Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

В. А. Голубева, А. Б. Жижченко, А. Г. Сергеев, Международный конгресс математиков (Китай, Пекин, 20–28 августа 2002 г.), *УМН*, 2003, том 58, выпуск 4, 181–189

DOI: <https://doi.org/10.4213/rm664>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 44.207.124.84

26 апреля 2023 г., 18:36:19

**МЕЖДУНАРОДНЫЙ КОНГРЕСС МАТЕМАТИКОВ
КИТАЙ, ПЕКИН, 20–28 АВГУСТА 2002 Г.**

Международный конгресс математиков в столице Китайской Народной Республики Пекине (далее: Конгресс) был 24-м по счету (первый Международный математический конгресс состоялся в 1897 г. в Цюрихе, Швейцария) и первым математическим конгрессом XXI-го века. Это был также первый Международный математический конгресс в странах третьего мира (если пользоваться уже слегка устаревшей терминологией прошлого века). Выбор Китая в качестве страны проведения такого конгресса выглядит, тем не менее, вполне закономерным. С одной стороны, он объясняется значительными достижениями китайских математиков (работающих как в самом Китае, так и, в не меньшей степени, за его пределами), а с другой стороны, общим возрастанием роли Китая в современном мире.

Общественный резонанс Конгресса в Китае можно назвать беспрецедентным. Медали филдсовским лауреатам вручал председатель КНР Чжан Цземин, ход Конгресса ежедневно освещался в программах новостей. (Особое внимание в этих выпусках уделялось, помимо филдсовских лауреатов, пленарному докладчику Гангу Тиану, местом работы которого, наряду с Массачусетским Технологическим Институтом, был указан Пекинский университет.) Большой энтузиазм вызвало и избрание председателя Оргкомитета Конгресса, проф. Чжи-Минг Ма в состав нового Исполкома Международного Математического Союза. Стоит отметить также, что ко времени проведения Конгресса были приурочены публичные лекции двух нобелевских лауреатов (по физике и экономике) С. Хокинга и Дж. Нэша, собравшие тысячные аудитории.

Теперь об официальной стороне Конгресса.

І. Официальная компонента конгресса

Как известно, организация и проведение Международных конгрессов математиков являются прерогативой Международного Математического Союза (ММС), который объединяет, на данный момент, 65 стран. Члены ММС подразделяются на пять групп, в соответствии со значимостью их математических школ. К высшей, пятой группе относятся, помимо России, Великобритания, Германия, Израиль, Италия, Канада, Китай, Соединенные Штаты Америки, Франция, Япония. Каждая страна, входящая в эту группу, имеет право направить для участия в Генеральной Ассамблее ММС (см. ниже) пять человек с правом решающего голоса; страны, входящие в другие группы, — от одного до четырех человек в соответствии с их статусом в ММС. Генеральная Ассамблея ММС собирается за несколько дней до начала конгресса. На ней принимается отчет Исполкома ММС и выбирается его новый состав. В задачу Исполкома входит подготовка следующего конгресса, а также избрание и содействие работе различных комиссий и комитетов ММС таких, как Комиссия по развитию и обмену, Комитет по электронным информационным технологиям и связи в математике, Международная комиссия по истории математики, Международная комиссия по математическому образованию. Избираются также представители ММС в Международный совет научных союзов и Международный союз по истории и философии науки.

Генеральная Ассамблея. 14-я Генеральная Ассамблея ММС происходила 17–18 августа 2002 г. в Международном центре конгрессов в Шанхае (Китай). От России в работе Ассамб-

Первый автор приносит благодарность РФФИ за поддержку ее участия в Международном конгрессе математиков, 2002 (гранты № 02-01-00721, и № 02-01-10940).

леи приняли участие 3 человека. Вступительную речь произнес Президент ММС 1998–2002 гг. Жакоб Палис (Бразилия). Были заслушаны отчеты о работе различных комиссий Исполкома. Затем состоялось избрание новых комитетов и комиссий: Комиссии по выработке решений, Комиссии по финансам и членским взносам, Мандатной и Счетной комиссий, Комиссии, рекомендуемой назначению исполнительных органов ММС, Комиссии, рекомендуемой изменению членства.

Был избран новый Исполком ММС на 2003–2006 гг. в следующем составе:

Президент: Джон М. Болл (Великобритания),

Вице-Президенты: Жан-Мишель Бисмют (Франция), Масаки Кашивара (Япония),

Секретарь: Филипп А. Гриффитс (США),

Члены Исполкома: Андрей А. Болибрух (Россия), Мартин Гретшель (Германия), Чжи-Минг Ма (Китай), Рагни Пиене (Норвегия), Мадабузи С. Рагунатан (Индия).

Было согласовано место и время проведения следующего Международного Конгресса математиков: Мадрид (Испания), 2006 г.

Предшествующая ему Генеральная Ассамблея состоится в Сант-Яго де Компостела (Испания).

Церемония открытия. Открытие Конгресса состоялось 20 августа 2002 г. во Дворце народных представителей, расположенном на центральной площади Пекина Тяньаньмынь. На церемонии присутствовало около 5000 человек. От имени Международного Математического Союза выступил его президент Жакоб Палис. Затем с приветственными посланиями в адрес Конгресса обратились заместитель председателя Всекитайского собрания народных представителей Ли Ланцин, почетный президент Конгресса Чжень Шен-Шень, президент Китайской Ассоциации Науки и Технологии Чжоу Гуанчжао, президент Конгресса Ву Веньюн и мэр Пекина Цзы Лю.

Церемония презентации и вручения филдсовских медалей и премии Неванлинны происходила при личном участии председателя КНР Чжан Цземиня. Лауреатами филдсовских премий стали Лоран Лафорг (Франция) за исследования в области алгебраической геометрии и Владимир Воеводский, наш соотечественник, ныне работающий в США, за исследования в области, пограничной между топологией и алгебраической геометрией. Премия Неванлинны была вручена Мадху Судану, выходцу из Индии, работающему в США, за исследования в области вычислительной математики, теории доказательств вероятностными методами и достижения в теории кодирования.

II. Участие России в конгрессе

Конгресс в Пекине, также как и предыдущие конгрессы, продемонстрировал высокий авторитет советской/российской математической школы в мировой математике. Работа одного из нынешних филдсовских лауреатов Лорана Лафорга в сильной степени опиралась на предшествующие ей исследования (также филдсовского лауреата) В. Г. Дринфельда по гипотезе Ленглендса, а другой филдсовский лауреат Владимир Воеводский вообще является выходцем из московской школы алгебраической геометрии. Почти никто из приглашенных докладчиков на Конгрессе не обошелся без цитирования работ советских/российских математиков. В этом Пекинский конгресс не отличался от предыдущих. Однако доля России среди приглашенных докладчиков осталась, как и на предыдущих конгрессах в Цюрихе и Берлине, относительно невысокой и, по мнению многих наших математиков, не отвечающей уровню развития нашей школы (тому есть несколько причин, широко обсуждавшихся в последнее время, поэтому нет нужды повторять их здесь снова). Если сравнивать формальное представительство России на конгрессе в Пекине с прошлым конгрессом в Берлине, то там оно ограничивалось 5–6 секционными докладами (если иметь в виду всех выходцев из советской/российской математической школы, получивших приглашенные доклады в Берлине, то можно говорить, по-видимому, об одном пленарном докладе и 22–25 секционных докладах). Формальное участие России в Пекинском конгрессе выглядит так: она была представлена пленарным докладом Л. Д. Фаддеева и пятью секционными докладами (если же иметь в виду выходцев из советской/российской математической школы, то эти цифры составят, соответственно, 2 пленарных доклада и 18–20 секционных).

Приведем список приглашенных докладов из России:

- (1) Л. Д. Фаддеев (Санкт-Петербургское отделение Математического института им. В. А. Стеклова), “Заузленные солитоны” (пленарный доклад);
- (2) А. И. Бондал, Д. О. Орлов (Математический институт им. В. А. Стеклова), “Производные категории когерентных пучков” (доклад на секции алгебры);
- (3) А. Ю. Зайцев (Санкт-Петербургское отделение Математического института им. В. А. Стеклова), “Оценки сильной аппроксимации в многомерной центральной предельной теореме” (доклад на секции теории вероятностей и статистики);
- (4) Д. В. Трещев (Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова), “Непрерывное усреднение в динамических системах” (доклад на секции обыкновенных дифференциальных уравнений и динамических систем);
- (5) Ю. В. Чеканов (Московский центр непрерывного математического образования), “Инварианты лежандровых узлов” (доклад на секции топологии);
- (6) Л. П. Шильников (Институт прикладной математики, Нижний Новгород), “Бифуркации и странные аттракторы” (доклад на секции обыкновенных дифференциальных уравнений и динамических систем);
- (7) И. В. Яценко (Московский центр непрерывного математического образования) принял участие (в качестве приглашенного докладчика) в работе панели “Международное сравнение результатов обучения математике”.

Общее число участников Конгресса от России – около 200 человек (для сравнения: в Берлинском конгрессе от России участвовало 202 человека). Финансирование российских делегатов осуществлялось по различным каналам, в частности, через Оргкомитет Конгресса и Российский фонд фундаментальных исследований. Делегация Российской академии наук (финансировавшая частично за счет академии) состояла из 9 человек. Ряд российских институтов делегировал своих сотрудников за счет собственных фондов.

III. Филдсовские лауреаты и премия Неванлинны

Комитет по присуждению филдсовских медалей возглавлял на этом конгрессе Я. Г. Синай (Институт теоретической физики в Черноголовке и Принстонский университет). В его состав входили Дж. Артур (университет Торонто), С. Блох (университет Чикаго), Ж. Бургэн (Институт перспективных исследований в Принстоне), Х. Хофер (Высшая техническая школа в Пюрихе), Я. Ихара (университет Киото), Х. Б. Лоусон (университет штата Нью-Йорк в Стоуни Бруке), С. П. Новиков (Математический институт им. В. А. Стеклова, Институт теоретической физики в Черноголовке и Мэрилендский университет), Г. Папаниколау (Стэнфордский университет), Е. И. Зельманов (Йельский университет).

Как уже было отмечено выше, в отличие от предыдущих конгрессов, в этот раз было присуждено только две филдсовские премии – Лорану Лафоргу (Институт Высших Исследований, Бюр-сюр-Иветт, Франция) и Владимиру Воеводскому (Институт перспективных исследований, Принстон, США). Остановимся более подробно на содержании их работ.

Лауреат филдсовской премии Лоран Лафорг. Лафоргу удалось добиться огромного успеха в реализации так называемой программы Ленглендса, установив соответствие Ленглендса для функциональных полей (т.е. полей рациональных функций $F(X)$ на проективной кривой X над конечным полем).

Программа Ленглендса, впервые сформулированная Робертом Ленглендсом в его известном письме к Андре Вейлю в 1967 г., состоит из серии далеко идущих гипотез, связывающих алгебраическую теорию чисел (представления Галуа) с анализом (автоморфные формы). В последние годы был получен целый ряд впечатляющих результатов в направлении этой программы. Достаточно упомянуть недавнее доказательство последней теоремы Ферма и проверку гипотезы Таниамы–Вейля, связывающей эллиптические кривые с модулярными формами.

Соответствие Ленглендса, о котором идет речь в работе Лафорга, устанавливает связь между так называемыми l -адическими представлениями размерности r группы Галуа G_F поля $F = F(X)$ и автоморфными представлениями группы $GL_r(\mathbb{A}_F)$ кольца аделей поля F .

Группа $GL_r(\mathbb{A}_F)$ содержит $GL_r(F)$ в качестве дискретной подгруппы и автоморфные представления группы $GL_r(\mathbb{A}_F)$ реализуются в пространствах гладких комплекснозначных функций на $GL_r(\mathbb{A}_F)$, автоморфных относительно дискретной подгруппы $GL_r(F)$. Соответствие Ленглендса является далеко идущим обобщением теории полей классов, являющейся частным случаем этого соответствия при $r = 1$. В первом “некоммутативном” случае $r = 2$ соответствие Ленглендса было установлено в 1970-х гг. В.Г. Дринфельдом (лауреатом филдсовской премии 1990 г.). Лафоргу удалось распространить этот результат на произвольные ранги $r > 2$. Указанное обобщение оказалось совершенно нетривиальным (о чем можно судить хотя бы по времени, прошедшему после появления результата Дринфельда) и потребовало введения новых объектов, обобщающих так называемые “штуки Дринфельда”.

Краткая биографическая справка. Лоран Лафорг родился 6 ноября 1966 г. в Антони (Франция). В 1986 г. он окончил Высшую нормальную школу в Париже и в 1990 г. получил должность исследователя (*attaché de recherche*) в Национальном центре научных исследований. Свою докторскую степень он получил в 1994 г. в Университете Пари-Сюд. С 2002 г. является профессором математики в Институте высших исследований в Бюр-сюр-Иветт.

Лауреат филдсовской премии Владимир Воеводский. Владимиру Воеводскому удалось построить новые теории когомологий для алгебраических многообразий и с их помощью решить ряд известных проблем, в том числе доказать известную гипотезу Милнора. Исходным пунктом для работы Воеводского является теория мотивов А. Гротендика (лауреата филдсовской премии 1966 г.).

Понятие когомологии впервые возникло в топологии — науке о пространственных формах, свойства которых не меняются при непрерывных деформациях. Когомологические теории (к которым можно отнести и обобщенные теории когомологий) кодируют информацию о свойствах топологических объектов в терминах алгебраических объектов: групп, колец и т. д. Одной из таких теорий когомологий является К-теория, развитая филдсовским лауреатом 1966 г. М. Атьей, тесно связанная со стандартной теорией сингулярных когомологий.

Однако, изучаемые в алгебраической геометрии объекты (многообразия, задаваемые системами алгебраических уравнений) обладают большей “жесткостью”, чем топологические формы, и потому стандартные методы теории когомологий, развитые в топологии, к ним неприменимы. Гротендик считал, что введенные им мотивы являются мостом между алгеброй и теорией чисел, с одной стороны, и геометрией и топологией, с другой. Идеи Гротендика оказали революционизирующее воздействие на целое поколение ученых, пришедших в математику вслед за ним, и, в том числе, послужили источником вдохновения для Воеводского. Основываясь на одной идее А. Суслина, Воеводскому удалось построить теорию мотивных когомологий для алгебраических многообразий. Эта теория оказалась, по аналогии с топологическим случаем, тесно связанной с построенной ранее алгебраической К-теорией. Одним из важнейших приложений построенной им теории явилось решение проблемы Милнора, остававшейся в течение 30 лет наиболее трудной задачей в алгебраической К-теории.

Краткая биографическая справка. Владимир Воеводский родился 4 июня 1966 г. в Москве. Его математическое образование, начатое в Московском государственном университете им. М.В. Ломоносова, завершилось в Гарвардском университете, где в 1992 г. он получил докторскую степень. С 1996 г. Воеводский работал в Северозападном университете, а с 2002 г. занимает позицию профессора математики в Школе математики при Институте перспективных исследований в Принстоне.

В Комитет по присуждению премии Неванлинны, который возглавлял М. Рабин (Гарвардский университет), входили: А. А. Аграчев (Математический институт им. В. А. Стеклова), И. Добеши (Принстонский университет), В. Хакбуш (Киельский университет), А. Шрайвер (Научно-исследовательский центр CWI в Амстердаме).

Премия Неванлинны была присуждена Мадху Судану (Массачусетский технологический институт, Кембридж, США).

Лауреат премии Неванлинны Мадху Судан. Мадху Судан внес существенный вклад сразу в несколько разделов современного теоретического программирования (*computer science*),

а именно, в теорию вероятностно проверяемых доказательств, исследование неаппроксимируемости оптимизационных задач и теорию кодов, исправляющих ошибки.

М. Судан является одним из лидеров в теории доказательств, проверяемых вероятностными методами. В этой теории доказательство математического утверждения представляется в виде последовательности логических “битов”, допускающих компьютерное кодирование. Для того чтобы убедиться в верности доказательства, необходимо проверить всю эту последовательность. Цель теории вероятностно проверяемых доказательств состоит в том, чтобы указать способ проверки, при котором можно с высокой вероятностью утверждать, что доказательство верно, если верны только некоторые из этих битов. Возникающая при этом оптимизационная задача исследовалась Суданом вместе с целым коллективом авторов, отмеченным за эти работы премией Гёделя 2001 г.

Судану (также совместно с другими авторами) удалось внести фундаментальный вклад в проблему неаппроксимируемости решений некоторых оптимизационных задач. Эти работы тесно связаны с исследованиями по вероятностно проверяемым доказательствам и с одной из наиболее известных проблем в теоретическом программировании: $P = NP$? А именно, в рамках теории вероятностно проверяемых доказательств дана новая интерпретация правой части NP . Общий смысл результатов Судана и его коллег по задаче неаппроксимируемости состоит в том, что для целого ряда оптимизационных задач им удалось показать, что аппроксимация оптимального решения оказывается столь же трудной задачей, как и нахождение самого решения.

Третье направление теоретического программирования, в котором Судану удалось добиться больших успехов, — это теория кодов, исправляющих ошибки. Такие коды играют огромную роль в теории надежной и качественной передачи информации (например, при связи со спутниками по Интернету). В любой передающей цепи возникают помехи, искажающие информацию. Для исключения ошибок используется кодирование сообщений избыточными кодами, что, естественно, удорожает получаемую информацию. Цель науки о кодах, исправляющих ошибки, состоит в том, чтобы найти баланс между избыточностью и эффективностью. В 60-х годах прошлого столетия был предложен широкий класс таких исправляющих кодов (так называемые коды Рида-Соломона и их производные). Судану удалось значительно улучшить их эффективность с помощью нового алгоритма декодирования (позволяющего исправить значительно большее число ошибок, чем считалось возможным).

Краткая биографическая справка. Мадху Судан родился 12 сентября 1966 г. в Мадрасе (Индия). В 1987 г. он закончил Индийский технологический институт в Нью-Дели, а в 1992 г. получил докторскую степень в Калифорнийском университете в Беркли. С 1992 по 1997 гг. работал в исследовательском центре Томаса Уотсона при компании IBM. В настоящее время является доцентом Отделения электрического инжиниринга и компьютерных наук в Массачусетском технологическом институте.

IV. Пленарные доклады

Программный комитет возглавлял на этом конгрессе Ю. И. Манин (Институт Макса Планка в Бонне и Математический институт им. В. А. Стеклова). В его состав входили: Дж. Болл (Оксфордский университет), Ф. Брецци (Университет Павии), Ж. Ламон (Университет Пари-Сюд), Л. Ловач (Йельский университет), Т. Мива (Университет Киото), П. Сарнак (Принстонский университет), А.-С. Шницман (Высшая техническая школа в Цюрихе), Г. Тиан (Массачусетский технологический институт), М. Вернь (Высшая нормальная школа в Париже), Ву Вен-Цун (Академия Синика, Пекин).

На Конгрессе было прочитано 20 пленарных докладов, авторами которых были Н. Алон (Тель-Авивский университет, Израиль), Д. Арнольд (Университет Миннесоты, США), А. Брессан (СИССА, Италия), Л. Кафарелли (Техасский университет, США), С.-Ю. А. Чанг (Принстонский университет, США), Д. Донохо (Стэнфордский университет, США), Л. Д. Фаддеев (С.-Петербургское отделение Математического института им. В. А. Стеклова, Россия), Ш. Гольдвассер (Институт Вейцмана, Израиль, и Массачусетский технологический институт, США), У. Хагеруп (Южно-Датский университет, Дания), М. Дж. Хопкинс (Массачусетский технологический институт, США), В. Кац (Массачусетский технологический институт, США),

Х. Кестен (Корнельский университет, США), Ф. К. Кирван (Оксфордский университет, Великобритания), Л. Лафорг (Институт высших научных исследований, Франция), Д. Мамфорд (Университет Брауна, США), Х. Накаджима (Университет Киото, Япония), Ю.-Т. Сю (Гарвардский университет, США), Р. Тейлор (Гарвардский университет, США), Г. Тيان (Массачусетский технологический институт, США и Пекинский университет, Китай), Э. Виттен (Институт перспективных исследований, США).

Остановимся более подробно на двух из этих докладов, посвященных математической физике. Оба доклада состоялись в последний день Конгресса, непосредственно перед процедурой официального закрытия. Отсюда можно сделать вывод, что организаторы придавали им особое значение.

Л. Д. Фаддеев: Заузленные солитоны. Солитоны – локализованные решения нелинейных эволюционных уравнений – достаточно хорошо изучены в случае $(1+1)$ -мерного пространства-времени. В случае большего числа пространственных переменных примерами локализованных решений могут служить $(2+1)$ -мерные вихри, $(3+1)$ -мерные монополи и 4-мерные инстантоны. В 70-е годы Л. Д. Фаддеев выдвинул гипотезу о существовании солитонов, локализованных на топологически нетривиальных одномерных контурах типа узлов или зацеплений (линков). В качестве модели, в которой такие солитоны могут возникать, Л. Д. Фаддеев предложил нелинейную $O(3)$ -модель, описывающую поле (единичной длины) в пространстве $\mathbb{R}^3$, стабилизирующееся на бесконечности. Это поле задает, тем самым, гладкое отображение из 3-мерной сферы S^3 (одноточечная компактификация $\mathbb{R}^3$) в 2-мерную сферу S^2 . Такие отображения характеризуются, как известно, топологическим инвариантом Хопфа Q . Фаддеев предположил, что в указанной модели должны реализовываться решения, имеющие нетривиальный инвариант Хопфа. Недавно эту гипотезу удалось подтвердить на численном эксперименте, а именно, были явно указаны решения модели, локализованные на трилистнике и других узлах и зацеплениях с нетривиальными инвариантами Хопфа. Интересной (и, по-видимому, трудной) математической задачей является описание пространства модулей решений приведенной задачи.

Э. Виттен: Сингулярности в теории струн. Данный доклад Виттена тесно примыкает к докладу К. Вафы на предыдущем конгрессе математиков в Берлине, что позволяет говорить уже о некоторой тенденции в современной математической физике. Поэтому прежде чем переходить к непосредственному изложению содержания доклада Виттена, остановимся на указанной тенденции более подробно. Речь идет о “предсказании” нетривиальных математических гипотез и результатов на основе квантовой теории поля и, в особенности, теории суперструн. При этом соответствующие математические утверждения возникают как “следы” нетривиальных соотношений в квантовой “надтеории”. В качестве такой “надтеории” выступает, как правило, квантовая теория суперструн, характеризуемая двумя малыми параметрами: постоянной Планка $\hbar$, отвечающей за квантовый характер теории, и размером струны α' , отвечающим за струнный характер теории. Квазиклассический предел $\hbar \rightarrow 0$ соответствует “деквантованию”, а струнный предел $\alpha' \rightarrow 0$ – “деструнизации” или “схлопыванию струн”.

Возможно, первым толчком к появлению подобного рода математических предсказаний послужила известная теорема Дональдсона о диагонализуемости форм пересечения гладких 4-многообразий. Точнее, даже не сама теорема, а метод ее доказательства, основанный на использовании 5-мерной пленки с идеальной границей на исходном многообразии. Указанная пленка есть не что иное, как пространство модулей инстантонов на данном многообразии. Таким образом, для доказательства чисто математического результата была использована физическая инстантонная теория, которая позволила “увидеть” то, что не проявлялось на уровне классической топологии.

Вслед за этим первым примером последовала целая серия математических задач, в которых наличие соответствующих квантовых “надтеорий” позволило выдвинуть неожиданные математические гипотезы, которые впоследствии устанавливались уже строгими математическими методами, порой ценой больших усилий. Ярким примером является так называемая “зеркальная симметрия”. В этом случае роль “надтеории” играет пара эквивалентных друг другу (D-бранных) суперструнных теорий (эквивалентность которых устанавливается Т-двойственностью). Струнный предел этих теорий при $\alpha' \rightarrow 0$ приводит к двум классическим многообразиям (зеркальным двойникам) M и M' . На классическом уровне – это два совершенно различных мно-

гообразия (возможно, с особенностями). Однако их происхождение из эквивалентных струнных теорий приводит к нетривиальным соотношениям в топологии и геометрии двойников. Например, числа Дольбо d -мерного многообразия Калаби-Яу M и его зеркального двойника M' связаны равенством: $h^{p,q}(M) = h^{p,d-q}(M')$. Вообще можно сказать, что комплексная геометрия одного из двойников отвечает симплектической геометрии другого.

Еще одним нетривиальным примером подобной связи теории суперструн с топологией гладких многообразий может служить теория Зайберга–Виттена. В этом случае роль “надтеории” играет ($N = 2$) суперструнная теория Янга–Миллса. Ее высокоэнергетический струнный предел приводит к инстантонам на классическом 4-многообразии M и дает новую интерпретацию его полиномиальных инвариантов Дональдсона. В низкоэнергетическом пределе возникают уравнения Зайберга–Виттена на M , пользуясь которыми можно ввести новые инварианты этого многообразия, называемые его инвариантами Зайберга–Виттена. В отличие от полиномов Дональдсона, связанных с неабелевой группой $SU(2)$, инварианты Зайберга–Виттена ассоциируются с абелевой группой $U(1)$ и потому более просты в обращении. Несмотря на то, что математические определения обоих инвариантов совершенно различны, наличие связывающей их суперструнной “надтеории” позволяет предположить, что они эквивалентны друг другу (математическое доказательство этого факта предложено А. Н. Тюриным и В. Пидстригачом).

В докладе Виттена был приведен целый ряд математических предсказаний, мотивируемых их происхождением из суперструнной “надтеории” с особенностями. Кратко перечислим их:

- (1) наличие сингулярностей (типа A-D-E) у многообразия M эквивалентно наличию дополнительной (A-D-E) симметрии у его зеркального двойника M' , что может служить объяснением “загадочного” появления схем Дынкина в теории особенностей;
- (2) существующие в данное время пять различных суперструнных теорий, повидимому, являются редукциями единой суперструнной М-теории (в размерности 11);
- (3) наличие дополнительных параметров в АДНМ-конструкции (конструкции Атьи–Дринфельда–Хитчина–Манина) инстантонов (помимо “физических” параметров, даваемых конструкцией τ Хофта) объясняется происхождением инстантонов из суперструнной теории.

Данные примеры (а также многие другие, не включенные в этот перечень из-за недостатка места) позволяют говорить, перефразируя известное изречение Вигнера, о “необъяснимой эффективности теории суперструн в математике”. Нельзя, однако, не отметить математических проблем, связанных с “суперструнными математическими предсказаниями”. Сам метод получения подобных предсказаний, к сожалению, мало помогает их строгому доказательству, поскольку как суперструнные “надтеории”, так и процедуры перехода к “классическим” пределам в этих “надтеориях”, математически не обоснованы. Связано это, в первую очередь, с отсутствием надежной математической базы у самой квантовой теории поля, что остается серьезным вызовом математике со стороны теоретической физики прошлого века.

V. Секционные доклады

На Конгрессе было сделано более 160 секционных докладов, рассредоточенных по 19 секциям: логика, алгебра, теория чисел, дифференциальная геометрия, топология, алгебраическая и комплексная геометрия, группы Ли и теория представлений, вещественный и комплексный анализ, операторная алгебра и функциональный анализ, вероятность и статистика, уравнения в частных производных, обыкновенные дифференциальные уравнения и динамические системы, математическая физика, комбинаторика, математические аспекты вычислительных наук, численный анализ и применение компьютеров в других науках, применения математики в других науках, математическое образование и популяризация математики, история математики. На секциях в параллельном режиме читалось ежедневно до 18 приглашенных докладов. Одновременно проходили заседания секций, на которых зачитывались краткие сообщения. Работали постерные сессии.

Остановимся более подробно на некоторых из секционных докладов.

А. И. Бондал, Д. О. Орлов: Производные категории когерентных пучков. Работа посвящена изучению производных категорий когерентных пучков на гладких алгебраичес-

ких многообразиях и их некоммутативных аналогов. Исследуется поведение производных категорий при бирациональных преобразованиях и, в частности, при разрешении особенностей. Показано, что гладкое проективное многообразие с обильным каноническим или антиканоническим классом однозначно определяется производной категорией когерентных пучков на нем. В последние годы эта довольно абстрактная алгебраическая тема нашла применение в теории D -бран в пространстве компактификаций Калаби–Яу.

Еще один интересный вопрос, изучаемый авторами доклада, касается того, сколькими способами можно сопоставить производную категорию данному многообразию. Он сводится к исследованию автоэквивалентностей производной категории, т.е. отображений категории в себя, сохраняющих ее внутреннюю алгебраическую структуру. В теории D -бран автоэквивалентности возникают из преобразований монодромии. В случае, когда пространство компактификаций зависит от одного комплексного параметра, задача сводится к изучению монодромии уравнения Пикара–Фукса.

Д. В. Трещев: Непрерывное усреднение в динамических системах. Предлагаемый автором метод непрерывного усреднения применялся им для решения ряда задач теории возмущений, не поддающихся исследованию стандартными методами этой теории. Таковыми являются, например, задача о включении диффеоморфизма в поток в аналитической постановке или различные проблемы, связанные с экспоненциально малыми эффектами в динамических системах. Метод непрерывного усреднения является комбинацией метода замены переменных, задаваемой сдвигом вдоль траекторий вспомогательного векторного поля (метод Ли), и метода усреднения Нейштадта, хорошо работающего при наличии экспоненциально малых эффектов. Автор демонстрирует достоинства предлагаемого им метода на ряде примеров, который включает в себя, помимо упомянутой задачи о включении диффеоморфизма в поток, усреднение по быстрой фазе в одно- и многочастичном случае и экспоненциально малое расщепление сепаратрис.

Ю. В. Чеканов: Инварианты лежандровых узлов. Автором найдены новые инварианты лежандровых узлов (отметим, что любой гладкий узел допускает лежандрову реализацию), которые позволяют различать лежандровы узлы, имеющие одинаковые классические инварианты, но лежандрово не изотопные друг другу (примеры таких узлов, построенные автором, приведены в докладе). Указанные инварианты строятся с помощью двух комбинаторных конструкций, одна из которых сопоставляет лагранжевой проекции узла дифференциальную градуированную алгебру, а другая основана на разложении фронтальной проекции узла в объединение замкнутых кривых. Построенные инварианты не изменяются при смене ориентации узла и, тем самым, являются инвариантами неориентированных лежандровых узлов. Похожие конструкции позволяют определить и новые инварианты лежандровых зацеплений (линков).

Л. П. Шильников: Бифуркации и странные аттракторы. Одним из замечательных событий XX века явилось открытие динамического хаоса. Тем самым, наряду с такими привычными явлениями нелинейной динамики как стационарное состояние, автоколебание и модуляция, в научный обиход прочно вошли новые типы движений, имеющие нерегулярную, хаотическую природу. Математическим образом динамического хаоса являются притягивающие предельные множества с неустойчивым поведением траекторий – странные аттракторы, которые, в отличие от обычных аттракторов – состояний равновесия, предельных циклов и торов, имеют весьма сложную теоретико-множественную структуру.

В докладе Л. П. Шильникова был дан обзор теории странных аттракторов с позиций нелинейной динамики. Выделено три класса странных аттракторов: гиперболические, псевдогиперболические и квазиаттракторы. Первые имеют сложную топологическую природу и в явном виде до сих пор не встречались в приложениях. Тем не менее, в докладе показано, как гиперболические аттракторы типа соленидов Смейла–Вильямса и потоков Аносова могут естественным образом возникать в многомерных прикладных задачах при глобальных бифуркациях, связанных с исчезновением периодических движений и торов с квазипериодической обмоткой.

Псевдогиперболические аттракторы, включающие, в частности, аттракторы лоренцевского типа, не являются грубыми, но они сохраняют свойство неустойчивости траекторий при малых гладких добавках к правым частям системы. Даны условия, гарантирующие рождение лоренцевских аттракторов из гомоклинической восьмерки-бабочки. Построен также новый псевдоги-

перболический аттрактор размерности три. В отличие от лоренцевских, он содержит состояние равновесия типа седло-фокус и негрубые гомоклинические орбиты Пуанкаре. Эти траектории являются причиной того, что при сколь угодно малых возмущениях правых частей система может попадать в области негрубости в пространстве динамических систем, в которых плотны системы со счетным множеством негрубых периодических траекторий любого порядка вырождения. Подобное явление характерно и для случая, когда устойчивое предельное множество является квазиаттрактором; здесь возможно также существование в аттракторе счетного множества устойчивых периодических траекторий.

В настоящее время достаточно хорошо понята динамика трехмерных систем со сложным поведением траекторий. Это позволило объяснить природу многих явлений в различных задачах физики, механики, биологии, и т. д. На очереди стоит изучение многомерных явлений современного естествознания, что требует дальнейшего исследования многомерных гомоклинических и гетероклинических структур различного типа. Как показано в докладе, их наличие приводит к новым и неожиданным эффектам таким, как сосуществование седловых периодических траекторий с различными индексами неустойчивости, инвариантных торов разной размерности, а также странных аттракторов, возможно в счетном числе.

С. Бигелоу: Представления групп кос. Представления групп кос начали изучать с 30-х годов XX столетия. В последнее время интерес к ним заметно возрос в связи с приложениями кос в теории узлов, статистической физике и т. д. В частности, выявилась связь указанных представлений с представлениями монодромии уравнений Книжника–Замолотчикова. В докладе Бигелоу излагались новые результаты, полученные независимо автором и Краммером. Показано, что группа кос B_n обладает точным линейным представлением (для $n = 4$ это доказал Краммер, а для любого $n \geq 5$ – Бигелоу). Доказано также, что известное представление Бурау не является точным для $n \geq 5$. (Ранее этот факт был установлен для $n \geq 9$ Лонгом и Пато). Поскольку известно, что представление Бурау точно для $n = 2, 3$, остается открытым только вопрос о его точности при $n = 4$.

В русле упомянутых работ по представлениям групп кос находятся работы по характеристике представлений монодромии обобщенных уравнений Книжника–Замолотчикова, ассоциированных с различными системами корней. Так, в докладе В. А. Голубевой “Модели квантовой теории поля, отвечающие корневым системам с двумя орбитами” было рассмотрено обобщение теоремы Дринфельда–Коно, относящейся к случаю корневой системы типа A , на системы типа B (результат получен совместно с В. П. Лексиним).

Щаньюй Чжоу: Некоторые результаты о действиях групп в теории многих комплексных переменных. В докладе Чжоу говорилось о задачах теории многих комплексных переменных, связанных с областями голоморфности и голоморфными функциями, инвариантными относительно групповых действий. Примером подобной задачи может служить известная гипотеза о расширенной трубе будущего. Эта гипотеза пришла в многомерный комплексный анализ из аксиоматической квантовой теории поля, где она возникла около 40 лет назад в школах А. С. Вайтмана и Н. Н. Боголюбова. Речь в ней идет о голоморфной выпуклости так называемой расширенной трубы будущего. Указанная область получается из произведения нескольких трубчатых конусов (труб будущего), инвариантных относительно группы Лоренца, под действием комплексифицированной группы Лоренца. Гипотеза о расширенной трубе будущего была недавно доказана автором доклада (ее доказательство составило основное содержание докторской диссертации Чжоу, защищенной в Математическом институте им. В. А. Стеклова).

В. А. Голубева, А. Б. Жижченко, А. Г. Сергеев