Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

С. Л. Зиглин, Об отсутствии дополнительного мероморфного первого интеграла у системы типа гамильтоновой с двумя степенями свободы в случае ветвления решений неоднородной приведенной системы в вариациях, *УМН*, 1998, том 53, выпуск 5, 221–222

DOI: <https://doi.org/10.4213/rm87>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.197.130.99

26 апреля 2023 г., 12:41:30

В МОСКОВСКОМ МАТЕМАТИЧЕСКОМ ОБЩЕСТВЕ
 СООБЩЕНИЯ МОСКОВСКОГО МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБЩЕСТВА

ОБ ОТСУТСТВИИ ДОПОЛНИТЕЛЬНОГО МЕРОМОРФНОГО
 ПЕРВОГО ИНТЕГРАЛА У СИСТЕМЫ ТИПА
 ГАМИЛЬТОНОВОЙ С ДВУМЯ СТЕПЕНЯМИ СВОБОДЫ
 В СЛУЧАЕ ВЕТВЛЕНИЯ РЕШЕНИЙ НЕОДНОРОДНОЙ
 ПРИВЕДЕННОЙ СИСТЕМЫ В ВАРИАЦИЯХ

С. Л. Зиглин

Пусть M^m , $m > 2$, — связное комплексное многообразие, v — аналитическое векторное поле на M . Рассмотрим дифференциальное уравнение

$$(1) \quad \dot{x} = v(x), \quad x \in M,$$

Пусть Γ — комплексная фазовая кривая уравнения, не являющаяся положением равновесия. Если f — аналитическая функция на M , постоянная на Γ , то будем обозначать через f' функцию на нормально расслоении $N\Gamma = T_\Gamma M / T\Gamma$ кривой Γ в M , порожденную функцией df на $T_\Gamma M$. Очевидно, она линейна в слоях $N\Gamma$.

Пусть $H = (H_1, \dots, H_l)$, $l = m - 3$, — аналитические первые интегралы уравнения (1) такие, что их дифференциалы линейно независимы на Γ . Будем называть приведенным фазовым пространством системы в нормальных вариациях вдоль Γ поверхность уровня $N_p\Gamma = \{\xi \in N\Gamma \mid H'(\xi) = p\}$, $p \in \mathbb{C}'$, ее первых интегралов, а приведенной системой в вариациях — ограничение этой системы на эту поверхность. Очевидно, $N_p\Gamma$ является голоморфным аффинным (при $p = 0$ — векторным) расслоением над Γ , а приведенная система в вариациях — линейной (при $p = 0$ — однородной).

Группой монодромии приведенной системы в вариациях будем называть образ G_p естественного антипредставления фундаментальной группы фазовой кривой Γ в какой-либо точке в группу аффинных (при $p = 0$ — линейных) преобразований слоя приведенного фазового пространства над этой точкой.

ТЕОРЕМА (ср. [2], [3]). *Если существует $p \in \mathbb{C}'$ и преобразование $g_{1,2} \in G_p$ такие, что матрица линейной части преобразования g_1 является жордановой клеткой с единичным собственным значением, а преобразование g_2 — сдвигом на вектор, не являющийся собственным для линейной части преобразования g_1 , то уравнение (1) не имеет дополнительного (т.е. функционально независимого от H) мероморфного первого интеграла.*

Эта теорема позволяет получить новое доказательство отсутствия дополнительного общего мероморфного первого интеграла в случае Горячева–Чаплыгина задачи о движении тяжелого твердого тела около неподвижной точки (ср. [4]).

Доказательство. Орбиты точек под действием преобразований $g_{1,2}$ лежат на кривых, являющихся образами прямой под действием полиномиальных отображений: для преобразования g_1 это либо прямые, параллельные собственному вектору его линейной части, либо параболы с осью, параллельной этому вектору, и получающиеся друг из друга сдвигом на вектор, параллельный этой оси, а для преобразования g_2 – прямые, параллельные его вектору сдвига. Для всех этих кривых, кроме, может быть, одной для преобразования g_1 , орбиты их точек бесконечны, следовательно, рациональный первый интеграл группы монодромии постоянен на их пересечениях с областью его определения, а значит, и тождественно постоянен. Отсюда, согласно предложению п. 1.2 из [1], следует утверждение теоремы.

Автор благодарен В. В. Козлову и А. И. Нейштадту за полезные обсуждения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Зиглин С. Л. // Функ. анализ и его прил. 1982. Т. 16. № 3. С. 30–41. [2] Козлов В. В. // ПММ. 1978. Т. 42. № 3. С. 400–406. [3] Козлов В. В. // Матем. заметки. 1988. Т. 44. № 1. С. 100–104. [4] Зиглин С. Л. // Функ. анализ и его прил. 1983. Т. 17. № 1. С. 8–23.

Институт радиотехники и электроники РАН

Принято редколлегией
01.04.1998