли нелинейного члена в этой системе. В докладе предлагается модификация этого члена, которая сохраняет характер нелинейности, но обладает целым рядом преимуществ. Довольно неожиданным образом новая система оказывается квазилинейной с нелокальными коэффициентами, имеющей характеристики. В докладе обсуждаются свойства этой системы.

11 сентября 2001 г.

І. Отчетное собрание Московского математического общества.

Были заслушаны отчеты Правления и Ревизионной комиссии ММО. Работа Правления за отчетный период была признана удовлетворительной. Были обнародованы результаты конкурса

на премию ММО для молодых математиков. Лауреатами премии за 2001 г. стали С. С. Анисов и В. Ю. Калошин.

И. В. И. Арнольд. *Дуэль “Вокруг Бурбаки”.*

Двухчасовая дуэль о влиянии Бурбаки на математику состоялась в Институте Анри Пуанкаре в Париже 13 марта 2001 г. по инициативе Ж.-П. Серра, который пригласил в качестве второго дуэлянта математику, мнение которого о пользе бурбакизма наиболее отличается от его собственного. В своем заключительном слове Серр сказал: “Теперь вы все видите, как замечательна наша наука: математики со столь противоположными мнениями оба остались живы и даже могут плодотворно сотрудничать, понимая и уважая достижения друг друга”.

Заседание 25 сентября 2001 г. С. Яковенко (Израиль, Weizmann Institute, Rehovot). *Квазиалгебраичность расширений Пикара–Вессю.*

Число изолированных комплексных корней полиномов (и, более общо, алгебраических функций от одной переменной) явно оценивается сверху через их степени. Похожими свойствами могут при некоторых условиях обладать расширения Пикара–Вессю, полученные присоединением к полю рациональных функций $\mathbb{C}(t)$ трансцендентных решений фуксовых систем обыкновенных линейных дифференциальных уравнений с рациональными коэффициентами, имеющими только простые полюсы.

Важность подобной постановки связана с так называемой инфинитезимальной проблемой Гильберта о числе нулей полных абелевых интегралов (“линеаризацией” задачи о числе предельных циклов полиномиальных систем на плоскости). Как хорошо известно, аналитическое продолжение этих интегралов удовлетворяет уравнениям Пикара–Фукса из рассматриваемого класса.

Основной результат, полученный совместно с Д. Новиковым, устанавливает достаточные условия такой “квазиалгебраичности” в терминах спектра операторов монодромии исходной фуксовой системы.

Заседание 2 октября 2001 г. А. Б. Скопенков. *О вложениях многообразий в евклидовы пространства.*

Задача классификации вложений многообразий в евклидовы пространства (и, в частности, вложимости многообразий в евклидовы пространства) играла важную роль в топологии, и интерес к ней переживает новое рождение. Классическая теорема Хефлигера–Вебера сводит классификацию с точностью до изотопии вложений n -мерного многообразия N в $\mathbb{R}^m$ к гомотопической классификации эквивариантных отображений из конфигурационного пространства пар различных точек многообразия N в $(m-1)$ -сферу (при $2m > 3n+3$). Для полиэдров соответствующие оценки точны. Оказывается, что для PL-многообразий достаточно высокой связности $((3n-2m+3)$ -связных при $m > n+2$) результат Хефлигера–Вебера может быть улучшен. При этом полученные оценки являются точными. Соответствующие обобщения позволяют, в частности, получить результаты типа следующего. Для четных q группа вложений произведения $S^1 \times S^q$ в пространство $\mathbb{R}^{2q-2}$ изоморфна циклической группе Z_{24} .

Заседание 9 октября 2001 г. П. М. Ахметьев. *О высшем аналоге коэффициента зацепления пары замкнутых кривых.*

Было рассказано о новом инварианте изотопии M , который определен для произвольного многокомпонентного зацепления L , компоненты которого окрашены в два цвета. С одной стороны, интегральная формула для инварианта M представляет обобщение интеграла Гаусса для коэффициента зацепления пары замкнутых непересекающихся кривых. С другой стороны, если зацепление L является полуграниченным (это означает, что для произвольной пары компонент зацепления их коэффициент зацепления обращается в нуль и для произвольной тройки компонент значение инварианта Милнора μ_2 обращается в нуль), значение инварианта M выражается через инвариант Милнора μ_3 . Было рассказано о гипотетической связи инварианта M с обобщенным инвариантом Сато–Левина, открытым О. Виро и М. Поляком (1994 г.), о вычислении инварианта Милнора μ_3 в рамках теории Васильева и о возможных приложениях.

Заседание 16 октября 2001 г. В. В. Козлов. *Тепловое равновесие по Гиббсу и Пуанкаре.*

В статистической механике Гиббса (1902 г.) вероятность вводится посредством плотности начального распределения гамильтоновых систем в фазовом пространстве. Затем она начинает эволюционировать во времени в соответствии с уравнением Лиувилля. Гиббс пытался показать, что при $t \rightarrow \infty$ в каком-то смысле плотность стремится к некоторому стационарному состоянию, которое отвечает тепловому равновесию. В докладе показано, что при некоторых общих условиях для нелинейных гамильтоновых систем плотность распределения вероятностей имеет слабый предел при неограниченном возрастании времени. В частности, средние значения динамических величин (важных с точки зрения обоснования термодинамики) имеют пределы при $t \rightarrow \infty$. В качестве примера рассмотрена эволюция “бесстолкновительной” сплошной среды в сосуде, которая является естественной моделью идеального газа. Эта задача впервые рассматривалась Пуанкаре в работе 1906 г. (к сожалению, непонятой и невостребованной специалистами по статистической механике).

23 октября 2001 г. Заседание, посвященное 80-летию М. И. Вишика.

1. В. М. Тихомиров. *Вступительное слово.*
2. Л. Р. Волевич. *Работы М. И. Вишика по линейным уравнениям в частных производных.*
3. М. С. Агранович. *О семинаре М. И. Вишика.*
4. Ю. А. Дубинский. *Роль М. И. Вишика в становлении теории монотонных операторов.*
5. А. В. Фурсиков. *Исследования М. И. Вишика по математическим задачам статистической гидромеханики.*
6. В. В. Чепыжов. *Вклад М. И. Вишика в теорию аттракторов уравнений математической физики.*

Заседание 30 октября 2001 г. В. И. Данилов. Дискретная выпуклость.

Известно, что выпуклые множества и выпуклые (или вогнутые) функции встречаются в различных областях математики и других наук. В докладе рассказано, как понятия выпуклости перенести на целочисленную решетку $\mathbb{Z}^n$. Показана связь этих понятий с инвариантными факторами модулей над кольцами дискретного нормирования, представлений GL и симметрических групп, эрмитовых операторов и вполне унимодулярных матриц.

Заседание 13 ноября 2001 г. С. К. Ландо. О матвеевской сложности расслоений над окружностью с торическим слоем (по С. С. Анисову).

Классификация трехмерных многообразий является одной из центральных топологических проблем на рубеже веков. Речь идет, в первую очередь, о простых многообразиях, т.е. тех, которые не представимы в виде связной суммы многообразий, отличных от сферы. Всякое другое многообразие представимо в виде связной суммы простых, отличных от сферы, причем согласно теореме Милнора слагаемые в этой сумме определены однозначно.

В полученных классификационных результатах существенную роль играет понятие сложности по Матвееву. Это целочисленный инвариант многообразий, обладающий двумя замечательными свойствами. Во-первых, он аддитивен относительно операции связной суммы, во-вторых, количество простых многообразий любой заданной сложности конечно. Эти свойства лежат в основе алгоритмов исчерпания простых многообразий.

Подсчет сложности многообразий – глубоко нетривиальная задача, далекая от своего решения. Обычно бывает несложно оценить сложность сверху, однако вычислить точные значения и даже предъявить разумные нижние оценки для больших семейств удается крайне редко. В работе, удостоенной премии ММО за 2001 г., С. С. Анисову удалось продвинуться в этом направлении в отношении многообразий, представимых в виде тотальных пространств расслоений над окружностью с торическим слоем. Он связывает матвеевскую сложность таких многообразий с другой, на этот раз просто вычислимой, характеристикой – топологической сложностью расслоения. В докладе рассказано о методах, с помощью которых можно работать с такими расслоениями, и о верхних и нижних оценках, к которым эти методы приводят.

Заседание 20 ноября 2001 г. С. Ю. НЕМИРОВСКИЙ. Лагранжевы подмногообразия и рациональные аппроксимации.

В середине 90-х гг. прошлого столетия Жюльен Дюваль и Нессим Сибони установили, что лагранжевы подмногообразия в пространстве $\mathbb{C}^n$ суть в точности те вещественные подмногооб-

разия, на которых любую гладкую функцию можно равномерно приблизить комплексными рациональными дробями. Этот результат (и его обобщения) имеет такое применение в симплектической топологии: лагранжево вложение бутылки Клейна в комплексную алгебраическую поверхность представляет ненулевой класс гомологий с коэффициентами в $\mathbb{Z}_2$. В качестве следствий получается несуществование лагранжевых вложений бутылки Клейна в $\mathbb{C}^2$, что позволяет полностью ответить на вопрос о том, какие поверхности допускают такое лагранжево вложение.

Заседание 27 ноября 2001 г. Реформа школы и перспективы математического образования.

Министерство образования РФ приступило к коренной перестройке школы, официально называемой модернизацией образования. В течение ближайших 7 лет, по окончании крупномасштабного эксперимента, Министерство планирует ввести: 12-летнее образование; единый государственный экзамен (ЕГЭ); новый принцип финансирования образования (ГИФО). В документах, разработанных под эгидой Министерства образования, ставится задача построения “новой модели школы”, решение этой задачи, в частности: предусматривает отказ от “сциентистского” и “предметоцентристского” подходов к построению содержания учебного материала; определяет новые приоритеты в образовании – информационные технологии и иностранные языки. “Консервировать даже то, что некогда было лучшим в мире, значит обрекать систему на отставание, на стагнацию” – утверждается в одном из этих документов. Программа реформирования школы была разработана рабочими группами под руководством Министерства образования без участия Российской академии наук, ведущих научных школ и университетов страны. Осуществление этих принципов будет иметь непрогнозируемые, быть может, крайне негативные последствия для фундаментального и, в частности, математического образования, которое является одним из лучших в мире. В решении Ученого Совета МИАН от 26 сентября 2001 г говорится: “Ослабление математического образования и математической культуры в стране угрожает падением не только интеллектуального, но и индустриального, а впоследствии и военного уровня России.”

В этой связи на заседании Московского математического общества обсуждались перспективы математического образования и были намечены некоторые меры, призванные обеспечить прогресс отечественного математического образования. На заседании выступили: А. М. Абрамов, Д. В. Аносов, А. А. Болибрух, Е. А. Бунимович, М. М. Виноградов, С. С. Демидов, Н. П. Долбилин, Н. Н. Константинов, А. В. Михалев, А. Д. Мышкис, С. М. Никольский, П. В. Семенов, А. Б. Сосинский, В. М. Тихомиров, В. Н. Чубариков, И. Ф. Шарыгин, И. В. Ященко.

Заседание 4 декабря 2001 г. Ю. Ю. БАХТИН. Вероятностные задачи для уравнения Бюргерса.

Классическое уравнение Бюргерса описывает эволюцию поля скоростей для гидродинамических потоков частиц, учитывая как нелинейный характер распространения волн, так и диссипацию энергии. Оно используется в акустике, оптике и космологии, появляется при гидродинамических предельных переходах для систем взаимодействующих частиц и т. д.

Начиная с работ самого Дж. Бюргерса, большой интерес вызывают возникающие здесь вероятностные задачи. Первые строгие результаты в этой области получены М. Розенблаттом, А. В. Булинским, С. А. Молчановым, Я. Г. Синаем. Их публикации послужили основой для многочисленных дальнейших исследований. В этой связи отметим работы С. Альбеверио, В. И. Д. Сургайлеса, В. Войчинского, Н. Н. Леоненко, Е. Орзингера и других ученых. К настоящему моменту решено много интересных задач, но некоторые проблемы остаются открытыми уже долгое время.

Сейчас уравнение Бюргерса служит, с одной стороны, модельным примером для изучения нелинейных эффектов в гидродинамическом контексте, а с другой – полигоном для применения и проверки на эффективность современных методов теории вероятностей, теории динамических систем и статистической физики.

Основное содержание доклада – новые предельные теоремы, установленные автором, для решений уравнения Бюргерса со случайными начальными данными. Это – функциональная центральная предельная теорема для параболически масштабированных решений и закон повторного логарифма.

Рассмотрены и другие вероятностные задачи. В частности, обсуждались глубокие результаты Ж. Бертюэна и Я. Г. Синая для решений уравнения Бюргерса со случайными начальными данными и для решений уравнения Бюргерса с внешней случайной силой.

11 декабря 2001 г. Заседание, посвященное работе издательств по публикации математической литературы.

В заседании приняли участие руководители и представители крупнейших московских издательств, участвующих в выпуске математической литературы, которые выступили с рассказами о планах изданий и об имеющихся проблемах. Были показаны последние публикации издательств.

18 декабря 2001 г. В. И. Арнольд. Астроидальная геометрия и гессианова топология гипоциклоид.

Астроида – это гипоциклоида с четырьмя острями. Простейший (и нерешенный) вопрос гессиановой топологии состоит в том, сколько замкнутых параболических кривых может иметь график многочлена степени D от двух переменных или алгебраическая поверхность степени D в проективном пространстве. Исследование подобных вопросов странным образом связано с теорией Штурма функций на окружности, с теорией особенностей каустик и волновых фронтов, с неравенствами между производными разных порядков периодических функций, с симплектической и контактной топологией и с геометрией астроид. Из этой теории следует, например, что число точек возврата каустики периодической функции не меньше четырех и что в случае, когда их четыре, эти точки являются вершинами параллелограмма. Достижения этой молодой области геометрии основаны на компьютерном исследовании огибающих некоторых семейств алгебраических кривых, определяемых дифференциальным уравнением Гессе.