Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Б. С. Нахапетян, Сильная выпуклость давления для спиновых решетчатых систем, *УМН*, 1997, том 52, выпуск 2, 101–108

DOI: <https://doi.org/10.4213/rm820>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.162.85.209

26 апреля 2023 г., 11:03:46

УДК 519.2

Памяти Р. Л. Добрушина

СИЛЬНАЯ ВЫПУКЛОСТЬ ДАВЛЕНИЯ ДЛЯ СПИНОВЫХ РЕШЕТЧАТЫХ СИСТЕМ

Б. С. НАХАПЕТАН

СОДЕРЖАНИЕ

1. Введение	101
2. Решетчатые модели	102
3. Сильно выпуклые функции	103
4. Основные результаты	104
5. Оценки разностей гиббсовских плотностей с различными граничными условиями	104
6. Доказательство теоремы 1	105
Список литературы	108

1. Введение. Полезные сведения об общей структуре фазовых диаграмм статфизических моделей можно получить, изучая свойства давления как функции на соответствующем банаховом пространстве потенциалов. Свойство выпуклости (а также строгой выпуклости) давления хорошо известно (см., например, [1]). Менее известно свойство сильной выпуклости давления, впервые установленное Р. Л. Добрушиным для непрерывных систем с парным финитным потенциалом (см. [2]). Заметим, что из сильной выпуклости вытекает, в частности, отделимость от нуля второй производной давления (в случае ее существования) вдоль любого направления, задаваемого невырожденным потенциалом. В [2] Р. Л. Добрушиным был предложен новый подход к анализу свойств выпуклости давления, основанный на одном вероятностном неравенстве, часто используемом в математической статистике. Указанный подход Р. Л. Добрушина был развит в работе [3], где для решетчатых систем с конечным пространством спинов было доказано свойство сильной выпуклости давления и разъяснена связь этого свойства с проблемой убывания корреляций соответствующего гиббсовского случайного поля.

В настоящей заметке мы обобщаем результаты работы [3], показывая, что свойство сильной выпуклости давления имеет место для решетчатых систем с общим взаимодействием и стандартным пространством спинов с конечной мерой. То же свойство верно для вакуумных систем при менее ограничительных условиях на потенциал.

2. Решетчатые модели. Пусть $\mathbb{Z}^\nu$ – целочисленная решетка, X – стандартное пространство с конечной мерой μ , $0 < \mu(X) < \infty$, и Φ – потенциал,

$$\Phi: \bigcup_{J \in W} X^J \rightarrow \mathbb{R}^1,$$

где

$$W = \{J \subset \mathbb{Z}^\nu : |J| < \infty\}, \quad X^J = \{x_t, t \in J\}, \quad x_t \in X, \quad t \in J, \quad J \in W.$$

В дальнейшем будем рассматривать только трансляционно инвариантные потенциалы. Положим

$$\|\Phi\|_\gamma = \sum_{J: O \in J \in W} |J|^\gamma \sup_{x \in X^J} |\Phi(x)| < \infty, \quad \gamma \in \mathbb{R}^1,$$

$$\mathcal{B}_\gamma = \{\Phi : \|\Phi\|_\gamma < \infty\}.$$

Для любых $x \in X^I$, $y \in X^V$ через $x \vee y$ обозначим соответствующий элемент в $X^{I \cup V}$. Введем гиббсовскую плотность в конечном сосуда Λ и с граничными условиями $\bar{x} \in X^{\mathbb{Z}^\nu \setminus \Lambda}$:

$$q_\Lambda^{\bar{x}, \Phi}(x) = (Z_\Lambda^\Phi(\bar{x}))^{-1} \exp\{-U_\Lambda^{\bar{x}, \Phi}(x)\}, \quad x \in X^\Lambda,$$

$$Z_\Lambda^\Phi(\bar{x}) = \int_{X^\Lambda} \exp\{-U_\Lambda^{\bar{x}, \Phi}(x)\} \mu^\Lambda(dx),$$

где

$$U_\Lambda^{\bar{x}, \Phi}(x) = \sum_{\emptyset \neq J \subset \Lambda} \sum_{\tilde{J} \subset \mathbb{Z}^\nu \setminus \Lambda} \Phi(x_J \vee \bar{x}_{\tilde{J}})$$

есть потенциальная энергия на X^Λ с граничными условиями $\bar{x} \in X^{\mathbb{Z}^\nu \setminus \Lambda}$, x_J и $\bar{x}_{\tilde{J}}$ – сужения конфигураций x и $\bar{x}$ на множества J и $\tilde{J}$, соответственно.

Рассмотрим функцию

$$\mathbf{P}_\Lambda^{\bar{x}}(\Phi) = |\Lambda|^{-1} \log Z_\Lambda^\Phi(\bar{x}), \quad \Phi \in \mathcal{B}_1, \quad \bar{x} \in X^{\mathbb{Z}^\nu \setminus \Lambda}.$$

Стандартными методами показывается (см. [1], [4]), что для любой последовательности Λ_n , $n = 1, 2, \dots$, $\Lambda_n \in W$, $\bigcup_n \Lambda_n = \mathbb{Z}^\nu$, стремящейся к бесконечности по Ван-Хову, существует предел (давление)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \mathbf{P}_{\Lambda_n}^{\bar{x}_n}(\Phi) = \mathbf{P}(\Phi), \quad \Phi \in \mathcal{B}_1,$$

не зависящий от выбора последовательности Λ_n и граничных условий $\bar{x}_n \in X^{\mathbb{Z}^\nu \setminus \Lambda_n}$, $n = 1, 2, \dots$.

Потенциал $\Phi \in \mathcal{B}_1$ назовем *вырожденным*, если существует функция $F_{\{0\}}^{\bar{x}}$, $\bar{x} \in X^{\mathbb{Z}^\nu \setminus \{0\}}$, такая, что почти всюду по мере μ

$$(1) \quad U_{\{0\}}^{\bar{x}, \Phi}(x) = F_{\{0\}}^{\bar{x}}, \quad x \in X.$$

Из (1) легко вытекает существование для любого $\Lambda \in W$ функции $F_{\Lambda}^{\bar{x}}$, $\bar{x} \in X^{\mathbb{Z}^\nu \setminus \Lambda}$, такой, что почти всюду по мере μ^Λ

$$U_{\Lambda}^{\bar{x}, \Phi}(x) = F_{\Lambda}^{\bar{x}}, \quad x \in X^\Lambda.$$

Вырожденные потенциалы характеризуются тем, что совокупности гиббсовских распределений для потенциалов Φ и $\Phi + \Phi^G$, где Φ^G – вырожденный потенциал, совпадают.

Важным классом невырожденных потенциалов является класс так называемых вакуумных потенциалов $\mathcal{B}_0^\theta$. Потенциал $\Phi \in \mathcal{B}_0$ назовем *вакуумным*, если в X существует элемент θ (“вакуум”) такой, что $\mu(\theta) = 1$ и $\Phi(x) = 0$ на каждой конфигурации $x \in X^\Lambda$, $\Lambda \in W$, содержащий вакуум, т.е. найдется $t \in \Lambda$ такое, что $x_t = \theta$.

3. Сильно выпуклые функции. Пусть E – некоторое банахово пространство, $S \subseteq E$ – произвольное множество и $K \subseteq E$ – некоторый конус. Функцию $h(x)$, $x \in E$, назовем *выпуклой* на множестве S по направлениям, принадлежащим конусу K , если при всех $x, x + l \in S$ таких, что $l \in K$, и при всех $\lambda \in [0, 1]$

$$(2) \quad \Delta_{x,l}^\lambda h \equiv \lambda h(x + l) + (1 - \lambda)h(x) - h(x + \lambda l) \geq 0,$$

и *строго выпуклой* на S по направлениям из конуса K , если в (2) имеет место строгое неравенство.

Обычное определение выпуклости (строгой выпуклости) функции на некотором выпуклом множестве M эквивалентно следующему: функция h выпукла (строго выпукла) на множестве M по направлениям, принадлежащим конусу E (см. также [5]).

Назовем функцию $h(x)$ *сильно выпуклой* на множестве S по направлениям из конуса K , если для каждого $r \in \mathbb{R}_+^1$ существует константа $C_r > 0$ такая, что при всех $x, x + l \in S$, где $l \in K$, $\|l\| \leq r$, и при всех $\lambda \in [0, 1]$

$$\Delta_{x,l}^\lambda h \geq \lambda(1 - \lambda)C_r\|l\|^2.$$

Если функция $h(x + \lambda l)$, $x \in S$, $l \in K$, $x + \lambda l \in S$, $\lambda \in [\alpha, \beta] \subset [0, 1]$, $\|l\| < r$, дважды дифференцируема по λ , то из сильной выпуклости h следует, что

$$\frac{\partial^2 h(x + \lambda l)}{\partial \lambda^2} \geq C_r\|l\|^2, \quad \lambda \in [\alpha, \beta].$$

4. Основные результаты.

ТЕОРЕМА 1. Пусть $S \subset \mathcal{B}_1$ – компактное множество и $K \subseteq \mathcal{B}_1$ – некоторый конус. Если множество $K \cap E^{(1)}$, где $E^{(1)}$ – единичная сфера в $\mathcal{B}_1$, компактно и не содержит вырожденных потенциалов, то давление $\mathbf{P}(\Phi)$ сильно выпукло на S по направлениям из конуса K .

Поскольку $\mathbf{P}(\Phi_0 + \lambda\Phi)$ линейна при вырожденном потенциале, мы видим, что условие о том, чтобы $K \cap E^{(1)}$ не содержало вырожденных потенциалов, существенно.

Следующая теорема, касающаяся вакуумных потенциалов, показывает справедливость гипотезы высказанной в [3].

ТЕОРЕМА 2. Пусть $S \subset \mathcal{B}_0^\theta$ – компактное множество и $K \subseteq \mathcal{B}_0^\theta$ – некоторый конус. Если множество $K \cap E^{(1)}$, где $E^{(1)}$ – единичная сфера в $\mathcal{B}_0^\theta$, компактно, то давление $\mathbf{P}(\Phi)$ сильно выпукло на S по направлениям из конуса K .

5. Оценки разностей гиббсовских плотностей с различными граничными условиями. Для любого $\Lambda \in W$ положим

$$\rho_\Lambda(t, s) = \frac{1}{2} \sup_{\bar{x}, \tilde{x}} \int_X |q_{\{t\}}^{\bar{x}}(x) - q_{\{t\}}^{\tilde{x}}(x)| \mu(dx),$$

где $t, s \in \Lambda$, а верхняя грань берется по всем конфигурациям $\bar{x}, \tilde{x} \in X^{\Lambda \setminus \{t\}}$, отличающимся лишь в точке s . Далее, для любого $\Lambda \in W$ и $I \subset \Lambda$ будем обозначать

$$(q_\Lambda^{\bar{x}})_I(x) = \int_{X^{\Lambda \setminus I}} q_\Lambda^{\bar{x}}(x \vee y) \mu^{\Lambda \setminus I}(dy).$$

ЛЕММА 1 (Р. Л. Добрушин [6], [7]). Для любого потенциала $\Phi \in \mathcal{B}_1$ имеет место неравенство

$$|(q_{\Lambda \setminus V}^{\bar{x} \vee y})_I(x) - (q_\Lambda^{\bar{x}})_I(x)| \leq \sum_{t_1 \in I} \sum_{t_2 \in \Lambda} \cdots \sum_{t_{k-1} \in \Lambda} \sum_{t_k \in V} \rho_\Lambda(t_1, t_2) \rho_\Lambda(t_2, t_3) \cdots \rho_\Lambda(t_{k-1}, t_k),$$

где $I, V \in \Lambda$, $\Lambda \in W$, $I \cap V = \emptyset$, $x \in X^I$, $y \in X^V$, $\bar{x} \in X^{\mathbb{Z}^d \setminus \Lambda}$.

Используя метод корреляционных уравнений, в [8] получена следующая оценка.

ЛЕММА 2 (Б. С. Нахапетян, С. К. Погосян, [8]). Пусть $\Phi \in \mathcal{B}_0^\theta$. Тогда

$$|(q_{\Lambda \setminus V}^{\bar{x}, y})_I(x) - (q_\Lambda^{\bar{x}})_I(x)| \leq 2^{|I|} B_\Phi \alpha_\Lambda(\delta(I, V)),$$

где B_Φ – некоторая константа, зависящая от потенциала Φ ,

$$\alpha_\Lambda(d) = \sum_{n=0}^{|\Lambda|} (\gamma_\Phi(z)(1 + C_\Phi + \tilde{C}_\Phi(z)))^n r_\Lambda\left(\frac{d}{n+1}\right),$$

$$r_\Lambda(d) = \frac{1}{\|\Phi\|_0} \sum_{\substack{O \in J \subset \Lambda \\ J \not\subset S(O, d)}} \sup_{x \in X^J} |\Phi(x)|,$$

$S(O, d) = \{t \in \mathbb{Z}^\nu : \delta(O, t) \leq d\}$, $d \in \mathbb{R}^1$, $\delta(\cdot, \cdot)$ – некоторая метрика на $\mathbb{Z}^\nu$,

$$\begin{aligned} z &= \sup_{x \in X} z(x), \quad z(x) = e^{-\Phi(x)}, \quad x \in X, \\ \gamma_\Phi(z) &= \frac{z \exp(\|\Phi\|_0)}{1 + z \exp(\|\Phi\|_0)}, \quad C_\Phi = 2 \exp(e^{\|\Phi\|_0} - 1) - 2, \\ \tilde{C}_\Phi(z) &= \beta(X) z e^{2\|\Phi\|_0} (e^{2\|\Phi\|_0} - 1) (C_\Phi + 2), \\ \beta(X) &= \begin{cases} 0, & \text{если } |X| = 1, \\ 1 & \text{в противном случае.} \end{cases} \end{aligned}$$

Далее, пусть $\text{Cov}_\Lambda^{\bar{x}, \Phi}$, $D_\Lambda^{\bar{x}, \Phi}$, $E_\Lambda^{\bar{x}, \Phi}$ есть символы ковариации, дисперсии и математического ожидания относительно гиббсовского распределения в конечном сосуда Λ , с граничными условиями $\bar{x} \in X^{\mathbb{Z}^\nu \setminus \Lambda}$ и потенциалом Φ .

ЛЕММА 3. Пусть $\Phi \in \mathcal{B}_1$, тогда для любых функций $f_I(x)$, $x \in X^I$, и $g_V(x)$, $x \in X^V$, $I, V \subset \Lambda$, $I \cap V = \emptyset$, имеет место неравенство

$$\begin{aligned} |\text{Cov}_\Lambda^{\bar{x}, \Phi}(f_I, g_V)| &\leq \sup_{x \in X^I} |f_I(x)| \sup_{x \in X^V} |g_V(x)| \\ &\times \sum_{t_1 \in I} \sum_{t_2 \in \Lambda} \cdots \sum_{t_{k-1} \in \Lambda} \sum_{t_k \in V} \rho_\Lambda(t_1, t_2) \rho_\Lambda(t_2, t_3) \cdots \rho_\Lambda(t_{k-1}, t_k). \end{aligned}$$

Если же $\Phi \in \mathcal{B}_0^\theta$, то

$$|\text{Cov}_\Lambda^{\bar{x}, \Phi}(f_I, g_V)| \leq \sup_{x \in X^I} |f_I(x)| \sup_{x \in X^V} |g_V(x)| B_\Phi 2^{|I|} \alpha_\Lambda(\delta(I, V)).$$

6. Доказательство теоремы 1. В данном пункте мы приведем основные этапы доказательства теоремы 1. Теорема 2 доказывается аналогично с использованием оценок разностей гиббсовских плотностей с различными граничными условиями из леммы 2.

Для $J, V \in \mathbb{Z}^\nu$, $J \in W$, $J \cap V = \emptyset$, положим

$$\Phi_J^{\bar{x}}(x) = \sum_{\tilde{J} \subset V} \Phi(x \vee \bar{x}_{\tilde{J}}), \quad x \in X^J, \quad \bar{x} \in X^V.$$

Тогда ясно, что

$$\begin{aligned} U_J^{\bar{x}, \Phi}(x) &= \sum_{J \subset I} \Phi_J^{\bar{x}}(x_J), \quad x \in X^I, \quad \bar{x} \in X^{\mathbb{Z}^\nu \setminus I}, \\ U_{\{s\}}^{\bar{x}, \Phi}(x) &= \Phi_{\{s\}}^{\bar{x}}(x), \quad s \in \mathbb{Z}^\nu, \quad x \in X, \quad \bar{x} \in X^{\mathbb{Z}^\nu \setminus \{s\}}. \end{aligned}$$

Основным техническим приемом при доказательстве теоремы 1 является следующее неравенство

$$(3) \quad D_\Lambda^{\bar{x}, \Phi} g_\Lambda \geq E_{\Lambda \setminus I}^{\bar{x}, \Phi} D_I^{\bar{x}, \Phi}(g_\Lambda / y), \quad y \in X^I, \quad I \in \Lambda,$$

где $g_\Lambda(x)$, $x \in X^\Lambda$, — некоторая случайная величина.

Далее заметим, что для доказательства теоремы 1 достаточно построить последовательность ν -мерных кубов I_n , $n = 1, 2, \dots$, $\bigcup_n I_n = \mathbb{Z}^\nu$, такую, что

$$(4) \quad \mathbf{D}_{I_n}^{\bar{x}_n, \Phi_\lambda} U_{I_n}^{\bar{x}_n, \Phi} \geq C |I_n| \|\Phi\|^2, \quad C > 0,$$

где $\Phi_\lambda = \Phi_0 + \lambda\Phi$, $\Phi \in S \cap E^{(1)}$, $\lambda \in [0, 1]$, а константа C не зависит от граничных условий $\bar{x}_n$, $n = 1, 2, \dots$, и от выбора потенциала из множества $S \cap E^{(1)}$.

Действительно, из (4) следует

$$\frac{\partial^2 \mathbf{P}_{I_n}^{\bar{x}_n}(\Phi_\lambda)}{\partial \lambda^2} = \frac{\mathbf{D}_{I_n}^{\bar{x}_n, \Phi_\lambda}(U_{I_n}^{\bar{x}_n, \Phi_\lambda})}{|I_n|} \geq C \|\Phi\|^2.$$

Отсюда получаем

$$\Delta_{\Phi_0, \Phi}^\lambda \mathbf{P}_{I_n}^{\bar{x}_n} \geq \lambda(1 - \lambda)C \|\Phi\|^2.$$

Для доказательства (4) применим (3). При всех $I \subset \Lambda \in W$ можем написать

$$\begin{aligned} \mathbf{D}_\Lambda^{\bar{x}, \Phi_\lambda}(U_\Lambda^{\bar{x}, \Phi_\lambda}) &\geq \int_{X^{\Lambda \setminus I}} \mathbf{D}_\Lambda^{\bar{x}, \Phi_\lambda}(U_I^{\bar{x}, \Phi_\lambda}/y)(q_\Lambda^{\bar{x}, \Phi_\lambda})_I(y) \mu^I(dy) \\ &= \int_{X^{\Lambda \setminus I}} \mathbf{D}_I^{\bar{x} \vee y, \Phi_\lambda} U_I^{\bar{x} \vee y, \Phi_\lambda}(q_\Lambda^{\bar{x}, \Phi_\lambda})_I(y) \mu^I(dy). \end{aligned}$$

Далее, для упрощения выкладок положим

$$\mathbf{D}_I^{\bar{x}, \Phi_\lambda} = \overline{\mathbf{D}}, \quad \text{Cov}_I^{\bar{x}, \Phi_\lambda} = \overline{\text{Cov}}, \quad \bar{x} \vee y = \tilde{x}.$$

Имеем:

$$\begin{aligned} \overline{\mathbf{D}}(U_I^{\bar{x}, \Phi_\Lambda}) &= \overline{\mathbf{D}}\left(\sum_{s \in I} \Phi_{\{s\}}^{\tilde{x}} + \sum_{J \subset I, |J| \geq 2} \Phi_J^{\tilde{x}}\right) \\ &= \sum_{s \in I} \left(\overline{\mathbf{D}}\Phi_{\{s\}}^{\tilde{x}} + \overline{\text{Cov}}\left(\Phi_{\{s\}}^{\tilde{x}}, \sum_{J \subset I, |J| \geq 2} \Phi_J^{\tilde{x}}\right) \right. \\ &\quad \left. + \overline{\text{Cov}}\left(\Phi_{\{s\}}^{\tilde{x}}, \sum_{J \subset I, |J| \neq \{s\}} \Phi_J^{\tilde{x}}\right) \right) + \overline{\mathbf{D}}\left(\sum_{J \subset I} \Phi_J^{\tilde{x}}\right) \\ &\geq \sum_{s \in I} \left(\overline{\mathbf{D}}\Phi_{\{s\}}^{\tilde{x}} + \overline{\text{Cov}}\left(\Phi_{\{s\}}^{\tilde{x}}, \sum_{J \subset I, |J| \geq 2} \Phi_J^{\tilde{x}}\right) \right. \\ &\quad \left. + \overline{\text{Cov}}\left(\Phi_{\{s\}}^{\tilde{x}}, \sum_{J \subset I, |J| \neq \{s\}} \Phi_J^{\tilde{x}}\right) \right). \end{aligned}$$

Пусть $\mathbb{Z}_d^\nu = \{td : t \in \mathbb{Z}^\nu\}$, $d \in \mathbb{Z}_+^\nu$, и сопоставим каждому $s \in \mathbb{Z}^\nu$ ν -мерный куб

$$b_{\{s\}}^d = \left\{ t \in \mathbb{Z}^\nu : s^{(i)} - \frac{d}{2} < t^{(i)} \leq s^{(i)} + \frac{d}{2}, i = 1, \dots, \nu \right\}.$$

Далее, пусть I_1 – некоторый куб из пространства $\mathbb{Z}_d^\nu$. Положим

$$I = \bigcup_{s \in I_1} b_{\{s\}}^d, \quad R_r^S = \sup_{\Phi \in S} \{R_r^\Phi\}, \quad R_r^\Phi = \sum_{\substack{J: O \in J \in W \\ \text{Diam } J \geq r}} |J| \sup_{x \in X^J} |\Phi(x)|.$$

Нетрудно проверить, что для любого компактного $S \subset \mathcal{B}$ и любой возрастающей последовательности подмножеств $\{I_n\}$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} R_{\text{Diam}(I_n)}^S = 0.$$

Заметим, что при достаточно большом d

$$\begin{aligned} \sum_{t \in I_1 \setminus \{s\}} \rho_\Lambda(t, s) &\leq C_1 \sum_{t \in I_1 \setminus \{s\}} \sum_{J: t, s \in J \in I_1} \sup_{x \in X^J} |\Phi_\lambda(x)| \\ &\leq C_2 \sum_{\substack{J: t, s \in J \in W \\ \delta(t, s) > d}} |J| \sup_{x \in X^J} |\Phi_\lambda(x)| \leq C_3 R_d^S. \end{aligned}$$

Из этого соотношения и леммы 3 следуют оценки

$$\begin{aligned} \left| \overline{\text{Cov}} \left(\Phi_{\{s\}}^{\tilde{x}}, \sum_{J \subset I, |J| \geq 2} \Phi_J^{\tilde{x}} \right) \right| &\leq C_4 R_d^S, \\ \left| \overline{\text{Cov}} \left(\Phi_{\{s\}}^{\tilde{x}}, \sum_{J \subset I, |J| \neq \{s\}} \Phi_J^{\tilde{x}} \right) \right| &\leq C_5 R_d^S. \end{aligned}$$

Таким образом, при достаточно большом, но фиксированном d последние выражения малы. С другой стороны, из условия невырожденности потенциала Φ следует существование множества $A_\Phi \subset \mathcal{B}_1$ такого, что $\mu(A_\Phi) > 0$ и

$$\inf_{x, z \in \Lambda} |\Phi_{\{s\}}^{\tilde{x}}(x) - \Phi_{\{s\}}^{\tilde{x}}(z)| \geq C > 0.$$

Из компактности множества S следует, что константа в правой части последнего неравенства не зависит от выбора направления $\Phi \in S \cap E^{(1)}$. Следовательно, при достаточно большом d

$$\overline{\text{D}}(U_I^{\tilde{x}, \Phi_\Lambda}) \geq C|I|.$$

Пусть теперь $\tilde{I}_n \subset \mathbb{Z}_d^\nu$ – некоторая последовательность возрастающих ν -мерных кубов с достаточно большим $d > 0$. Полагая

$$I_n = \bigcup_{s \in \tilde{I}_n} b_{\{s\}}^d \subset \mathbb{Z}^\nu,$$

получаем искомую последовательность, для которой выполнено (4). Теорема 1 доказана.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Georgii H. Gibbs measures and phase transitions. Berlin: Walter de Gruyter, 1988.
- [2] Добрушин Р. Л., Минлос Р. А. Существование и непрерывность давления в классической статистической физике // Теория вероятн. и ее примен. 1967. Т. 12. № 4. С. 595–618.
- [3] Добрушин Р. Л., Нахапетян Б. С. Сильная выпуклость давления для решетчатых систем классической статистической физики // ТМФ. 1974. Т. 20. № 2. С. 223–234.
- [4] Nahapetian B. S. Limit Theorems and Some Applications in Statistical Physics. Stuttgart: Teubner-Texte zur Mathematik, 1991.
- [5] Поляк Б. Т. Теоремы существования и сходимости минимизирующих последовательностей для задач на экстремум при наличии ограничений // Докл. АН СССР. 1966. Т. 166. № 2. С. 287–290.
- [6] Добрушин Р. Л. Описание случайного поля при помощи условных вероятностей и условия его регулярности // Теория вероятн. и ее примен. 1968. Т. 2. № 2. С. 201–229.
- [7] Добрушин Р. Л. Задание систем случайных величин при помощи условных распределений // Теория вероятн. и ее примен. 1970. Т. 15. № 3. С. 469–497.
- [8] Nahapetian B. S., Pogolian S. K. Decay of correlations in classical lattice spin systems with vacuum // Journ. Contemp. Math. Anal. 1995. V. 30. № 6. P. 29–49.

Институт Математики
Национальной Академии Наук Армении

Поступила в редакцию
15.09.1996