Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

И. В. Волович, О работе общеинститутского семинара “Математика и ее приложения” Математического института им. В. А. Стеклова РАН, *УМН*, 2002, том 57, выпуск 3, 188–190

DOI: <https://doi.org/10.4213/rm531>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 107.22.136.117

26 апреля 2023 г., 10:53:22

**О РАБОТЕ ОБЩЕИНСТИТУТСКОГО СЕМИНАРА
“МАТЕМАТИКА И ЕЕ ПРИЛОЖЕНИЯ”
МАТЕМАТИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА ИМ. В. А. СТЕКЛОВА РАН**

В 1986 году по инициативе академика Николая Николаевича Боголюбова, директора института, начал работу общеинститутский семинар по математике и ее приложениям. Руководителями семинара были академики В. С. Владимиров и Е. Ф. Мищенко, а с 1993 года академики Ю. С. Осипов и В. С. Владимиров.

За прошедшие 15 лет было заслушано около 150 докладов выдающихся отечественных и зарубежных математиков. Ученый совет МИАН принял решение, начиная с 2001 года, публиковать тезисы докладов в журнале “Успехи математических наук”.

Начиная с 2001 года на семинаре были заслушаны следующие доклады.

16 января 2001. Академик Л. Д. Фаддеев. *Струноподобные солитоны и их физические приложения.*

Описывается нелинейная модель теории поля на четырехмерном пространстве Минковского, допускающая стационарные решения с конечной энергией (солитоны), локализованные в окрестности одномерного компактного контура. Этот контур может представлять собой узел, заплетение и т. д. Топологический заряд, соответствующий солитонным конфигурациям, есть инвариант Хопфа. Обсуждаются возможные приложения к теории плазмы, конденсата Бозе–Эйнштейна и теории Янга–Миллса.

15 февраля 2001. д.ф.-м.н. В. П. Михайлов. *О существовании предельных значений на границе у решений эллиптических уравнений.*

Пусть $u(x) = u(x_1, \dots, x_n)$ – решение в полосе эллиптического уравнения

$$\Delta^m u + P(i\partial/\partial x)u = 0,$$

где $m \geq 1$, а $P(\xi)$ – произвольный многочлен с постоянными коэффициентами степени не выше $2m - 1$. Найлены необходимые и достаточные условия существования W_2^k -предельных значений функции $u(x)$ на границе при произвольном вещественном k .

15 марта 2001. д.ф.-м.н. С. С. Рышков, д.ф.-м.н. М. И. Штогрин, д.ф.-м.н. Н. П. Долбилин. *Цикл работ по теории правильных разбиений пространств.*

Знаменитая теорема Вороного утверждает, что для каждого примитивного параллелоэдра существует аффинно эквивалентный ему параллелоэдр Дирихле–Вороного (теорема существования). С. С. Рышков доказал, что такой параллелоэдр Дирихле–Вороного единствен с точностью до подобия (теорема единственности).

Доказано также, что для каждого типа n -мерных параллелоэдров найдется конечное число так называемых коренных (базисных) параллелоэдров, размерности не выше n и так расположенных в $\mathbf{E}^n$, что каждый параллелоэдр указанного типа с точностью до аффинного преобразования представим в виде суммы Минковского с неотрицательными коэффициентами указанных коренных параллелоэдров. Из небольшого уточнения этого результата следует, например, что каждый четырехмерный параллелоэдр с точностью до аффинного преобразования раскладывается в указанную сумму правильного 24-гранника и его ребер (С. С. Рышков).

Доказано, что для любой дискретной группы движений пространства постоянной кривизны произвольной размерности, обладающей компактной фундаментальной областью, существует лишь конечное число комбинаторных типов правильных разбиений Дирихле–Вороного (М. И. Штогрин).

Исследовались так называемые полициклы, имеющие важные приложения. Полициклом называется клеточное разбиение диска, которое допускает непрерывное локально гомеоморфное

клеточное отображение в платоновое разбиение сферы, евклидовой плоскости или плоскости Лобачевского. Установлен критерий того, что заданный граф является реберным остовом некоторого полицикла (М. И. Штогрин).

Доказано, что односвязное d -мерное пространство постоянной кривизны разбивается правильным образом на многогранники, конгруэнтные данному выпуклому многограннику P , тогда и только тогда, когда вокруг P из конгруэнтных ему многогранников можно построить так называемую $(d-2)$ -корону некоторого радиуса, удовлетворяющую двум определенным условиям (условие стабильности группы короны и условие локальной согласованности) (Н. П. Долбилин).

Доказано, что если семейство разбиений пространства (евклидова или Лобачевского) с конечным протомножеством и некоторым локальным правилом не более чем счетно, то среди этих разбиений хотя бы одно – кристаллографическое. Эта теорема обобщает известные результаты о несчетности так называемых аperiодических семейств (Н. П. Долбилин).

19 апреля 2001. Член-корреспондент РАН О. В. Бесов. *Вложения пространств Соболева на области с нерегулярной границей.*

Теоремы вложения Соболева, полученные им для пространств функций, определенных на области с условием конуса, перестают быть верными для нерегулярных областей (например, имеющих вид внешнего пика в окрестности некоторых точек границы).

В докладе приводятся формулировки теорем вложения и компактности пространств Соболева в зависимости от геометрических свойств области. Результаты охватывают и случаи весовых пространств Соболева.

17 мая 2001. Д. Ф.-М. Н. А. Т. Ильичев. *Устойчивость солитонов в упругих композитах.*

Рассматривались вопросы динамической устойчивости и неустойчивости солитонных решений бесконечномерной гамильтоновой системы уравнений, описывающей плоские волны в нелинейных упругих композитах как при наличии, так и при отсутствии анизотропии. В анизотропном случае имеется быстрое и медленное солитонные семейства, ответвляющиеся от нулевого решения, соответствующего состоянию покоя в отсутствие предварительных деформаций. В изотропном случае два этих семейства, сливаясь, образуют единственное трехпараметрическое семейство. Показано, что солитоны из медленного семейства в анизотропном композите и солитоны в изотропном композите динамически устойчивы, если их скорости лежат в определенном диапазоне. Доказательство устойчивости основано на проверке того факта, что солитонное решение доставляет локальный минимум гамильтониану при условии фиксированного значения функционала, который сохраняется в силу трансляционной инвариантности системы. Условный минимум имеет место при неотрицательной определенности самосопряженного оператора, являющегося второй вариационной производной от гамильтониана, на некотором замкнутом линейном подпространстве основного пространства решений.

21 июня 2001. Член-корреспондент РАН С. И. Похожаев. *Априорные оценки и отсутствие решений нелинейных уравнений и неравенств с частными производными.*

Рассматривается разрешимость нелинейных задач с точки зрения глобального анализа. На основании концепции нелинейной емкости устанавливаются необходимые (неулучшаемые) условия существования глобальных решений. В качестве приложения рассматриваются нелинейные эллиптические, параболические и гиперболические уравнения и неравенства.

20 сентября 2001. Член-корреспондент РАН Л. Д. Кудрявцев. *Полиномиальная асимптотика решений дифференциальных уравнений.*

Даны необходимые и достаточные условия, которым удовлетворяют асимптотически-полиномиальные решения нормальных систем обыкновенных дифференциальных уравнений. Указаны условия для правой части асимптотически линейных нормальных систем, при выполнении которых все ее решения асимптотически или сильно асимптотически приближаются к полиномам не выше данной степени.

Введено понятие почти нормированного пространства. Окажется, что в пространстве функций, асимптотически (а также сильно асимптотически) приближающихся к полиномам не выше данной степени, можно ввести такую почти норму, что в порожденной ею метрике пространство будет полным. Приведена теорема вложения для пространств функций асимптотически и сильно асимптотически приближающихся к полиномам.

25 октября 2001. Академик В. Е. Захаров. *Применение метода обратной задачи для решения некоторых классических проблем дифференциальной геометрии.*

С использованием метода одевания, который является современной версией метода обратной задачи, возможно решить следующие классические проблемы дифференциальной геометрии:

1. Классификация N -ортогональных криволинейных координатных систем в евклидовом пространстве и в пространстве постоянной кривизны. (Была сформулирована в 1813 году Биннетом и Дюпином.)

2. Описание пространств плоских связностей вместе с их вложением в евклидовы пространства.

15 ноября 2001. д.ф.-м.н. В. С. Куликов. *Общие накрытия плоскости.*

Как известно, для неособой проективной поверхности S , вложенной в проективное пространство $\mathbb{CP}^r$, ограничение f на S линейной проекции $\text{pr}: \mathbb{CP}^r \rightarrow \mathbb{CP}^2$, общей по отношению к S , обладает следующими свойствами: 1) f является конечным морфизмом степени $d = \deg S$; 2) дискриминантная кривая (кривая ветвления) $B \subset \mathbb{CP}^2$ является неприводимой каспидальной кривой; 3) для общей точки $p \in B$ число прообразов $\#f^{-1}(p) = d-1$. Общее накрытие проективной плоскости $\mathbb{CP}^2$, являющееся естественным обобщением понятия общей линейной проекции, – это морфизм $f: S \rightarrow \mathbb{CP}^2$ неособой поверхности S , для которой выполнены свойства 1)–3).

Гипотеза Кизини (Chisini) утверждает, что общее накрытие $f: S \rightarrow \mathbb{CP}^2$ степени $\deg f \geq 5$ однозначно определяется своей дискриминантной кривой.

В первой части доклада дан набросок доказательства гипотезы Кизини (а также ее некоторого обобщения) для почти всех общих накрытий плоскости. Вторая часть доклада посвящена обсуждению возможности использования брэйд-мономорфных инвариантов дискриминантной кривой общего накрытия $f: S \rightarrow \mathbb{CP}^2$ в качестве полного набора дискретных инвариантов, определяющих симплектическую структуру на подлежащем четырехмерном вещественном многообразии S_R .

13 декабря 2001. Член-корреспондент РАН А. Г. Куликовский. *О неединственности решений уравнений нелинейной теории упругости.*

Система уравнений нелинейной теории упругости – гиперболическая система, выражающая законы сохранения массы импульса и энергии, описывает как непрерывные, так и разрывные решения.

Автомодельные задачи: задача о распаде произвольного разрыва и “задача о поршне”. Неединственность решений этих задач. Переход к линейному пределу при амплитуде возмущений стремящейся к нулю. Метастабильная ударная волна – причина неединственности? Ее устойчивость по отношению к малым возмущениям.

Вязко-упругая среда. Структура ударных волн. Численные эксперименты в задачах с невязкой автомодельной асимптотикой – при подходящих условиях реализуется, как асимптотика, любое из невязких решений. Нелинейная устойчивость метастабильных ударных волн.

Заключительные замечания. Влияние дисперсии на свойства ударных волн.

17 января 2002. Академик В. В. Козлов. *Кинетика бесстолкновительной сплошной среды.*

Развиваются идеи Пуанкаре о тепловом равновесии идеального газа, рассматриваемого как бесстолкновительная сплошная среда. Исследована эволюция функции распределения частиц по пространству и скоростям. Доказано существование слабого предела решений уравнения Лиувилля при неограниченном возрастании времени. В качестве следствия показано, что независимо от начального распределения газ в ящике с зеркальным отражением с течением времени необратимо равномерно распределяется по всему объему. Наличие слабого предела плотности распределения вероятностей приводит к новой интерпретации 2-го закона термодинамики о росте энтропии.

28 февраля 2002. Академик А. Ф. Андреев. *Мезоскопика и фундаментальные свойства пространства.*

Активно изучаемые в последнее время в физике так называемые мезоскопические системы занимают в некотором смысле промежуточное положение между микро- и макроскопическими. Оказывается возможным установить связь между свойствами мезоскопических систем и существованием дополнительных спинорных координат пространства-времени, введенных наряду с x, y, z, t в квантовой теории поля для реализации суперсимметрии. Фактически оказывается возможным доказать реальность дополнительных координат.

И. В. Волович