Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

М. С. Агранович, А. И. Аптекарев, Н. Д. Введенская, М. И. Вишик, С. Г. Гиндикин, А. М. Ильин, В. П. Маслов, М. М. Маламуд, Б. П. Панеях, В. М. Тихомиров, А. Р. Ширикян, Леонид Романович Волевич (к 70-летию со дня рождения), *УМН*, 2004, том 59, выпуск 5, 175–182

DOI: <https://doi.org/10.4213/rm789>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 3.89.197.203

26 апреля 2023 г., 11:12:21

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЖИЗНЬ

ЛЕОНИД РОМАНОВИЧ ВОЛЕВИЧ

(к семидесятилетию со дня рождения)

Леонид Романович Волевич родился в Москве 11 июля 1934 г. в интеллигентной высококультурной семье. Его отец Роман Владимирович Волевич был известным врачом-невропатологом, мать Ирма Владимировна, кандидат наук, — специалисткой по зарубежной художественной литературе и переводчицей. Семья и замечательная московская школа № 135 определили широкий круг интересов Л.Р., но решающую роль в школьные годы сыграла его тяга к математике.

В 1952 г. Л.Р. поступил на Механико-математический факультет МГУ. С первого курса он занимался в студенческом семинаре Евгения Борисовича Дынкина, под руководством которого выполнил курсовые работы на втором и третьем курсе. С четвертого курса он начал заниматься в семинаре Ольги Арсеньевны Олейник по дифференциальным уравнениям в частных производных, что и определило его дальнейшую научную судьбу. С его дипломной работой связана публикация [1].

О. А. Олейник рекомендовала Волевича в аспирантуру, но осуществить это не удалось, и после окончания Мехмата он был распределен в ОПМ — Отделение прикладной математики Математического института им. В. А. Стеклова РАН, впоследствии ставшее Институтом прикладной математики Академии наук им. М. В. Келдыша. В этом институте Леонид Романович работает и по сей день.

В 1957 г. Л.Р. поступил в аспирантуру к Константину Ивановичу Бабенко. С этого времени началось его общение с этим замечательным математиком и вычислителем, оказавшим благотворное влияние на творчество Л.Р. Но в выборе тематики исследований Леонид Романович всегда проявлял самостоятельность. В 1960 г. он защитил кандидатскую диссертацию “Локальные свойства решений систем дифференциальных уравнений в частных производных”. После защиты он остался работать в отделе К. И. Бабенко. В 1971 г. Л.Р. защитил докторскую диссертацию “Исследования по неоднородным псевдодифференциальным операторам (вопросы регулярности решений, задача Коши)”.

Перейдем к обзору основных научных достижений Леонида Романовича. Его работы посвящены главным образом общей теории уравнений в частных производных, корни которой уходят в работы классиков 18 и 19 века по уравнениям математической физики. В значительной степени начало общей теории было положено глубокими работами С. Н. Бернштейна, И. Г. Петровского и С. Л. Соболева, получившими продолжение в исследованиях М. И. Вишика, О. А. Ладыженской, О. А. Олейник и многих зарубежных математиков в 40-е и 50-е годы. Творчество Л.Р. посвящено осознанию и дальнейшему развитию работ этих математиков в новых направлениях и разделах.

1. *Старшие части систем уравнений в частных производных и локальные свойства решений.* Система уравнений определяется ее матрицей $A_{jk}(x, D)$. В общем случае проблемой было выделение “старшей части” этой матрицы, определяющей свойства всей системы и подчиняющей себе остальные слагаемые. Лере предложил способ выделения старшей части общей гиперболической системы, при котором порядки элементов $A_{jk}(x, D)$ являются суммами $s_j + t_k$. Дуглис и Ниренберг определили аналогичным образом старшую часть общей эллиптической системы. Однако алгоритм нахождения чисел s_j и t_k отсутствовал. В [2] Л. Р. выделил естественный класс систем, названных им невырожденными, он содержит системы, рассмотренные как Лере, так и Дуглисом–Ниренбергом. Для невырожденных систем доказывается существование нужных чисел s_j, t_k . В [2] эти числа определялись с помощью довольно сложного комбинаторного алгоритма. Простой алгоритм, основанный на двойственности задач линейного программирования, был предложен затем в [6].

Если независимым переменным приписать веса $q_1, \dots, q_n, \min q_j = 1$, и при определении старшей части учитывать “взвешенные” степени, то получается широкий класс q -квазиэллиптических систем, обобщающих системы, эллиптические по Дуглису–Ниренбергу. В [3], [4] доказана гипотеза эллиптичности этих систем и показано, что их решения локально принадлежат классу Жевре, определяемому по показателям $q_1, \dots, q_n$. В [19] этот результат обобщен на системы псевдодифференциальных операторов с голоморфными символами.

К изучению гипотез эллиптичности систем Л. Р. возвращался неоднократно, особенно в связи с методом многогранника Ньютона (см. [7], [11], [15], [31], [53], [62]).

2. *Теория общих краевых задач для систем, эллиптических по Дуглису–Ниренбергу,* построена в работах [5], [9]. Одновременно аналогичные результаты получили также В. А. Солонников, Хёрмандер и Агмон–Дуглис–Ниренберг, но простота изложения в работе [9] сделала ее востребованной. Использование теоремы С. Г. Михлина о мультипликаторах интегралов Фурье в L_p позволило случай общих p рассмотреть в [9] не сложнее, чем случай $p = 2$.

3. *Неоднородные гипотез эллиптичности псевдодифференциальные операторы и теория функциональных пространств.* В 1965 г. в УМН появилась статья [8] Л. Р. Волевича и Б. П. Паненяха, в которой теория весьма общих функциональных пространств, не обязательно изотропных, и теорем вложения для них излагается на языке уже разработанной к этому времени теории обобщенных функций и преобразований Фурье. Пространства H^μ , изучаемые в [8], определяются как совокупности обобщенных функций u , для которых $\mu(D)u \in L_2$. На символ $\mu(\xi)$ налагаются только слабые ограничения, необходимые для того, чтобы соответствующее пространство H^μ было модулем над кольцом финитных функций.

В работе [11], написанной сразу после появления исчисления псевдодифференциальных операторов (ПДО) Кона–Ниренберга, введен и изучен класс неоднородных гипотез эллиптических ПДО $\mu(x, D)$. В [18] рассмотрены функциональные пространства таких $u(x)$, что $\mu(x, D)u(x) \in L_2$. В них свойства гладкости, вообще говоря, зависят от x . Эти пространства включают в себя соболевские пространства переменного порядка, введенные М. И. Вишиком и Г. И. Эскиным.

4. *Задача Коши для дифференциальных операторов общего вида с переменными коэффициентами.* С 1966 г. Л. Р. начал сотрудничать с С. Г. Гиндикиным. Это сотрудничество продолжалось более четверти века и было очень плодотворным, а его итоги подведены в трех монографиях [36], [37], [40] (см. также [39], [53], [45]).

Первые работы из этого цикла имели целью распространение классической теории И. Г. Петровского корректности задачи Коши на уравнения с переменными коэффициентами. Многочлен $P(\tau, \xi)$ называется корректным по Петровскому, если найдется такое γ , что $P(\tau, \xi) \neq 0$ при $\operatorname{Im} \tau < \gamma, \xi \in \mathbb{R}^n$. Это условие эквивалентно корректности в классе функций, растущих или убывающих как степень $|x|$. Но оно неустойчиво относительно малых возмущений коэффициентов и поэтому плохо приспособлено для перехода к переменным коэффициентам.

Многочлен $P(\tau, \xi)$ назван в [13] *сильно корректным*, если для соответствующего дифференциального оператора задача Коши корректна в классах функций, растущих или убывающих как $\exp(C|x|)$. Это условие имеет следующую алгебраическую форму:

$$\partial^\alpha P(\tau, \xi) \cdot P^{-1}(\tau, \xi) \rightarrow 0, \quad \operatorname{Im} \tau \rightarrow -\infty, \quad |\alpha| > 0, \quad \text{равномерно по } \xi.$$

Оно напоминает условие гипотез эллиптичности многочлена $P(\xi)$ по Хёрмандеру:

$$\partial^\alpha P(\xi) \cdot P^{-1}(\xi) \rightarrow 0, \quad |\xi| \rightarrow \infty, \quad |\alpha| > 0.$$

Во втором случае мы имеем дело с асимптотическим поведением многочлена при больших вещественных $|\xi|$, а в первом — при больших комплексных $-\operatorname{Im} \tau$. Эта аналогия между теорией локальных свойств и задачей Коши оказалась довольно глубокой и, в частности, привела к новому варианту исчисления ПДО [17]. Классическое исчисление строится в пространствах H^s , и операторы рассматриваются с точностью до более сглаживающих. В [17] исчисление строится в пространствах с весом $\exp(\gamma t)$, и операторы рассматриваются с точностью до операторов с нормой $O(1/|\gamma|)$ при больших γ .

В случае дифференциальных операторов $P(t, x, D_t, D_x)$ с переменными коэффициентами условие сильной корректности в каждой точке (t, x) следует дополнить условием постоянства силы оператора (при разных t, x) в смысле Хёрмандера. В этом случае ПДО с символом $P^{-1}(t, x, \tau, \xi)$ оказывается параметриксом, и с его помощью в [13] доказана однозначная разрешимость задачи Коши для сильно корректных операторов постоянной силы.

Содержателен вопрос о выделении конкретных классов дифференциальных операторов, к которым применим этот результат. Первым красивым примером явились так называемые плюрипараболические операторы (параболические операторы с “многомерным временем”) [14]. Для них условие постоянства силы приводит к сильному ограничению: вещественные нули старшего символа не зависят от переменных t, x .

Для операторов с вещественными характеристиками более естественным является подход, основанный на методе “разделяющего оператора” Лере и имеющий дело с квадратичными формами, отвечающими символу

$$H_P(t, x, \operatorname{Re} \tau, \operatorname{Im} \tau, \xi) := -\operatorname{Im}(P(t, x, \tau, \xi) \overline{P'_\tau(t, x, \tau, \xi)}).$$

5. *Задача Коши для сверточных уравнений.* В обзорной статье [20] предложено современное прочтение классической работы И. Г. Петровского о задаче Коши в области неаналитических функций. Оказалось естественным заменить обычные функции обобщенными функциями, а дифференциальные операторы — операторами свертки. В этой работе описана общая схема получения результатов типа Петровского, фиксированы и на разных примерах проиллюстрированы структуры, ответственные за подобные результаты. Показано, что теоремы типа Петровского возникают тогда, когда мы имеем дело с такими пространствами обобщенных функций, на которых разрешимость уравнения в свертках эквивалентна существованию фундаментального решения, являющегося *свертывателем*. Реализация схемы включает изучение исходного пространства обобщенных функций, ассоциированных с ним шкал функциональных пространств типа пространств С. Л. Соболева, описание свертывателей на этом пространстве и специализацию условий разрешимости для того случая, когда уравнение в свертках на самом деле является дифференциальным. Подход в [20] был далее развит в [35] и явился основой монографии [36], [39]. К этим исследованиям примыкают работы по граничным задачам в обобщенных и гладких функциях для сверточных операторов общего вида, здесь используется метод Винера–Хопфа (см. [22], [23], [26], [27] и последнюю главу в [36]).

6. *Смешанная задача для нестационарных уравнений.* Разрешимость смешанной задачи для $2b$ -параболических по Петровскому операторов установлена рядом авторов, как правило использовались те или иные варианты метода параметрикса. Разрешимость смешанной задачи для строго гиперболических уравнений установлена существенно позже с помощью очень тонких энергетических оценок (Крайс, Сакамото). В [28] рассмотрена смешанная задача для нового класса нестационарных уравнений, названных $(2b + 1)$ -гиперболическими. В простейшем примере символов вида $\tau - A(t, x, \xi)$, где $A(t, x, \xi)$ — однородная по ξ функция нечетной степени $2b + 1$, условие $(2b + 1)$ -гиперболичности состоит в том, что для некоторого направления l многочлен четной степени $\langle \operatorname{grad}_\xi A(t, x, \xi), l \rangle$ эллиптический. Разрешимость смешанной задачи для таких уравнений удалось доказать с помощью оценок квадратичных форм, включающих специальные экспоненциальные веса. В монографии [40], [45] с помощью единого метода энергетических оценок подробно развита теория смешанной задачи для всех трех указанных выше классов. Если приписать дифференцированию по времени вес $q \geq 1$ и рассматривать смешанные задачи, условия разрешимости которых не зависят от младших членов (понимаемых с учетом этого веса), то оказывается, что q может принимать только целые значения. Значениям $q = 1$, четным $q = 2b$ и нечетным $q = 2b + 1$ отвечают соответственно строго гиперболические, $2b$ -параболические и $(2b + 1)$ -гиперболические задачи.

7. *Метод многогранника Ньютона.* Многогранником Ньютона $N(P)$ многочлена $P(\xi) = \sum a_\alpha \xi^\alpha$ от нескольких переменных называют выпуклую оболочку множества показателей его мономов, так или иначе пополненную. В последние десятилетия выяснилось, что многогранник Ньютона – очень удобное техническое средство в различных задачах анализа, теории особенностей, топологии и др. В центре работ Волевича и Гиндикина – три задачи о дифференциальных уравнениях в частных производных, в которых используется это понятие.

В [15] выделен специальный класс гипоэллиптических операторов, определяемый по многограннику Ньютона (подобно тому как эллиптичность определяется по степени, а квазиэллиптичность по взвешенной степени символа). Этот класс содержит композиции q -квазиэллиптических символов с различными q . Класс из [15] изучался многими авторами, теперь эти операторы принято называть мультиквазиэллиптическими. Недавно выделены мультиквазиэллиптические системы с переменными коэффициентами и доказана их гипоэллиптичность [62].

Более трудной является решенная в [31], [40] задача описания операторов главного типа, определяемых с помощью старшей и младших частей, ассоциированных с многогранником Ньютона. В случае переменных коэффициентов при естественном предположении о вещественности старшей части получены априорные оценки и доказана локальная разрешимость соответствующих уравнений.

Для решения этой задачи строится специальное разбиение фазового пространства, ассоциированное с многогранником Ньютона. В этом разбиении каждой грани многогранника отвечает область в ξ -пространстве, в которой асимптотическое поведение многочлена определяется старшей квазиоднородной частью, отвечающей этой грани. Это разбиение получается с помощью сложной геометрической конструкции, но в случае двух переменных она становится легко обзримой.

Третья задача – это задача Коши. В ней имеется каноническое разбиение переменных на две группы: пространственные переменные и время. Можно отдельно учитывать степени по этим переменным. Рассматривая многоугольник Ньютона по указанной паре степеней, мы приходим к естественному обобщению параболичности по Петровскому. Пусть $N(P)$ – многоугольник Ньютона многочлена $P(\tau, \xi)$, и пусть $N(P)$ не содержит сторон, параллельных координатным осям. Многочлен P называется N -параболическим, если выполнена оценка

$$|P(\tau, \xi)| > C \sum_{(j,k) \in N(P)} |\tau|^j |\xi|^k, \quad \operatorname{Im} \tau \leq \gamma, \quad \xi \in \mathbb{R}^n,$$

для достаточно большого $|\gamma|$. N -параболическими являются $2b$ -параболические по Петровскому многочлены и произведения таких многочленов с различными b . В рамках так называемых квазимногочленов от $(\tau, |\xi|)$ в некотором смысле есть обратное утверждение. N -параболические символы являются сильно корректными, а в случае переменных коэффициентов удовлетворяют условию постоянства силы. Отсюда вытекает разрешимость задачи Коши для N -параболических операторов с переменными коэффициентами.

Как уже отмечалось выше, в случае символов, имеющих вещественные характеристики, можно использовать подход, основанный на разделяющем операторе Лере. Для ряда интересных классов операторов символ соответствующей формы оценивается сверху и снизу через сумму модулей входящих в него мономов $\operatorname{Re} \tau^i \operatorname{Im} \tau^j \xi^\alpha$. Отсюда вытекает возможность двусторонней оценки квадратичной формы через формы с замороженными коэффициентами (см. [14], [16], [21], [40], [45]).

8. *Эллиптические с параметром и параболические системы, связанные с многоугольником Ньютона.* Простейшей из систем с параметром, о которых сейчас идет речь, является система с матричным оператором

$$A(x, \tau, D_x) = \tau E - A(x, D_x)$$

или ее нестационарный аналог (τ заменяется на D_t). Здесь E – единичная матрица, а оператор $A(x, D_x)$ является эллиптическим по Дуглису–Ниренбергу. Проблема состояла в выяснении условий, при которых резольвента $(\lambda - A(x, D_x))^{-1}$ существует в данном угле с вершиной в начале при больших по модулю значениях λ . В случае, когда $A(x, D_x)$ – скалярный оператор

или эллиптический матричный оператор с однородной главной частью, это известное условие эллиптичности с параметром Агмона–Аграновича–Вишика.

В случае систем смешанного порядка спектральные свойства таких матричных операторов на многообразии без края ранее рассмотрел А. Н. Кожевников. Ему удалось найти такие условия. В совместной с Денком и Менниконом работе [43] показано, что они эквивалентны N -эллиптичности с параметром символа $\det(\tau E - A(x, \xi))$ в следующем смысле: в условии N -параболичности с параметром надо полуплоскость заменить рассматриваемым углом. Это и есть искомое условие N -эллиптичности с параметром для написанной выше системы в данном угле. Здесь замечательна связь с описанными выше исследованиями Волевича и Гиндикина.

Для скалярных дифференциальных операторов, N -эллиптических с параметром, в совместной с Денком работе [52] построена теория N -эллиптических краевых задач. В ней понадобилось сочетать метод многогранника Ньютона с теорией Вишика–Люстерника экспоненциального пограничного слоя (см. также подготовительные работы [48]–[50] и [56]). Технически более трудной оказалась аналогичная теория для N -эллиптических систем, развитая совместно с Денком в [55].

В [51] (см. также дополнение к [53]) скалярные операторы из [13] и матричные операторы из [43] включены в единый класс N -эллиптических с параметром матричных операторов. Для соответствующих N -параболических систем высокого порядка изучена задача Коши. Здесь снова используется разбиение фазового пространства, отвечающее многоугольнику Ньютона. Эти идеи использованы и в [62].

9. *Некоторые вопросы теории гиперболических уравнений.* В цикле совместных с А. Р. Ширяковым работ [41], [42], [47], [54], [58] получен ряд результатов о качественном поведении при больших временах решений скалярных гиперболических уравнений высокого порядка и гиперболических систем первого порядка. Рассматриваются гиперболические уравнения (системы), являющиеся малыми возмущениями операторов с постоянными коэффициентами, полный символ которых не имеет нулей (собственных значений) в полосе, окружающей вещественную ось. В этом случае однородное уравнение (система) обладает свойством экспоненциальной дихотомии, а неоднородное разрешимо в пространствах функций, ограниченных на всей временной оси. Доказана также разрешимость в различных пространствах почти периодических по времени функций. В случае нелинейных возмущений задач с постоянными коэффициентами для получающейся бесконечномерной динамической системы развит аналог конечномерной локальной динамики: построены устойчивые, неустойчивые и центральные многообразия и получены теоремы о линеаризации фазового портрета типа теоремы Гробмана–Хартмана для обыкновенных уравнений.

В совместных с Е. В. Радкевичем работах [57], [59] исследуется асимптотическая устойчивость решений задачи Коши и равномерные по ε оценки формы Лере для операторов с символами $\sum_{j=0}^N (-i)^j \varepsilon^{N-j} P_{m-j}(\tau, \xi)$, где P_{m-j} – вещественные однородные многочлены степени $m-j$. Случай $N = 1$ был исследован в [29], для $N = 2$ точные критерии в терминах многочленов P_{m-j} получены в [57]. В случае $N > 2$ в [59] получены необходимые и близкие к ним достаточные условия. Эти результаты прилагаются к изучению асимптотической устойчивости цепочек Грэда для кинетических уравнений Больцмана и Фоккера–Планка.

10. *Вычислительные работы.* Работая в ИПМ, Л. Р. Волевич занимался также задачами, связанными с численными расчетами на ЭВМ. Отметим работу [24] по неустойчивости Кельвина–Гельмгольца, совместные с Н. Д. Введенской работы [30], [34] по движению локализованной завихренности на поверхности вращающейся сферы, расчеты дозвуковых потенциальных обтеканий (см. обзор [61] и имеющиеся там ссылки) и численный метод конформного отображения двусвязных областей [60].

В целом математические результаты Леонида Романовича явились существенным вкладом в современную теорию уравнений в частных производных. Они всегда с большим интересом воспринимались специалистами. Впечатляет его продуктивность, особенно в последнее десятилетие (см. список избранных работ).

В 1965 г. по предложению И. Г. Петровского О. А. Олейник и Л. Р. Волевич взяли за издание Трудов Московского математического общества. В 1966 г. вышел составленный ими том 15. После смерти Ольги Арсеньевны Л. Р. продолжил редактирование этого издания. В этом году вышел 65-й том Трудов ММО. Л. Р. Волевич является также членом редколлегии журнала “Mathematische Nachrichten”.

Л. Р. никогда не преподавал, но в его докладах на семинарах, конференциях и лекциях в Воронежских и Крымских математических школах проявлялись его педагогическое мастерство и умение доступно объяснять нетривиальные результаты. Его исключительная эрудированность, открытость характера, общительность, доброта и обаяние привлекают к нему многочисленных друзей. Беседы с ним (и его женой Ириной Волевич, известной переводчицей с французского) о литературе и политике всегда очень интересны. Друзья Леонида Романовича высоко ценят его человеческую надежность и верность дружбе.

Мы от души желаем ему здоровья, творческого долголетия и новых научных открытий.

*М. С. Агранович, А. И. Аптекарев, Н. Д. Введенская,
М. И. Вишик, С. Г. Гиндикин, А. М. Ильин, В. П. Маслов,
М. М. Маламуд, Б. П. Панеях, В. М. Тихомиров, А. Р. Ширякин*

СПИСОК ИЗБРАННЫХ НАУЧНЫХ РАБОТ Л. Р. ВОЛЕВИЧА

- [1] О задаче Дирихле для квазилинейных уравнений с малым параметром при старших производных // Научные доклады высшей школы, физ.-матем. науки. 1958. Т. 1. № 4. С. 9–17
- [2] Об общих системах дифференциальных уравнений // Докл. АН СССР. 1960. Т. 132. № 1. С. 20–23
- [3] Об одном классе гипоеллиптических систем // Докл. АН СССР. 1960. Т. 134. № 6. С. 1275–1278
- [4] Локальные свойства решений квазиэллиптических систем // Матем. сб. 1962. Т. 59 (101) (дополнит.). С. 3–52
- [5] К теории краевых задач для общих эллиптических систем // Докл. АН СССР. 1963. Т. 148. № 3. С. 489–492
- [6] Об одной задаче линейного программирования, возникающей в дифференциальных уравнениях // УМН. 1963. Т. 18. № 3. С. 155–162
- [7] О гипоеллиптических системах с переменными коэффициентами // Докл. АН СССР. 1964. Т. 156. № 6. С. 1261–1265
- [8] Некоторые пространства обобщенных функций и теоремы вложения // УМН. 1965. Т. 20. № 1. С. 1–73 (совм. с Б. П. Панеяхом)
- [9] Разрешимость краевых задач для общих эллиптических систем // Матем. сб. 1965. Т. 68. № 3. С. 265–308
- [10] Эллиптические уравнения на компактных многообразиях и теория гармонических интегралов // Вторая летняя математическая школа в Кацивели. Киев: Наукова думка, 1965. С. 147–198
- [11] Локальные свойства неоднородных псевдодифференциальных операторов // Труды ММО. 1967. Т. 16. С. 50–98
- [12] Мультипликаторы интегралов Фурье и теоремы вложения // Изв. вузов. Матем. 1967. Т. 10. № 65. С. 27–38 (совм. с А. Г. Мехтиевым)
- [13] Псевдодифференциальные операторы и задача Коши для дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами // Функц. анализ и его прил. 1967. Т. 1. № 4. С. 8–25 (совм. с С. Г. Гиндикиным)
- [14] Задача Коши для плюрипараболических дифференциальных уравнений. I, II // Матем. сб. 1968. Т. 75. № 1. С. 71–112; 1969. Т. 78. № 2. С. 215–235 (совм. с С. Г. Гиндикиным)
- [15] Об одном классе гипоеллиптических полиномов // Матем. сб. 1968. Т. 75. № 3. С. 393–409 (совм. с С. Г. Гиндикиным)
- [16] Задача Коши для дифференциальных операторов с доминирующей главной частью // Функц. анализ и его прил. 1968. Т. 2. № 3. С. 22–38 (совм. с С. Г. Гиндикиным)
- [17] Задача Коши для псевдодифференциальных операторов // Докл. АН СССР. 1968. Т. 181. № 2. С. 11–14 (совм. с С. Г. Гиндикиным)
- [18] Гипоеллиптические псевдодифференциальные операторы в теории функциональных пространств // Труды ММО. 1969. Т. 20. С. 241–275 (совм. с В. М. Каганом)
- [19] Псевдодифференциальные операторы с голоморфными символами и классы Жеврея // Труды ММО. 1971. Т. 24. С. 43–68

- [20] Задача Коши и связанные с ней задачи для уравнений в свертках // УМН. 1972. Т. 27. № 4. С. 71–160 (совм. с С. Г. Гиндикиным)
- [21] Энергетический метод в задаче Коши для дифференциальных операторов, корректных по И. Г. Петровскому // Труды ММО. 1974. Т. 31. С. 147–187
- [22] Уравнения Винера–Хопфа в обобщенных функциях // Труды ММО. 1976. Т. 35. С. 165–214 (совм. с С. Г. Гиндикиным)
- [23] Уравнение Винера–Хопфа в обобщенных функциях, гладких на полупрямой // Труды ММО. 1978. Т. 38. С. 29–74 (совм. с С. Г. Гиндикиным)
- [24] Исследование неустойчивости Кельвина–Гельмгольца // Препринт № 39. М.: ИПМ, 1979
- [25] Метод энергетических оценок в смешанной задаче // УМН. 1980. Т. 35. № 5. С. 57–137 (совм. с С. Г. Гиндикиным)
- [26] Уравнение Винера–Хопфа для гладких и обобщенных функций в полупространстве // Труды ММО. 1980. Т. 40. С. 241–295 (совм. с С. Г. Гиндикиным)
- [27] Краевые задачи для уравнения Винера–Хопфа в полупространстве // Труды ММО. 1981. Т. 42. С. 176–195 (совм. с С. Г. Гиндикиным)
- [28] Смешанная задача для $(2b + 1)$ -гиперболических уравнений // Труды ММО. 1981. Т. 43. С. 197–259 (совм. с С. Г. Гиндикиным)
- [29] Равномерные оценки решений гиперболических уравнений с малым параметром при старших производных // Дифференц. уравнения. 1983. Т. 19. № 12. С. 2082–2090 (совм. с М. Г. Джавадовым)
- [30] Движение идеальной жидкости с локализованной завихренностью на поверхности вращающейся сферы // Препринт № 68. М.: ИПМ, 1984 (совм. с Н. Д. Введенской)
- [31] Многогранник Ньютона и локальная разрешимость линейных дифференциальных уравнений в частных производных // Труды ММО. 1985. Т. 48. С. 211–262 (совм. с С. Г. Гиндикиным)
- [32] Гиперболические уравнения // Комментарий в книге: “И. Г. Петровский. Избранные труды. Системы уравнений в частных производных. Алгебраическая геометрия”. М.: Наука, 1986. С. 395–417 (совм. с В. Я. Иврием)
- [33] Проблема аналитичности решений уравнений в частных производных // Комментарий в книге: “И. Г. Петровский. Избранные труды. Системы уравнений в частных производных. Алгебраическая геометрия”. М.: Наука, 1986. С. 435–449 (совм. с О. А. Олейник)
- [34] Движение локализованной завихренности на поверхности вращающейся сферы // Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1987. Т. 51. № 9. С. 1000–1003 (совм. с Н. Д. Введенской)
- [35] Задача Коши // Итоги науки и техники. Совр. проблемы матем. Фунд. направления. Т. 32. М.: ВИНТИ, 1988. С. 4–98 (совм. с С. Г. Гиндикиным)
- [36] Distributions and Convolution Equations. Philadelphia: Gordon and Breach, 1992 (with S. G. Gindikin)
- [37] The Method of Newton’s Polyhedron in the Theory of Partial Differential Equations. Dordrecht: Kluwer, 1992 (with S. G. Gindikin)
- [38] Distributions and the Cauchy Problem for Convolution Equations // Lecture Notes № 14. Global Analysis Research Center, Seoul National University, 1993
- [39] Обобщенные функции и уравнения в свертках. М.: Физматлит, 1994 (сокращенный русский текст монографии [36]) (совм. с С. Г. Гиндикиным)
- [40] Mixed Problem for Partial Differential Equations with Quasihomogeneous Principal Part. Providence, RI: Amer. Math. Soc., 1996 (with S. G. Gindikin)
- [41] Ограниченные и почти периодические по времени решения нелинейных гиперболических уравнений высокого порядка // Труды ММО. 1997. Т. 58. С. 102–157 (совм. с А. Р. Ширikyаном)
- [42] Bounded and almost periodic solutions of linear high-order hyperbolic equations // Math. Nachr. 1998. V. 193. P. 137–197 (with A. R. Shirikyan)
- [43] The Newton polygon and elliptic problems with parameter // Math. Nachr. 1998. V. 192. P. 125–157 (with R. Denk, R. Mennicken)
- [44] Экспоненциальная дихотомия и экспоненциальное расщепление для гиперболических уравнений // Труды ММО. 1999. Т. 59. С. 106–149 (совм. с А. Р. Ширikyаном)

- [45] Смешанная задача для дифференциальных уравнений в частных производных с квазиоднородной старшей частью. М.: Эдиториал УРСС, 1999 (русское издание монографии [40] с дополнением Л. Р. Волевича и А. Р. Ширикяна “Некоторые задачи для строго гиперболических операторов на всей оси времени”) (совм. с С. Г. Гиндикиным)
- [46] Устойчивые и неустойчивые многообразия для нелинейных эллиптических уравнений с параметром // Труды ММО. 2000. Т. 61. С. 107–152 (совм. с А. Р. Ширикяном)
- [47] Локальная динамика для полулинейных гиперболических уравнений высокого порядка // Изв. РАН. Сер. матем. 2000. Т. 64. № 3. С. 3–50 (совм. с А. Р. Ширикяном)
- [48] A priori estimates for a singularly perturbed mixed-order boundary value problem // Russian J. Math. Phys. 2000. V. 7. № 3. P. 288–318 (with R. Denk)
- [49] Boundary value problems for a class of elliptic operator pencils // Integral Equations Operator Theory. 2000. V. 38. № 4. P. 410–436 (with R. Denk, R. Mennicken)
- [50] On elliptic operator pencils with general boundary conditions // Integral Equations Operator Theory. 2001. V. 39. № 1. P. 15–40 (with R. Denk, R. Mennicken)
- [51] Newton polygon and general parameter-elliptic (parabolic) systems // Russian J. Math. Phys. 2001. V. 8. № 3. P. 375–400
- [52] Parameter-elliptic boundary value problems connected with the Newton polygon // Differential Integral Equations. 2002. V. 15. № 3. P. 289–326 (with R. Denk)
- [53] Метод многогранника Ньютона в теории дифференциальных уравнений в частных производных. М.: Эдиториал УРСС, 2002 (русское издание монографии [37] с дополнением Л. Р. Волевича “ N -параболические системы”) (совм. с С. Г. Гиндикиным)
- [54] Exponential dichotomy and time-bounded solutions for first-order hyperbolic systems // J. Dynam. Differential Equations. 2002. V. 14. № 4. P. 777–827 (with A. R. Shirikyan)
- [55] Elliptic boundary value problems with large parameter for mixed order systems // Partial Differential Equations. Mark Vishik's seminar / ed. M. Agranovich, M. Shubin. Providence, RI: Amer. Math. Soc., 2002. P. 29–64 (with R. Denk)
- [56] The Vishik–Lyusternik method in general elliptic boundary value problems with small parameter // Препринт № 26. М.: ИПМ, 2002
- [57] Равномерные оценки решений задачи Коши для гиперболических уравнений с малым параметром при старших производных // Дифференц. уравнения. 2003. Т. 39. № 4. С. 486–489 (совм. с Е. В. Радкевичем)
- [58] Qualitative properties of solutions for linear and nonlinear hyperbolic PDE's // Discrete Contin. Dynam. Systems. 2004. V. 10. № 1–2. P. 517–542 (with A. R. Shirikyan)
- [59] Устойчивые пучки гиперболических полиномов и задача Коши для гиперболических уравнений с малым параметром при старших производных // Труды ММО. 2004. Т. 65. С. 226–270 (совм. с Е. В. Радкевичем)
- [60] A numerical method of solution of the direct and inverse problems of numerical conformal map // Russian J. Math. Phys. 2004. V. 11. № 3 (with A. I. Aptekarev, E. P. Kazandjan)
- [61] Some mathematical aspects of the potential flow computation // Russian J. Math. Phys. 2004. V. 11. № 3. P. 359–370 (with A. I. Aptekarev)
- [62] Hypoelliptic systems connected with Newton's polyhedron // Math. Nachr. 2004 (to appear) (with Chikh Bouzar)