Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

П. А. Колгушкин, Классификация простых мультиростков кривых в контактном пространстве, *УМН*, 2004, том 59, выпуск 3, 171–172

DOI: <https://doi.org/10.4213/rm749>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.210.77.194

26 апреля 2023 г., 17:43:52

КЛАССИФИКАЦИЯ ПРОСТЫХ МУЛЬТИРОСТКОВ КРИВЫХ В КОНТАКТНОМ ПРОСТРАНСТВЕ

П. А. Колгушкин

Ростком приводимой кривой (или мультиростком) в начале координат в пространстве $\mathbb{C}^N$ называется набор $F = (f_1, \dots, f_k)$ ростков аналитических отображений $f_i: (\mathbb{C}, 0) \rightarrow (\mathbb{C}^N, 0)$, где $\text{Im } f_i \cap \text{Im } f_j = \{0\}$ для $i \neq j$ ($f_1, \dots, f_k$ называются компонентами мультиростка). Мультиросток, состоящий из одной компоненты, называется неприводимым или просто ростком.

Пусть R — группа координатных замен в $(\mathbb{C}, 0)$, т.е. группа ростков невырожденных аналитических отображений $(\mathbb{C}, 0) \rightarrow (\mathbb{C}, 0)$. Предположим, что $N = 2n + 1$ и в начале координат в пространстве $\mathbb{C}^{2n+1}$ задан росток контактной структуры, т.е. распределения гиперплоскостей в касательном расслоении, удовлетворяющего условию “максимальной неинтегрируемости”. Пусть Cont — подгруппа группы координатных замен в пространстве $(\mathbb{C}^{2n+1}, 0)$, состоящая из ростков контактных диффеоморфизмов, т.е. диффеоморфизмов, сохраняющих контактную структуру. Группа $R_{(1)} \times \dots \times R_{(k)} \times \text{Cont}$ (здесь $R_{(i)}$ — экземпляр группы R с номером i) действует на пространстве мультиростков, содержащих k компонент, по формуле

$$(g, h_1, \dots, h_k) \cdot (f_1, \dots, f_k) = (g \circ f_1 \circ h_1^{-1}, \dots, g \circ f_k \circ h_k^{-1}).$$

Мультиросток $F = (f_1, \dots, f_k)$ называется (контактно) простым, если в пространстве мультиростков найдется окрестность, содержащая F и пересекающая только конечное число орбит указанного действия. Мультиросток называется стабильно простым, если он остается простым после вложения $\mathbb{C}^{2n+1} \hookrightarrow \mathbb{C}^{2N+1}$, причем это вложение должно быть согласовано с контактными структурами. Мультиростки, эквивалентные после таких вложений, называются (контактно) стабильно эквивалентными.

В работе [1] была описана особенность A_2 (т.е. особенность $(t^2, t^3, 0, \dots, 0)$) в контактном пространстве в том случае, когда она является простой. В настоящей заметке приведена классификация стабильно простых особенностей мультиростков в контактном пространстве относительно формальной стабильной эквивалентности (т.е. правые и левые замены задаются формальными степенными рядами).

Предположим, что в $\mathbb{C}^{2n+1}$ задана система координат $(z, q_1, \dots, q_n, p_1, \dots, p_n)$, в которых форма, задающая контактную структуру, имеет стандартный вид $dz + \sum_{i=1}^n p_i dq_i$. Точку с такими координатами мы будем обозначать $(z \mid q_1, \dots, q_n; p_1, \dots, p_n)$. Если координаты p_i и q_i равны нулю для всех $i > i_0$, то иногда при записи эти координаты мы будем опускать.

ТЕОРЕМА. *Всякий (контактно) стабильно простой мультиросток с точностью до перестановки компонент стабильно формально эквивалентен одному и только одному мультиростку из следующего списка.*

I. Особенности неприводимых кривых

I.1. Регулярные кривые.

1. $(t \mid 0; 0)$ 2. $(t^m \mid t; 0), \quad m > 1$

I.2. Кривые кратности 2.

1. $(t^3 \mid t^2; 0)$ 2. $(t^2 \mid t^{2m+1}; 0)$ 3. $(t^4 + t^{2m+1} \mid t^2; 0)$
4. $(t^4 \mid t^2; t^{2m+1})$ 5. $(t^4 \mid t^2, t^{2m+1}; 0, 0)$

I.3. Кривые кратности 3.

1. $(t^3 \mid t^4; t^5)$ 2. $(t^3 \mid t^4, t^5; 0, 0)$ 3. $(t^3 \mid t^4 + t^5; 0)$ 4. $(t^3 \mid t^4; 0)$
5. $(t^3 \mid t^5; t^7)$ 6. $(t^3 \mid t^5, t^7; 0, 0)$ 7. $(t^3 \mid t^5 + t^7; 0)$ 8. $(t^3 \mid t^5; 0)$
9. $(t^3 \mid t^7; t^8)$ 10. $(t^3 \mid t^7, t^8; t^{11}, 0)$ 11. $(t^3 \mid t^7, t^8; 0, 0)$ 12. $(t^4 \mid t^3; t^5)$
13. $(t^4 \mid t^3, t^5; 0, 0)$ 14. $(t^4 + t^6 \mid t^3; 0)$ 15. $(t^4 \mid t^3; 0)$

II. Особенности приводимых кривых**II.1. Мультиростки, состоящие из неособых компонент.**

II.1.1. Мультиростки, состоящие из двух неособых компонент. Первая компонента имеет вид $(t \mid 0; 0)$. Мы указываем вторую компоненту.

$$1. (t \mid t; 0) \quad 2. (t^m \mid t; 0), \quad m > 1 \quad 3. (t \mid t^m; 0)$$

II.1.2. Мультиростки, состоящие из трех неособых компонент. Первые две компоненты имеют вид $((t \mid 0, 0; 0, 0), (t \mid t, 0; 0, 0))$. Мы указываем третью компоненту.

$$1. (t \mid 0; t) \quad 2. (t \mid 0, t; 0, 0) \\ 3. (t^m \mid 0; t), \quad m > 1 \quad 4. (t^m \mid 0, t; 0, 0), \quad m > 1$$

II.2. Мультиростки, содержащие одну неособую и одну особую компоненту. Неособая компонента имеет вид $(t \mid 0, 0; 0, 0)$. Мы указываем особую компоненту.

$$1. (t^2 \mid t^2; t^{2m+1}) \quad 2. (t^2 \mid t^2, t^{2m+1}; 0, 0) \quad 3. (t^2 \mid t^2 + t^{2m+1}; 0) \\ 4. (t^3 \mid t^2; t^3) \quad 5. (t^3 \mid t^2, t^3; 0, 0) \quad 6. (t^3 \mid t^2 + t^3; 0) \\ 7. (t^3 \mid t^2; 0) \quad 8. (t^2 \mid t^3; t^4) \quad 9. (t^2 \mid t^3, t^4; 0, 0) \\ 10. (t^2 \mid t^3 + t^4; 0) \quad 11. (t^2 \mid t^3; 0) \quad 12. (t^2 \mid t^4, 0; t^5, 0) \\ 13. (t^2 \mid t^4, t^5; t^7, 0) \quad 14. (t^2 \mid t^4, t^5; 0, 0)$$

Доказательства основаны на гомотопическом методе и классификации простых особенностей мультиростков в симплектическом пространстве, полученной в [2].

Из доказательства этой теоремы следует, что класс мультиростков, простых с контактной точки зрения, совпадает с классом стабильно простых мультиростков (с контактной точки зрения).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] V. I. Arnold // Canad. J. Math. 1999. V. 51. № 6. P. 1123–1134. [2] П. А. Колгушкин // Алгебра и анализ. 2003. Т. 15. № 1. С. 148–183.

Принято редколлегией
01.04.2004