Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Й. Брюнинг, Леонард Эйлер в Берлине, *УМН*, 2008, том 63, выпуск 3, 169–190

DOI: <https://doi.org/10.4213/rm9208>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 18.209.158.208

26 апреля 2023 г., 15:07:01

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЖИЗНЬ

Леонард Эйлер в Берлине

1. Введение

300 лет назад, 15 апреля 1707 года, в Базеле родился Леонард Эйлер. Поэтому 2007 год, вне всяких сомнений, стал настоящим годом Эйлера (даже несмотря на то, что некоторые международные организации так и не дали ему это имя официально); достижения Эйлера были выставлены на всеобщее обозрение, тщательно исследованы и стали знаменитыми во всем мире. Работы Эйлера в области математики являются, пожалуй, самыми обширными и самыми значительными не только из-за глубины и многообразия их результатов, но и из-за влияния на то, как математика пишется и преподается в наши дни. Косвенным доказательством этого утверждения можно считать и то, что до сих пор не существует полной научной биографии Леонарда Эйлера, несмотря на гигантский объем работ, посвященных конкретным аспектам его жизни и творчества.

В то же время, благодаря выдающейся стабильности жизненных условий Эйлера, легко сделать примерный набросок его биографии. Даже если Эйлер и не был вундеркиндом, его огромный талант проявился очень рано. Будучи сыном протестантского священника, он занимался по университетской программе начиная с 13 лет, обучаясь на различных факультетах в своем родном городе, в Базеле. Эйлер изучал теологию, филологию, историю и только после этого занялся тем, что интересовало его более всего — естественными науками: прежде всего математикой и заканчивая даже некоторыми областями физиологии. В 1727 году Эйлер написал диссертацию по физике, посвященную теории звука, на основе которой он подал документы на должность профессора в Базеле. Поскольку эта заявка была неудачной, то в том же году молодой Эйлер решил принять приглашение Петербургской Академии по просьбе двух сыновей Иоганна Бернулли, с которыми он учился и которые уже были там. Эйлер начал работать в Санкт-Петербурге на медицинском факультете, постепенно сдвигая область своих исследований в сторону астрономии, географии и математики, в то же время повышая в Академии свой авторитет и свою зарплату. В конце концов, в 1737 году он стал профессором математики. Необходимо также упомянуть два важных события из личной жизни Эйлера: в 1733 году он женился на своей швейцарской соотечественнице Катарине Гселл, дочери известного художника, а в 1738 году он потерял правый глаз, вероятно, вследствие инфекции.

После смерти Петра Великого политическая обстановка в России становилась все более и более нестабильной, условия для жизни небезопасными, и для существования Академии возникла реальная угроза. И Эйлер и его жена были очень этим обеспокоены. Поэтому в 1741 году Эйлер принял почетное предложение Фридриха II, нового короля Пруссии, приехать в Берлин и помочь в создании новой Королевской

Рис. 1. Эйлер в возрасте 30 лет, единственный существующий портрет, показывающий Эйлера со здоровым зрением; с оригинала художника Брукера [Brucker].

© Archiv der Berlin-Brandenburgischen Akademie der Wissenschaften, Fotosammlung, Leonhard Euler, Nr. 1

Академии наук. 25 июля 1741 года он приехал в Берлин и пробыл там до 1766 года. В 1766 году после того, как Эйлер все более и более разочаровывался королевским обхождением с Академией и с ним лично, он принял второе приглашение в Россию, сделанное на этот раз Екатериной II; Эйлер вернулся в Санкт-Петербург и пробыл там до самой смерти 18 сентября 1783 года.

Эти страницы посвящены берлинскому периоду жизни Эйлера, и мы постараемся описать не только, и даже не столько, его научные работы, сколько многие другие виды его деятельности. Мы надеемся, что такое изложение даст читателю наиболее полное представление об Эйлере и, возможно, также лучшее понимание того, скольким мы ему обязаны.

2. Люди

Даже у человека с умственными способностями Эйлера, замыслы и деятельность всегда связаны с людьми. Надо сказать, что Эйлер не был ни застенчивым, ни даже замкнутым; наоборот, он наслаждался компаниями для бесед, игр и музыки, он любил ценить и быть ценимым. Поэтому стоит уделить внимание двум людям, которые, безо

всякого сомнения, были наиболее важны для повседневной жизни Эйлера в Берлине, даже если лично он встречался с ними только в редких случаях: Фридрих II, король, и Пьер-Луи Моро де Мопертюи, президент Академии.

Фридрих II. Фридрих II, несомненно, был наиболее интеллектуально одаренным монархом своего времени, но он также обладал весьма сложным характером. Всю свою жизнь он чувствовал себя привязанным к философии, музыке, поэзии и, прежде всего, французской культуре; в то же время ему не нравились военные учения и, возможно, войска как таковые. Его отец, Фридрих Вильгельм I, за счет строгого

Рис. 2. Фридрих II, король прусский, современная гравюра; библиотека Университета Базеля [Universitätsbibliothek Basel].

Из: ЕО IV, 6, с. 276

и скупого режима снабдил Пруссию слишком уж большой армией и прочной финансовой основой. Фридрих был подавлен такой атмосферой и пытался бежать из страны вместе со своим приятелем Хансом Германом фон Катте; он был пойман, его друг был казнен, а его самого отец держал в качестве заключенного на протяжении двух лет. В 1740 году в возрасте 28 лет, Фридрих унаследовал трон и вдруг, без особой подготовки, столкнулся с реалиями власти; последние годы он фактически провел в достаточно отдаленном замке Рейнсберг в кругу друзей, разделяющих его увлечение французской культурой и искусством. Первые же два его решения у власти отображают весьма различные цели, которые он хотел объединить. Во-первых, он начал необоснованную войну за богатую провинцию Силезия, принадлежащую Габсбургской империи; во-вторых, он попытался восстановить *Société des Sciences* [Научное общество], первого предвестника Прусской Академии наук, которое было основано Лейбницем, но пришло в упадок во время правления Фридриха Вильгельма I. Второе решение имеет для нас важное значение, так как именно оно уже в 1741 году привело Эйлера в Берлин. В то же время, первое решение также сыграло немаловажную

роль: военные действия отнимали у Фридриха много сил вплоть до 1763 года, конца Семилетней войны – кстати, первой войны, которая была действительно глобальной в том смысле, что бои проходили на нескольких континентах. Расширенные военные действия неизбежно кардинально ограничивали возможности короля заботиться о науке и искусстве, за исключением короткого периода между 1745 и 1753 годами. В эти годы Эйлер был наиболее счастлив в Берлине, в то время как после 1763 года он ощущал себя все более и более отчужденным и думал о возвращении в Россию – идея, ставшая реальностью в 1766 году.

Эйлер очень любил Петербург и людей, с которыми он там познакомился, поэтому он сумел сохранить дружеские отношения с коллегами по Академии и с правительством России даже после отъезда в Берлин. То, что Эйлер вообще уехал, приняв почетное предложение Фридриха приехать в Берлин и реорганизовать старое *Société des Sciences* путем привлечения в Берлин других видных ученых и математиков, было, вероятно, следствием политической нестабильности и последовавшей неопределенности в повседневной жизни России после смерти Петра I, которая особенно угнетала жену Эйлера Катарину. Но, приняв приглашение в Берлин, Эйлер был полон энтузиазма по поводу возможности организовать новую Академию, которая согласно цели, провозглашенной Фридрихом, должна была в скором времени стать одним из ведущих учреждений такого рода в мире. У Эйлера, по-видимому, сложилось впечатление, что Фридрих верит ему все структуры этой новой Академии, а также формирование ее научных, организационных и административных деталей. Это, однако, совсем не соответствовало действительности: даже до того, как пригласить Эйлера, Фридрих предложил Пьеру-Луи Моро де Мопертюи стать президентом новой Академии. Он пообещал снабдить нового президента всеми полномочиями для принятия решений, ограниченными только самим королем, и Мопертюи сразу же принял это предложение, хотя в должность он вступил лишь в 1746 году. Уже тогда, и вплоть до своей отставки в 1756 году, Мопертюи присутствовал в Берлине не постоянно, его пребывание прерывалось длительными периодами отсутствия. Таким образом, Эйлер фактически управлял Академией во всех практических аспектах, несмотря на то, что формально он был только директором математического класса. Но он не стал президентом даже тогда, когда Мопертюи ушел в отставку, что для Леонарда Эйлера стало неприятным сюрпризом. Он, по-видимому, с самого начала не совсем верно оценивал свои взаимоотношения с королем, считая себя его ведущим научным советником. Для короля, однако, существовало четкое различие между философским подходом к власти – его подходом, как он утверждал, – и влиянием научных советов и суждений на политические решения. Фридрих, хоть и осознавал влияние технологий на благосостояние государства и его политическое положение, вообще говоря, не считал, что ученые могут высказывать свое мнение в политических делах и обсуждать политику; он, безусловно, считал их полезными, но хотел держать на расстоянии от центра решений. (Однажды он написал Вольтеру, что король должен держать научную академию, как бывалый сквайр держит свору гончих, – утверждение несколько преувеличенной остроты, которое, тем не менее, показывает твердые убеждения, не редко встречаемые в политике даже сегодня.)

Философ Вольтер, один из героев французского просвещения, был в контакте с Фридрихом еще до его восшествия на престол; поэтому Вольтер позднее радовался, что наука и искусство, наконец-то, пришли к власти. Он приехал в Берлин уже в 1740 году и оставался там безвыездно с 1750 по 1753 год, в значительной степени формируя стиль разговоров, культивируемый в окружении Фридриха. Леонард Эйлер, конечно же, не соответствовал этому идеалу придворного: его французский не был блестящим, в его речи не было иронии и циничных шуток, а его рассужде-

ния выдавали влияние кальвинистской проповеди и математических умозаключений. Кроме того, несправедливый, как может показаться, Фридрих не любил внешний односторонний вид Эйлера, называя его в личных беседах “циклопом”. Эйлер, конечно, ощущал это фундаментальное различие, но, в традициях просвещения, старался убедить Фридриха в своих способностях и результативности. Он хотел показать, что математическое мышление и его практическое применение являются наилучшими ресурсами для дальнейших интересов государства и правительства. Эйлер, видимо, очень упорно трудился, чтобы достигнуть этой цели; например, сразу после прибытия в Берлин он написал эссе под названием “*Commentatio de matheseos sublimioris utilitate*”,¹ которое, однако, до 1847 года не было опубликовано; другим примером служит его книга об артиллерии, о которой мы расскажем ниже.

Этот подход соответствовал твердой кальвинистской вере Эйлера, поскольку он считал, что Бог выдает некоторые секреты создания с помощью математики, позволяя, тем самым, человеку самому совершенствовать условия своей жизни. Но, пропагандируя эту точку зрения, Эйлер столкнулся с антирелигиозными тенденциями французского просвещения и, как следствие, прусского суда. Только тогда, когда он наконец понял, что не в состоянии преодолеть эти разногласия, несмотря на все то, чего он достиг благодаря его исключительным способностям, он покинул Пруссии и уехал в Санкт-Петербург.

Пьер-Луи Моро де Мопертюи. Пьер-Луи Моро де Мопертюи был уже знаменит, когда ему предложили стать президентом Академии Фридриха. У него было очень хорошее математическое образование, которое он получил в Англии и в Базеле, с семейством Бернулли. Мопертюи был одним из первых ученых на континенте, которые приняли и популяризовали теории Ньютона; он достаточно быстро погрузился в попытки разъяснить предсказание Ньютона о выравнивании земли возле полюсов, которое было совершенно противоположно тому, что признавали картезианцы. Став геометром Французской Академии в 1731 году, Мопертюи упорно трудился над поиском средств для измерения меридиана в Лапландии, чтобы иметь возможность доказать или опровергнуть утверждения Ньютона. Его замысел удался в 1736 году, и он вернулся из этой напряженной экспедиции с убедительными данными, которые установили победу Ньютона над Декартом и сделали Мопертюи самым известным ученым того времени. Однако его здоровье было подорвано нагрузками экспедиции, и это стало еще одной причиной его отсутствия на многих из заседаний Академии; это было также причиной частых поездок во Францию, особенно во время немецкой зимы, которая была для него слишком сурова. Даже при том, что карьера Мопертюи как продуктивного ученого была закончена уже в 1732 году, свое президентство в Берлине он начал с впечатляющего результата, а именно с “принципа наименьшего действия”, который был опубликован в 1746 году. В этой работе в расплывчатых терминах он утверждал, причем без какого-либо использования нового исчисления бесконечно малых, что количество “действия”, которое он ввел, было минимально при любом динамическом переходе физических состояний; это очень общее утверждение он основывал на метафизической аргументации, которая должна была объяснить эффективность – если не бережливость – Создателя. Эйлер мог бы заявить о своем первенстве в этом

¹Трактат о пользе высшей математики, ср. Е 790. Здесь и далее мы обращаемся таким образом к числам из библиографии Г. Энестрёма, *Gustaf Eneström: Verzeichnis der Schriften Leonhard Eulers*, опубликованной в *Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung* 4 (1910), доп. 1. Мы также будем ссылаться на собрание сочинений Эйлера (ЕО – Euler's *Œuvres*), которое издается с 1911 года в Базеле, в настоящее время издательством *Birkhäuser*; на текущий момент опубликованы четыре серии в более чем 70 томах. Так, например, ЕО IV, 6, отсылает к шестому тому четвертой серии собрания сочинений.

Рис. 3. Пьер-Луи Моро де Мопертюи, гравюра после знаменитой полярной экспедиции 1736 года; библиотека Университета Базеля [Universitätsbibliothek Basel].

Из: ЕО IV, 6, с. 29

вопросе, так как у него было много публикаций по общей теории кривых, обладающих свойствами максимизировать или минимизировать некоторые функционалы, заданные интегралами – первая публикация относится к 1736 году, а кульминацией является книга под названием “*Methodus inveniendi lineas curvas maximi minimive proprietate gaudentes*”², изданная в 1744 году; эта книга предоставила первую систематическую трактовку вариационного исчисления и была названа Константином Каратеодори “самой красивой из когда-либо написанных книг по математике”. Совершенно очевидно, что математическая трактовка Эйлера намного превосходила рассуждения Мопертюи, и, в частности, Эйлер с самого начала подчеркнул, что не только минимумы, но и максимумы могут иметь место в природе (причем описываются они точно таким же образом). Однако, он не возражал против утверждения Мопертюи о том, что всеохватывающий принцип наименьшего действия был красиво иллюстрирован работой Эйлера. Эйлер даже детально объяснил, что принцип Мопертюи был не математическим, а философским утверждением и, следовательно, ему не место в мире математики. Это, разумеется, согласовалось с основными убеждениями Эйлера, но также показывало определенное уважение к власти имущим. В конце концов, ведь Фридрих даровал президенту Академии полномочия решать что бы то ни было, а Эйлер всегда уважал это основное правило. Только такое осторожное уважение к президентской должности позволило ему заниматься всеми делами без исключения и фактически осуществлять все, чем распорядился или мог бы распорядиться Мопертюи. Весьма немаловажная и сохранившаяся переписка между Мопертюи и Эйлером, которая

²Метод построения кривых с минимальными или максимальными свойствами.

объясняется уже упомянутым частым отсутствием президента в Академии, показывает, что они, если и не были хорошими друзьями, то, по крайней мере, очень тесно сотрудничали как партнеры, поддерживающие стиль взаимного понимания и уважения. Мопертюи был политиком и придворным, которым не был Эйлер, но он также был одаренным и образованным ученым, который был в состоянии понять, что думал и планировал Эйлер. Тонкий баланс в их отношениях был весьма необходим для плодотворного развития Берлинской Академии с 1741 до 1752 года.

Семья и друзья. Несмотря на то, что придворным Эйлер определенно не был, это совсем не означает, что он не любил общество и был не в состоянии блестяще развлечь своих гостей. Это также не означает, что Эйлер был не в состоянии составить компанию или даже дружить с членами высшего общества. Напротив, в его большом доме, в наши дни на улице Бернштрассе, было достаточно места не только для его многочисленной семьи, но также и для постоянно останавливающихся у него гостей из-за рубежа. Эйлер, безусловно, был семьянином, который, как нам известно, работал за письменным столом среди множества своих детей³ без каких бы то ни было признаков раздражительности. Что бы ни делал Эйлер, он мог прерваться в любую минуту, заняться совершенно другим вопросом, а потом вернуться к своей интенсивной работе так, как будто бы он и не прерывался. Помимо хорошего дома у Эйлера были еще сад и ферма (которые недавно были обозначены Вольфгангом Кноблехом, см. рис. 4); на ферме жила до самой смерти его мать-вдова.

Среди многочисленных друзей Леонарда Эйлера был также швейцарский гравер Иоганн Карл Хедлингер (1691–1771). Эти два соотечественника встретились в России, где Хедлингер выполнял какую-то работу для королевы Елизаветы и ее двора. Он состоял на пожизненной службе у шведского короля и был общеизвестен, как один из самых блестящих граверов в мире. Его слава достигла также прусского двора, и советник Фридриха по вопросам архитектуры и искусства, Георг Венцелслаус фон Кнобельсдорфф, стал интересоваться, на каких условиях Хедлингер согласился бы приехать в Берлин. Но это письмо осталось без ответа, поскольку в это время Хедлингер находился в Швейцарии, и тогда вмешался Эйлер, пригласив своего друга с женой к себе с длительным визитом. Насколько нам известно, пребывание Хедлингера в доме Эйлера было очень приятным, за исключением того факта, что Фридрих II им вообще не интересовался, очевидно возмущенный небрежностью, проявленной Хедлингером в ответ на его щедрое предложение. Только после того, как Хедлингер провел шесть месяцев в Берлине, Фридрих написал Эйлеру письмо о том, что хотел бы нанять Хедлингера, бессрочно или на несколько лет, за любое вознаграждение, какое Хедлингер ни пожелает. Однако было уже слишком поздно – Хедлингер решил возвращаться в Швецию, откуда продолжали поступать нетерпеливые сигналы с просьбами о его возвращении. Но насколько Хедлингер, как и его друг Эйлер, ненавидел стиль разговоров при прусском дворе, настолько же он восхищался Фридрихом, видя в нем блестящего монарха просвещения, и уже давно хотел создать его изображение. Таким образом, во время пребывания в Берлине, Хедлингер делал различные наброски, но работу завершил значительно позже; в 1748 году он изготовил призовую медаль для Академии (см. рис. 5), основываясь на беседах с Эйлером и Мопертюи, которые были так поражены, что наградили Хедлингера званием почетного члена Академии; в 1750 году он закончил гравюру с изображением Фридриха II. Король был восхищен этой работой и хотел купить оттиск, как

³У Эйлера с Катариной было 13 детей, из которых только 5 достигли совершеннолетия, и только трое сыновей: Иоганн Альбрехт (1734–1800), Карл Иоганн (1740–1790) и Кристоф (1743–1808), пережили Эйлера.

Рис. 4. Ферма Эйлера в Литцове, ныне Шарлоттенбург – часть Берлина; владения Эйлера отмечены латинской буквой “В”.
Из: W. Gundlach, *Geschichte der Stadt Charlottenburg*, 1905, Beilage XII

Рис. 5. Медаль Общества риторики, гравер Иоганн Карл Хедлингер [Hedlinger], Берлин 1747/48 гг., □ 67 мм.
© Staatliche Museen zu Berlin-Preußischer Kulturbesitz, Münzkabinett

он писал Эйлеру, за любую цену, но вскоре после этого он уже не помнил, что хотел заплатить что-либо Хедлингеру вообще, – ведь, несмотря на все таланты и все великолепие Фридриха II, он остался сыном своего отца, пытаясь сэкономить деньги везде, где только мог. Многие проекты пострадали или даже не были реализованы из-за его скарденности.

3. Проекты

Реформа Академии. Как упоминалось ранее, Академия в Берлине была основана Готфридом Вильгельмом Лейбницем в 1700 году под названием *Société des Sciences*. После неспешного развития в первое десятилетие своего существования, 19 января 1711 года Академия была, наконец, открыта официально. Ее разместили в здании *Unter den Linden*, известном как “*Der neue Marstall*”, где с 1770 года уже находилась основанная ранее Королевская Академия искусств. Это “совместное проживание” науки и искусства и их, как правило, весьма различных учреждений было в то время уникально в Европе. Средства на свое содержание Академия получала через так называемый “*Kalender-Privileg*”, монополию по производству календарей и родственных печатных изданий по всей Пруссии. Таким образом, было обеспечено надежное, хотя и узкое финансирование, которое, однако, не позволяло реализовать честолюбивые мечты Лейбница; к тому же, основная нагрузка, связанная с хлебом насущным – производством календарей – пала на математиков и астрономов Академии, что регулярно вызывало определенное недовольство. Кроме того, во время правления Фридриха Вильгельма I (1713–1740) *Société des Sciences* пришло в упадок из-за полной безнадзорности, если не презрения со стороны короля, который назначил председателем своего шута. Тем не менее, некоторые выдающиеся ученые, как, например, филолог и ботаник Иоганн Леонард Фриш, работали в Берлине даже в то время.

Как мы уже упоминали, Фридрих II был готов проводить реформы сразу же после прихода к власти, и для этого он разослал приглашения некоторым из самых выдающихся ученых Европы, предпочитая, конечно же, тех, кто соответствовал его идеалу, философской позиции французского толка. Когда Фридрих II позвал Эйлера в Берлин, он, вероятно, не знал об огромной энергии Эйлера, которая распространялась на всех и вся в его окружении, что давало возможности для эффективного созидания. Таким образом, Эйлер немедленно начал реорганизовывать Академию в соответствии с указаниями представителей короля о том, что он должен стремиться к созданию учреждения, конкурировать с которым могли бы, разве что, Парижская и Лондонская академии. Терпение Эйлера, безусловно, было подвергнуто испытанию во время первых двух силезских войн, которые поглощали всю энергию правительства и оставляли мало места для дел, касающихся Академии. Но Эйлер работал неустанно, полагаясь на свое швейцарское упорство, и, конечно, не безрезультатно. Давно прерванная серия публикаций Академии обрела новую жизнь – автором многих статей первого тома, как и многих последующих, был Эйлер. Также он настаивал на том, чтобы заседания Академии происходили регулярно и подробно протоколировались. Кроме того, Эйлер привлекал в Берлин новых людей и постоянно расширял круг своих знакомых, к которому принадлежали наиболее значительные ученые его времени. К счастью, он был не одинок; некоторые влиятельные люди, из числа приближенных к королю, также хотели продвижения в делах Академии, хотя их внимание и было в основном сконцентрировано на искусстве и литературе; в 1743 году было основано *Société de Belles Lettres* [Общество изящной словесности], как предшественник обещанной новой академии. Уважая эти попытки, Леонард Эйлер работал над объединением этих двух сообществ, и 24 января 1744 года это ему удалось, – новая *Académie Royale des Sciences et des Belles Lettres* [Королевская Академия естественных наук и изящной словесности] была основана в *Berliner Stadtschloss* [Берлинском городском дворце].

Организацией, от концепции устава до деталей церемонии открытия, занимался Эйлер, что отразилось в некоторых замечательных аспектах. Среди четырех отделений, представляющих естественные и гуманитарные науки, *Classe de Philosophies*

[Отделение философских наук] было единственным в Европе, что позднее сказалось на том, какую важную роль будет играть эта Академия в философских спорах 18-го столетия. Как можно видеть на рис. 6, Эйлер в это время уже являлся директором

Рис. 6. Набросок заседания по случаю открытия новой академии, 24 января 1744 года.

© Archiv der Berlin-Brandenburgischen Akademie der Wissenschaften, Bestand Preußische Akademie der Wissenschaften, I-J-S, Bl. 153–154

Отделения математики – должность, на которую официально он был принят лишь 3 марта 1746 года. Таким образом, несмотря на все недостатки и неудачи, Эйлер быстро построил вполне прочную основу для того, что стало, пожалуй, наиболее плодотворным периодом в его жизни. В 1752 году, после того как пожар разрушил “*Neue Marstall*”, обе академии переехали в новое, весьма представительное здание, которое пришлось уступить новой государственной библиотеке лишь в 1903 году (рис. 7).

Практическая математика. Как уже было сказано, Эйлер был настроен доказывать силу чистой математики посредством практического применения не только потому, что он хотел убедить короля в возможностях своей науки – и, следовательно, своих способностей, – но и потому, что для него это было делом принципа, поскольку Эйлер был глубоко убежден в том, что именно благодаря математике мы можем получить представление о работе и даже намерениях Творца. Естественно, Академия должна была служить королю и государству во многих отношениях: в разработке проектов, в вопросах измерения времени и календарного исчисления, а также

Рис. 7. Здание Академии “Unter den Linden”, его расположение в период с 1752 по 1904 гг.; рисунок Кало [Calau], гравюра Лорэна [Lauréns] и Тиле [Thiele].

© Archiv der Berlin-Brandenburgischen Akademie der Wissenschaften, Grafiksammlung, P/BON-1135

в регулярной оценке технологических новшеств, действуя во многом, как современные патентные бюро. Эйлер был вовлечен в эти мероприятия, включая некоторые большие проекты. Первым из них было восстановление канала Финоу – водного пути, который обеспечивал прямую связь между Берлином и рекой Одер, но состояние которого в те годы ухудшилось. Эйлер был членом комиссии, которая должна была посетить канал, и его задачей было точное измерение уровня, на котором и должны были базироваться исправления. К счастью, не все его миссии превращались в такие напряженные экспедиции.

Другая известная история касается фонтана в Сан-Суси и мечты короля сделать его таким высоким, чтобы впечатлить любого посетителя. Обычно говорят, что Эйлер дал подробные рекомендации, которые, однако, не соответствовали действительности, и что Фридрих так и не увидел фонтана выше 30 сантиметров. Этот результат в свою очередь усилил презрение Фридриха к математике и математикам. Последнее верно, но некоторые факты, как было показано М. Эккертом, все же нуждаются в уточнении.⁴ Проведенные Эккертом подробные расчеты показывают, что анализ Эйлера был вполне реалистичен и его вычисления дали бы желаемый результат, если бы только не вмешалась – в который раз – скупость короля Фридриха. Ведь именно из-за нее король дважды выбирал совершенно неопытных, но дешевых мастеров и приказывал им использовать для проводящих воду труб древесину – материал, который просто не мог выдерживать необходимое давление, в то время как Эйлер неоднократно настаивал на трубах из свинца.

⁴М. Eckert, Euler and the fountains of Sanssouci, *Archive for the History of the Exact Sciences* 56 (2002), 451–468.

Другие задачи Эйлера были ближе к математике: например, когда король попросил его дать рекомендации, как правильно организовать лотерею, которая бы пополнила общеизвестно пустую казну государства; первая такая лотерея была организована в Берлине в 1740 году, но, к сожалению, она не оправдала ожиданий. Эйлера также просили подумать об основах системы страхования жизни и пенсионной системы – что свидетельствует о современности мышления Фридриха.

Теперь мы перейдем к проекту с практическим применением, который был несомненно ближе математическому мышлению Эйлера и который, по всей видимости, сыграл особую роль в его попытках убедить короля в полезности математики. Поскольку прусская армия была вовлечена в длительную войну, Эйлер, должно быть, постоянно думал о применении математики в данном контексте, особенно о таком применении, которое неоспоримым образом позволило бы повысить эффективность прусского оружия.

Эйлер хорошо понимал, что успешные применения в широком масштабе невозможны без калибровки экспериментов, и, пожалуй, даром небес стала для него книга “Новые принципы артиллерии”, изданная в Лондоне в 1742 году. Автор – Бенджамин Робинс – был не безызвестен Эйлеру, поскольку именно ему Эйлер был обязан весьма отрицательной критикой на свою первую книгу по механике, написанную в Санкт-Петербурге. Однако, как и в случае со старшинством Мопертюи, Эйлера очень мало беспокоили такие вопросы, и к книге Робинса он отнесся без пристрастия, хотя и обнаружил достаточное количество ошибок, которые необходимо было исправить. Таким образом, он значительно улучшил эту работу и подарил Робинсу такую известность, какой иначе тот никогда бы не добился. Во всяком случае, Эйлер был заинтересован в результатах экспериментов Робинса, нашедшего весьма оригинальный способ для измерения истинной скорости пушечного снаряда и силы пороха. С этими данными, Эйлер был в состоянии применить исчисление бесконечно малых, создав, по сути, основы современной баллистики. Эйлер смог ощутимо улучшить результаты и прогнозы Робинса, по ходу подправив формулу для сопротивления воздуха, данную Ньютоном, на коэффициент два. Новая книга Эйлера в итоге состояла из перевода работы Робинса, обогащенного обширными комментариями, теоретическими разработками, а также вычислениями, что привело к размеру, в пять раз превышающему размер оригинала, с соответствующим причудливым названием “*Neue Grundsätze der Artillerie enthaltend die Bestimmung der Gewalt des Pulvers nebst einer Untersuchung über den Unterscheid des Widerstands der Luft in schnellen und langsamen Bewegungen aus dem Englischen des Herrn Benjamin Robins übersetzt und mit den nöthigen Erläuterungen und vielen Anmerkungen versehen von Leonhard Euler königl. Professor in Berlin. Berlin bey A. Haude königl. und der Academie der Wissenschaften privil. Buchhändler. 1745*”.⁵

Эйлер, безусловно, добился того успеха, на который он рассчитывал, по крайней мере, вне Пруссии, – его работа была немедленно рекомендована к изучению в военных учебных заведениях, в частности, во Франции, откуда он получил значимые похвалы и значительное вознаграждение; Наполеону, чья любовь к математике широко известна, пришлось изучать книгу Эйлера в бытность его молодым офицером. Однако у нас нет никаких данных о подобной реакции со стороны прусского двора. Мы знаем о письме, которое Эйлер отправил Фридриху II где-то в 1744 году,

⁵ Новые принципы артиллерийского дела с определением истинной силы пороха и исследованием различных сопротивлений воздуха для быстрого и медленного движения. Перевод книги г-на Бенджамина Робинс, изданной на английском языке, с необходимыми комментариями и исправлениями Леонарда Эйлера и т. д.

в котором он объявил о своем намерении перевести и расширить книгу Робинса и попросил разрешения посвятить свое время этому проекту, но мы не знаем, получил ли он какой-либо ответ. Мы также знаем о письме-посвящении королю, сопровождающем законченную книгу. Это письмо датировано 20 апреля 1745 года и, кажется, до сих пор не было опубликовано. Очевидно, что, несмотря на формальную скромность стиля книги, Эйлер расценивал эту работу, как желаемое доказательство всеохватывающего могущества высшей математики. Он описывает связь между тем, что он называет “теоретической математикой”, и ее приложениями – о чем, видимо, попросил король, – такими, как добавление экспериментальных данных для определения постоянных интегрирования к уравнениям движения, вытекающими из таких общих принципов, как вариационное исчисление. Похоже, что идея эквивалентных, но различных теорий, описывающих одни и те же явления, была по-прежнему чужда Эйлеру; его религиозные убеждения заставили его поверить в “истинные уравнения”. Увы, мы не знаем ни о каких комментариях или знаках благосклонности со стороны Фридриха в качестве реакции на это выдающееся достижение Эйлера.

Частные дела. Как и должно было ожидать, своим семейным бизнесом Эйлер управлял с большим вниманием и большой эффективностью. Таким образом, семью Эйлера можно было назвать состоятельной, ведь у него была не только исключительно высокая зарплата, но и немалые дополнительные средства, которые он получал от выигрыша многочисленных академических призов; среди них, по меньшей мере, двенадцать премий Французской академии. Кроме того, и от своих сельхозугодий Эйлер получал доходы, которые тоже должны были быть весомыми. По крайней мере, мы знаем, что в ходе русско-саксонской оккупации 1760 года Эйлер потерял по официальному отчету 2 лошади, 13 голов крупного рогатого скота, 7 свиней и 12 овец (см. рис. 8). За эти потери он получил возмещение со стороны оккупационных сил и, сверх того, весьма щедрую компенсацию от Екатерины Великой. Пруссия, к сожалению, не проявила такой щедрости, поэтому Эйлер предпочел вернуться в Санкт-Петербург. Вероятно, было и много других случайных источников денежных доходов, например, лотерейные выигрыши. Если внимательно взглянуть на знаменитый портрет кисти Хандмана (рис. 9), то видно, что Эйлер одет в шелка, которые были произведены на тутовых плантациях Берлинской Академии.

4. Научная работа

Как уже упоминалось выше, в литературе нет всеобъемлющего описания научного творчества Эйлера, несмотря на изобилие детальных обсуждений конкретных аспектов его работы. Любое глубокое исследование невозможно в рамках одного эссе, если пытаться описать некоторый продолжительный период жизни Эйлера, как это делаем мы. Тем не менее, достаточно легко собрать некоторые статистические данные о том, что он делал на протяжении 25 лет, проведенных им в Берлине. Так, мы можем сказать, что за это время он подготовил около 380 статей и книг, из которых 275 были опубликованы в тот же период;⁶ в этом мы полагаемся на тщательнейший каталог, составленный Энестрёмом (см. сноску ¹), который насчитывает в общей сложности 866 позиций (считая также письма, предисловия и т. п., но без учета переизданий или переводов). Нет никакой возможности дать краткий обзор этого массового производства, но печатные книги могут служить довольно точным “путеводителем” по тем

⁶ Публикация научных статей Эйлера была завершена (энестрёмовским номером E 856) только в 1862 году, почти через 80 лет после его смерти.

Рис. 9. Эмануэль Хандман [Handmann], портрет математика Леонарда Эйлера; пастель на бумаге, 57×44 см, 1753 год.

© Kunstmuseum Basel, Inv. Nr. 276, Foto by M. Bühler

решить их, такова была, например, “базельская задача”, или он возникал из таких личных интересов, как постройка судов (видимо, не выяснено, почему Эйлер, будучи швейцарским гражданином, был этим так увлечен), или из вопросов оптики, которые, конечно, интересовали его из-за повреждений глаз, а некоторые задачи были результатом случайных импульсов – например, его работа по основам баллистики. Кроме того, Леонард Эйлер был хорошо знаком с трудами титанов прошлого, стремился развивать их или даже превзойти, исправляя или доказывая выдающиеся гипотезы.⁷ И, что еще более важно, несмотря на то, что он постоянно был поглощен размышлениями, направленными на решение конкретных задач, он, похоже, всегда держал в голове все теоретические структуры, над которыми работал, и мог переделать всю архитектуру соответствующей теории согласно новым понятиям и аргументам, которые получал в процессе своих исследований. Всякий раз, когда Эйлер чувствовал, что достиг в исследованиях определенной зрелости, он объединял свои идеи в книгу, и эти книги, как правило, оставались весьма влиятельными в течение долгого времени.

Процесс развития не останавливался, когда Эйлер дописывал книгу, но усовершенствования или модификации, которые он вносил позднее в каком-то другом издании, часто не достигали общественности довольно долго: его образовательный стиль письма попросту был слишком убедителен.

Попробуем проиллюстрировать этот стиль работы Эйлера на примере его “аналитической трилогии”, см. 1748 A, 1755 и 1768 B в списке на рис. 10. Хорошо известно, что Эйлер создал основу для того, что сегодня мы называем “анализом”, а именно теорию действительных функций, различных предельных процессов, которые к

⁷В наши дни “Последняя теорема Ферма” называется так именно потому, что Эйлер доказал, одну за другой, все другие гипотезы, оставленные Ферма.

1744A	<i>Methodus inveniendi</i> Euler's groundbreaking foundation of the calculus of variations; E 65
1744B	<i>Theoria motuum planetarum et cometarum.</i> Improved method for the calculating the orbits of planets and comets; E 66
1745	<i>Neue Grundsätze der Artillerie</i> Translated and enormously enlarged edition of <i>New Principles of Gunnery</i> by B. Robins; E 77
(not before) 1745	<i>Anleitung zur Natur-Lehre</i> <i>Introduction to the Natural Sciences</i> ; published posthumous in <i>Opera posthuma</i> II, 1862; E 842
1746	<i>Gedancken von den Elementen der Körper</i> <i>Thoughts about the Elements of Bodies</i> ; gives objections to Leibniz' theory of monads based on arguments from physics and theology; E 81
1747	<i>Rettung der göttlichen Offenbarung gegen die Einwürfe der Freygeister</i> [anonymous] <i>Rescue of Divine Revelation from the Objections of the Freethinkers</i> ; argues against atheistic tendencies of the enlightenment; E 92
1748A	<i>Introductio in analysin infinitorum.</i> <i>Elements of Analysis</i> ; first part of the Analytic Trilogy; E 101, 102
1748B	<i>Réflexions sur l'espace et le tems</i> [temps] <i>Reflections on space and time</i> ; E 149
1749	<i>Scientia navalis</i> Encyclopedic work on shipbuilding and navigation, prepared in St. Petersburg 1738; E 110, 111
1753	<i>Theoria motus lunae</i> So called first lunar theory; E 187
1755	<i>Institutiones calculi differentialis</i> <i>Introduction to the Differential Calculus</i> ; prepared around 1748; E 212 Euler's exhaustive book on the integral calculus was written in 1763 and appeared in 1768–1770; E 342, 366, 385, 660
1765A	<i>Theoria motus corporum</i> His foundational work on the mechanics of solids; E 289
1765B	<i>Théorie générale de la dioptrique</i> <i>General Theory of Lenses</i> ; prepared in Berlin, published in 1862; E 844
1768A	<i>Lettres à une princesse d'Allemagne</i> Popular letters on science and philosophy, prepared in Berlin, but published in St. Petersburg, with unusual success: at least 12 French, 9 English, 7 German, and 4 Russian editions; E 343, 344, 417

Рис. 10. Список книг, которые Леонард Эйлер написал или опубликовал во время своего пребывания в Берлине в 1741–1766 гг.

ним приводят, и дифференциальное и интегральное исчисления, из которых может быть получено большинство интересных функций. Что, по всей видимости, менее известно, так это тот факт, что у Эйлера анализ впервые возникает на основе, кото-

рая не зависит от геометрии (в то время как элементарная алгебра предполагается быть использованной и используется, как соответствующая замена). Отчасти из-за этого Эйлера – как и большинство других ранних аналитиков – называли “геометром”, но еще более удивительно полное отсутствие диаграмм, которые со времен Евклида сопровождали математические тексты. Более близкое рассмотрение показывает, что этот эффект ни в коем случае не компенсируется изобилием формул: в текстах Эйлера безусловно доминирует описательный стиль.

Если мы посмотрим на оглавление “*Introductio in analysin infinitorum*”, то увидим, что книга разделена на две части: первая вводит основы анализа, а вторая строит то, что сегодня мы бы назвали линейной алгеброй. То, что эти две части возникают именно в таком порядке, является еще одним доказательством сказанного выше утверждения о том, что при Эйлере анализ возник независимо от геометрии. Основная цель первой части – это исследование функций с действительными аргументами и действительными значениями, хотя иногда рассматриваются и комплексные числа. Эйлер не дает мотивации для этого, поскольку считает, что его читатели знают уже достаточно примеров чрезвычайной важности функций для всех приложений математики и имеют какой-то опыт работы с полиномами и рациональными функциями. Эйлер, однако, настаивает (в § 4), что функции должны быть заданы аналитическими выражениями, и в это понятие он включает основные алгебраические формулы, а также конкретные предельные выражения, которые являются главной темой всей книги. Затем он продолжает вводить эти предельные выражения, а именно, бесконечные, в частности степенные, ряды и бесконечные произведения; последняя же глава посвящена непрерывным дробям.

Затем он систематически использует эти операции для представления элементарных трансцендентных функций, отводя особое место представлению тригонометрических функций в виде степенных рядов, снова без какого-либо их геометрического определения. Кроме того, он показывает, какие значительные выводы можно сделать, связывая между собой представления функции в виде бесконечного ряда и в виде бесконечного произведения. Переводя разложение полиномов на линейные множители в целые функции, он решает упомянутую ранее “базельскую задачу”, сосчитав точную сумму обратных квадратов натуральных чисел; на самом деле он вычисляет значение дзета-функции Римана (возможно, правильной будет сказать – дзета-функции Эйлера) для всех четных натуральных чисел.

Будет справедливо отметить, что Эйлер тем самым предвосхитил современное (физическое) понятие функции разбиения. Его рассуждения, как известно, не идеальны с точки зрения строгости, и некоторые из его выводов, действительно, чрезвычайно смелы. Похоже, однако, что то, как происходило мышление Эйлера, несколько отличается от того, что мы принимаем как должное сегодня, – чем мы обязаны, по-видимому, влиянию Карла Фридриха Гаусса. В качестве примера возьмем введение экспоненциальных рядов в §§ 115, 116 из “*Introductio*”, – которое, конечно, не учитывает всех необходимых предельных аргументов, но дает очень хорошую мотивацию для *вида ряда*, до которого вряд ли можно было бы догадаться по-другому. Только много позже Эйлер завершит эту мотивацию к доказательству замечаниями о том, что экспоненциальные ряды удовлетворяют функциональному уравнению и, следовательно, интерполируют рациональные степени; большинство же современных учебников (и лекционных курсов) приводят точные доказательства, но не дают никакой мотивации.

Таким образом, создается впечатление, что Эйлер был полностью уверен в истинности своих утверждений, но не хотел нарушать (убедительный) ход изложения,

оставляя в стороне красивый результат; кроме того, он, вероятно, был слишком нетерпелив для того, чтобы отложить публикацию до того времени, когда получит более строгие доказательства. Причем так он поступал довольно часто – например, в случае с “базельской задачей”, для которой дополнительные доказательства он предоставил позднее и для которой у него были только численные расчеты, когда он опубликовал ее впервые.

Второй том трилогии (том 1755 в списке на рис. 10) описывает дифференциальное исчисление, которое строится в явном виде по “*Introductio*”, о котором мы только что говорили. Предисловие – это изумительный фрагмент для чтения (особенно на латыни), и оно предлагает нашему вниманию некоторые замечательные детали. Прежде всего, Эйлер сразу вводит очень общее понятие функции, которое легко можно отождествить с нашим современным понятием, полностью определяя ее вне зависимости от казиз бы то ни было аналитических выражений. На это изменение не обратили большого внимания, как можно судить по тому, что современное определение функции, как правило, приписывается Дирихле, и тем самым сдвигается на сто лет вперед. Затем Эйлер подробно рассматривает задачу “исчезающих величин”, чтобы до конца объяснить то, что частное величин, стремящихся к нулю, может иметь конечный предел. Он также показывает, что задача нахождения таких пределов имеет жизненно важное значение для приложений, так как реальные проблемы, возникающие в природе, могут быть поняты только путем решения дифференциальных уравнений. Эти уравнения получаются, составляются и решаются только с помощью инфинитезимальных алгоритмов, и мы не были бы удивлены, если бы в этот момент Эйлер добавил, что “природа проста только инфинитезимально” – замечание, принадлежащее Эйнштейну.

Еще одна интересная особенность этого предисловия состоит в том, что Эйлер иллюстрирует рассуждения этого введения при помощи только одного примера, а именно разрывы пушечных снарядов (что, как мы знаем, он рассматривал подробно). Кроме того, в этой связи он называет дифференциальное отношение “*ratio ultima*” [“последним отношением”], что, скорее всего, имело для его современников ироничный оттенок, которые знали о том, что Фридрих II, следуя примеру Ришелье, написал на своих пушках “*Ultima Ratio Regis*” [“Последний довод короля”]. Эта красивая игра слов может объяснить, почему Эйлер не проиллюстрировал цели дифференциального исчисления блестящим ньютоновским выводом законов Кеплера.

То, что последующие главы представляют материал более высокого дифференциального анализа в форме, очень похожей на ту, в которой он представлен в большинстве курсов дифференциального исчисления в наши дни, может вызвать некоторое недоумение, но легко объяснимо тем фактом, что работа Эйлера копировалась, по крайней мере неявно, с тех самых пор, несмотря на многочисленные уточнения и расширения. Это верно и в отношении третьего тома аналитической трилогии, который посвящен искусству интегрирования и всегда будет оставаться его подлинным и прочным фундаментом.

Еще одним ярким примером непрерывно развивающегося мышления Эйлера и опасности упустить какой-нибудь из его важных результатов является теория дзета-функции.⁸ Недавно стало известно, что Эйлер не только изобрел эйлерово произведение для дзета-функции, но и доказал функциональное уравнение, точнее, Э. Ландау превратил аргументы Эйлера в настоящее доказательство, – но то, как Эйлер угадал это соотношение, действительно достойно восхищения! В литературе, по всей видимости, нет упоминаний о том, что Эйлер также записал преобразование Меллина,

⁸См. R. Ayoub, Euler and the zeta function, *Amer. Math. Monthly* **81** (1974), 1067–1086.

которое Риман положил в основу анализа дзета-функции; это можно найти в *Novi comment. Acad. Sc. Petrop.* **14** (1769), 129–167 (этой информацией я обязан Нобушиге Курокаве [Nobushige Kurokawa]).

Эйлерова структура анализа убеждает именно своей методологической последовательностью, а не столько своей строгостью – которую он, впрочем, добавлял в более поздних работах. То, что система его взглядов пережила множество логических кризисов и только окрепла и развилась, без существенного изменения структуры или потерь своей красоты, является весьма впечатляющим доказательством аналитического чутья Эйлера.

Образовательные произведения. Мышлению Леонарда Эйлера было присуще стремление понятно изложить то множество идей, которые у него были. Он всегда старался сделать свои размышления ясными для других людей (причем не только для тех, кто находился на сопоставимом с ним уровне), как будто истинность мысли может быть установлена только путем успешного общения; здесь, похоже, мы снова встречаемся с влиянием кальвинистских проповедей. Как бы то ни было, Эйлер занялся проблемами математического образования на ранних этапах, и это занятие сопровождало его всю жизнь. Уже в 1735 году он написал очень успешный учебник по арифметике (E 17: *Einleitung zur Rechen-Kunst, zum Gebrauch des Gymnasii bey der Kayserlichen Academie der Wissenschaften in St. Petersburg. Gedruckt in der Academischen Buchdruckerey* 1738; вторая часть была издана в 1740 году).

В Берлине он задумал образовательный шедевр – собрание из 234 писем немецкой принцессе по вопросам физики и философии. Эти письма были написаны дочери маркграфа Бранденбурга-Шведта, с которым Эйлер поддерживал очень дружеские отношения. Поэтому его просили давать частные уроки в области науки и философии тогда еще шестнадцатилетней дочери маркграфа. Когда во время семилетней войны прусский двор временно покинул Берлин, предвидя скорую оккупацию города российскими и саксонскими войсками в 1760 году, Эйлер был вынужден продолжать свои уроки по переписке. Видимо, уже тогда он решил объединить эти письма в книгу, которая, тем не менее, появилась значительно позднее, после возвращения Эйлера в Санкт-Петербург (E 343, 344, 417: *Lettres à une princesse d'Allemagne sur divers sujets de physique et de philosophie. Tome premier. Á. Saint Pétersbourg de l'Imprimerie de l'Académie Impériale des Sciences.* 1768; вторая часть была издана в 1769 году, третья – в 1770). Чтение этой книги доставляет удовольствие даже сегодня, и мы не можем не восхищаться ясностью и легкостью, с которой Эйлер объясняет такие очень трудные вопросы, как устройство солнечной системы согласно Ньютону или шесть возможностей для измерения долготы на море, которые использовались или изучались в дни Эйлера. (Заметим также, что Эйлер внес существенный вклад в окончательное решение этой задачи и получил (скромное) вознаграждение от английского парламента, предложившего сумму до £ 100 000 за любой метод, который позволит измерять долготу с достаточной точностью; большая часть этих денег досталась часовщику Томасу Харрису, а также математику и географу Тобиасу Майеру, который, в свою очередь, активно использовал теорию Эйлера при составлении лунных таблиц.) Другие замечательные части писем Эйлера касаются описания элементарной логики, где мы встречаем то, что сейчас известно как диаграммы Венна, собственную эйлерову теорию света и звука, которая в какой-то степени предшествовала оптическим теориям 19-го века, а также его обзор основных философских положений 18-го века и их истоков. То, что Эйлера можно был понятен, когда писал о таких сложных вещах, лучше всего доказывает тот факт, что эти письма были среди наиболее экономически успешных книг 18-го века и пережили много переизданий и переводов за почти

250 лет, прошедших с момента их первого издания; даже современный читатель будет наслаждаться замечательной четкостью изложения Эйлера, хотя некоторые части и неизбежно устарели со временем.

Еще один проект педагогического, а также научного характера касался атласа, разработанного для школьников Пруссии. Это предприятие, инициированное королем и заказанное президентом Академии, характерным образом продемонстрировало все возможности Эйлера. Как и можно было ожидать, Мопертюи вверил Эйлеру все детали этого проекта, включая отбор, построение и дизайн того, как будут выглядеть карты, а также выбор мастеров, которые должны работать над этим проектом, заключение с ними контрактов и их оплату, и, наконец, издание и распространение завершённой работы. С научной точки зрения в получившейся книге было несколько нововведений таких, как необычное проектирование или глобальная карта линий магнитного отклонения. Для практического использования школьниками был выбран намного меньший формат, чем формат обычного атласа, что быстро установило новый стандарт. Эта книга была издана в 1753 году, а в 1760 году вышло второе издание.

Заключительным шедевром образовательной работы Эйлера является *Vollständige Anleitung zur Algebra von Hrn. Leonhard Euler. 1. Teil. Von den verschiedenen Rechnungs-Arten, Verhältnissen und Proportionen. St. Petersburg, gedruckt bey der Kays. Acad. der Wissenschaften 1770*, вторая часть была издана в том же году (Е 387, 388). Педагогическая слава Эйлера хорошо демонстрируется известной историей (возможно, легендой) о том, что служащий, которому Эйлер, в те годы совершенно слепой, диктовал рукописи в Санкт-Петербурге, был впоследствии весьма компетентен в алгебре, хоть и не получил систематического образования. Несмотря на то, что книга была издана в Санкт-Петербурге, не приходится сомневаться в том, что основная часть материала была подготовлена еще в Берлине.

Слова Гаусса о том, что “изучение всех работ Эйлера останется лучшей и незаменимой школой для всех областей математики”, несомненно подчеркивают способности Эйлера как преподавателя математики.

Несомненно, Леонард Эйлер был исключительным человеком, выдающимся ученым и математиком, которого можно сравнить разве только с Архимедом, Ньютоном и Гауссом. Его привычка к неустанной работе, выполняемой с величайшей тщательностью и неутомимой энергией, была основана на устойчивой вере в то, что мир можно понять и изменить к лучшему, применяя научный метод рационального объяснения. Эйлер применял свои кажущиеся неограниченными интеллектуальные способности ко всем вопросам, с которыми сталкивался, всегда искал новые понятия и плодотворные идеи даже до того, как находил определенный метод их решения. Единственным серьезным ограничением, и в то же время главным источником его силы, были религиозные убеждения, имевшие глубокие корни в его швейцарском происхождении и кальвинистском окружении.

Приложение

В этом приложении мы представляем полный немецкий текст письма-посвящения Фридриху II, которое сопровождало первый экземпляр книги Эйлера “*Neue Grundlege der Artillerie*”; это письмо не напечатано в ЕО и, возможно, до сих пор не было известно. Также мы даем перевод, который не сохраняет характерный для того времени стиль, но, надеемся, точно передает содержание; мы ограничиваемся переводом только главной части письма, касающейся книги по артиллерии. Автор благодарит Вольфганга Кноблоха [Wolfgang Knobloch] за помощь в чтении почерка Эйлера.

Рис. 11. Письмо-посвящение королю Фридриху II от Леонарда Эйлера, сопровождавшее его книгу по артиллерии.

© Geheimes Staatsarchiv-Preußischer Kulturbesitz, Sig. I-HA Rep. IX F2b Blatt 61

Текст письма.

[Von dem Professore Euler
derselbe übergiebt ein von
ihm verfertigtes Buch]

AllerDurchlauchtigster Größmächtigster König
AllerGnädigster König und Herr

[Professor Euler übergiebt ein
von ihm verfertigtes Buch]

Eurer Königlichen Majestät unterstehe ich mich beyligendes Buch In allertiefster Unterthänigkeit zu praesentiren, weil ich hoffe dadurch Euror Majestät Hohen Intention einiger massen nach Vermögen ein Genügen geleistet zu haben. Es hatte mir noch im vorigen Jahr der Herr Geh. Rath Du Han angedeutet daß Eure Königliche Majestät von mir eine Application der Theoretischen Mathematic auf einen practischen Theil erwarteten. Da nun solches ohne viele Experimenta nicht geschehen kan, so fand ich mich genöthiget, ein anderes Werck, worinn eine hinlängliche Anzahl dergleichen Experimenten enthalten, zum Grunde zu legen.

Zu diesem Ende habe ich ein kleines englisches Tractätlein von der Artillerie erwehlet, als worinn eine gantz neue Art von Experimenten, so wohl um die Krafft des Pulvers, als

die Geschwindigkeit der Kugeln nebst dem Widerstand der Luft zu bestimmen, befindlich sind. Dasselbe habe ich erstlich ins teutsche übersetzt, hierauf aber aus den darinn angeführten Experimenten vermittelst der Theorie allen möglichen Nutzen zum Vortheil der Artillerie zu ziehen getrachtet. Dahero die von mir beygefüigten Anmerkungen das Werk selbst weit übertreffen. Gleichwie nun hiebey meine gantze Absicht auf nichts anders gerichtet gewesen, als Eurer Königlichen Majestät AllerHöchstem Befehl gemäss mich zu bezeugen, so wünsche ich nichts mehr, als daß diese meine geringe Arbeit von Eurer Majestät in Gnaden aufgenommen werde.

Wegen des Mr Mould Bestallung im Joachimsthalischen Gymnasio erwarten die Herren Curatores Euer Königlichen Majestät Allernädigsten Befehl, welchen dahero für denselben auszuwirken mich allerunterthanigst unterstehe, der ich mit dem allertiefsten Respect bin

AllerDurchlauchtigster Großmächtigster König
Allernädigster König und Herr
Eurer Königlichen Majestät

Berlin d. 20^{ten} April
1745

allerunterthänigst ~ getreuest ~ und
gehorsamster Knecht

Leonhard Euler

Перевод. [Письмо начинается с примечаний регистратора и пространной формулы приветствия, которую мы опускаем.]

Я осмеливаюсь представить Вашему Величеству прилагаемую скромную книгу, поскольку таким образом я надеюсь внести свой вклад в высокие намерения Вашего Величества сообразно моим способностям. В прошлом году тайный советник Ду Хан намекнул мне, что Ваше Величество ожидает от меня приложения теоретической математики к каким-нибудь практическим вопросам. Поскольку такие приложения невозможны без многочисленных экспериментов, я увидел необходимость основать мою работу на книге, которая уже содержит достаточное количество экспериментальных данных.

Для этой цели я выбрал небольшой английский трактат по артиллерии, который описывает эксперименты совершенно нового рода по определению силы пороха, скорости пушечного снаряда, а также сопротивления воздуха. Сначала я перевел эту книгу на немецкий язык, а затем попробовал извлечь из экспериментальных данных столько пользы для артиллерии, сколько возможно. Таким образом, комментарии, которые я добавил, являются более значимыми, чем сама книга в ее первоначальном виде. Поскольку моим единственным намерением все это время было показать мое подчинение Вашим приказам, теперь моим единственным желанием является то, чтобы эта небольшая работа была благожелательно принята Вашим Величеством.

[Остальные строки письма касаются швейцарского соотечественника, для которого Эйлер хотел получить – и получил – должность в Берлине.]

Й. Брюнинг