Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

В. А. Александров, Ю. А. Аминов, В. М. Бухштабер, В. А. Васильев, Н. П. Долбилин, С. П. Новиков, Ю. Г. Решетняк, В. А. Садовничий, В. Т. Фоменко, Иджад Хакович Сабитов (к 70-летию со дня рождения), *УМН*, 2008, том 63, выпуск 6, 183–186

DOI: <https://doi.org/10.4213/rm9254>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением <http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.237.206.68

26 апреля 2023 г., 13:53:18

Иджад Хакович Сабитов

(к семидесятилетию со дня рождения)

15 декабря 2007 г. исполнилось 70 лет известному геометру Иджаду Хаковичу Сабитову – профессору механико-математического факультета Московского государственного университета, одному из ведущих российских специалистов по метрической теории поверхностей и многогранников.

Иджад Хакович родился в г. Воскресенске Московской области. Когда началась война, отца мобилизовали на фронт, а мать (учительница) с тремя детьми эвакуировалась в Оренбургскую область. Здесь в башкирской деревне Канчирово Иджад поступил в начальную школу. Закончил школу с серебряной медалью уже в районном центре. После окончания школы он поступил в Таджикский государственный университет в Душанбе на отделение математики физико-математического факультета. В 1959 г. закончил его с отличием и два года работал ассистентом на кафедре математического анализа этого университета. Здесь же написал свою первую работу “Об одной граничной задаче теории функций”, о которой сделал доклад на Всесоюзной конференции по теории функций комплексного переменного в 1960 г. в Ереване. Чуть позже он получил далекое обобщение одной теоремы Б. Боярского из теории изгибаний и доложил его (вне программы) на Математическом съезде в Ленинграде в 1961 г. На съезде он познакомился с профессором Н. В. Ефимовым и поступил к нему в аспирантуру в МГУ. Реферат для поступления в аспирантуру был опубликован потом в виде статьи в “Математическом сборнике”. Постановка и метод решения рассмотренной в реферате задачи впоследствии послужили темой исследований нескольких геометров, в том числе болгарских, причем из исследований И. Ивановой-Каратопраскиевой, которая проходила стажировку в 1969 г. в МГУ у И. Х. Сабитова, выросла ее докторская диссертация.

Если в начале своей научной деятельности Иджад Хакович интересовался краевыми задачами теории функций комплексного переменного в духе школы Ф. Д. Гахова и получил в этой области существенные результаты, то под влиянием Н. В. Ефимова основным его призванием становится геометрия “в целом”. Он активно включается в работу семинара, руководимого Н. В. Ефимовым и Э. Г. Позняком. А на семинаре в это время происходили великие события. Достаточно заметить, что в 1966 г. Н. В. Ефимов за доказательство его знаменитой теоремы о несуществовании полной регулярной поверхности с отделенной от нуля отрицательной кривизной был удостоен Ленинской премии. Были и другие интересные результаты по геометрии поверхностей в трехмерном пространстве, полученные Э. Г. Позняком, Э. Р. Розендорном, Е. В. Шикиным и др. На семинар постоянно приезжали докладчики из многих городов бескрайней страны, среди них: И. Я. Бакельман, Ю. Д. Бурого, А. Л. Вернер,

Ю. Г. Решетняк, В. А. Топоногов, В. Т. Фоменко, С. З. Шефель. Выступали гости и из дальних стран, например, делали доклады Л. Ниренберг, Р. Финн, Г. Франк и др.

Творческая и дружеская обстановка на семинаре способствовала быстрому научному росту молодых ученых. В 1965 г. Иджад Хакович защитил кандидатскую диссертацию “Поверхности Дарбу в теории бесконечно малых изгибаний”. На защите Н. В. Ефимов, выступая как научный руководитель, сказал, что диссертант является вполне зрелым исследователем, так как он сам нашел и тему диссертации, и аппарат для ее изучения. Официальными оппонентами были А. В. Погорелов и И. Я. Бакельман. По предложению И. Я. Бакельмана Ученый совет признал работу выдающейся.

Иджад Хакович известен как человек, требовательный и к себе, и к другим. Хотя у него давно было достаточно результатов для защиты докторской диссертации, но он усиленно продолжал работать для того, чтобы получить такой результат, который несомненно явился бы решением важной геометрической проблемы. Поэтому защита докторской диссертации произошла много лет спустя после защиты кандидатской.

В 1997 г. И. Х. Сабитов блестяще защищает докторскую диссертацию “Изометрические отображения, изгибания и объемы в метрической теории поверхностей и многогранников”. В 2005 г. ему присвоено ученое звание профессора. В настоящее время Иджад Хакович ведет преподавательскую работу на кафедре математического анализа мехмата факультета МГУ, читает интересные специальные курсы, руководит аспирантами и является соруководителем семинара по геометрии “в целом”.

Полный список публикаций юбиляра содержит около 100 работ. Коротко остановимся на наиболее впечатляющих его результатах.

Обобщенная задача Римана. Ищется кусочно аналитическая функция $\{\varphi^+(z), \varphi^-(z)\}$ на плоскости, убывающая на бесконечности, с линией скачков $\Gamma = \{|z| = 1\}$ и такая, что на Γ выполняется краевое условие

$$\varphi^+(t) = G_1(t)\varphi^-(t) + G_2(t)\bar{\varphi}^-(t) + f(t), \quad t \in \Gamma.$$

Такое обобщение задачи Римана предложено в 1945 г. А. И. Маркушевичем.

Была известна теорема разрешимости при выполнении условия а) $|G_1(t)| > |G_2(t)|$, согласно которой при условии б) $\varkappa = (2\pi)^{-1} \{\arg G_1(t)\}_\Gamma > 0$ однородная задача имеет $2\varkappa$ линейно независимых решений, а при $\varkappa \leq 0$ решений нет.

И. Х. Сабитов построил простой пример, в котором условие а) не выполняется и $\varkappa = 0$, но решение существует. Развивая свой подход к указанной выше краевой задаче, И. Х. Сабитов получил картину ее разрешимости в терминах $\varkappa$ и разложения $G_2(t)$ в ряд по степеням t . По идеям работ И. Х. Сабитова по краевым задачам были написаны и защищены несколько кандидатских диссертаций.

Изометрические погружения и вопросы регулярности поверхностей и метрик. По известной теореме А. Д. Александрова метрика положительной кривизны, заданная на сфере, погружается в трехмерное евклидово пространство в виде выпуклой поверхности. Согласно теореме А. В. Погорелова, если метрика имеет гладкость класса C^k , $k \geq 2$, то это погружение принадлежит классу регулярности $C^{k-1,\alpha}$. Используя свои новые априорные оценки для решений эллиптических уравнений Монжа–Ампера, И. Х. Сабитов показал, что на самом деле регулярность не теряется: если метрика имела регулярность класса $C^{k,\alpha}$, $k \geq 2$, $0 < \alpha < 1$, то выпуклая поверхность с такой метрикой принадлежит тому же классу регулярности $C^{k,\alpha}$. Это неулучшаемый результат, так как в совместной работе И. Х. Сабитова и С. З. Шефеля рассматривается обратная постановка вопроса: о регулярности метрики, если известна регулярность поверхности. В общем случае гладкость метрики поверхности ниже гладкости поверхности. Но, оказывается, в специальных (а именно, гармонических) координатах метрика имеет такую же или почти такую же гладкость, как и сама поверхность. Более точно, всякая $C^{m,\alpha}$ -гладкая ($m \geq 2$, $0 < \alpha < 1$) k -мерная поверхность ($2 \leq k \leq n-1$) в n -мерном римановом пространстве $M^n(m, \alpha)$ является $C^{m,\alpha}$ -гладким изометрическим погружением некоторого $C^{m,\alpha}$ -гладкого риманова

многообразия. Этот результат И. Х. Сабитова и С. З. Шефеля имеет в дифференциальной геометрии принципиальное значение, так как, во-первых, из него следует, что метрика класса $C^{m,\alpha}$ не может быть погружена в виде поверхности большей гладкости (хотя это было бы естественно ожидать, так как по формальным вычислениям порядок гладкости поверхности на единицу больше порядка гладкости ее метрики), и, во-вторых, он объясняет так называемый “парадокс дифференцируемости” поверхностей (термин Ф. Хартмана и А. Уинтнера), заключающийся в том, что метрика поверхности ведет себя так, будто она той же гладкости, что и сама поверхность.

И. Х. Сабитовым доведено до конца и решение проблемы гладкости изометрии между гладкими изометричными римановыми пространствами. Из результатов Э. Калаби – Ф. Хартмана и Ю. Г. Решетняка с дополнением И. Х. Сабитова следует, что изометрия между изометричными римановыми пространствами гладкости $C^{m,\alpha}$, $n \geq 0$, $0 \leq \alpha \leq 1$, $n + \alpha > 0$, имеет гладкость $C^{m+1,\alpha}$.

Э. Г. Позняк доказал, что компактная часть любого гомеоморфного плоскости риманова многообразия M^2 гладкости $C^{m,\alpha}$ при условии $n \geq 3$ и $0 < \alpha < 1$ погружается в 4-мерное евклидово пространство в виде поверхности той же гладкости. Тонкое использование результатов А. Д. Александрова и Ю. Г. Решетняка позволило И. Х. Сабитову перенести этот результат и на случай $n = 2$.

И. Х. Сабитов построил изометрическое погружение плоскости Лобачевского в 4-мерное евклидово пространство в виде кусочно аналитической поверхности с регулярностью в целом класса $C^{0,1}$.

Теория изгибаний поверхностей. Много работ И. Х. Сабитова посвящено теории бесконечно малых изгибаний. По этой теме в серии ВИНТИ “Современные проблемы математики. Фундаментальные направления” он написал большой обзор “Локальная теория изгибаний поверхностей”, поражающий своей глубиной и детальностью. В очень наглядной форме здесь воссоздается “венок Дарбу” – циклическая последовательность из шести поверхностей и их диаграмм вращения. Устанавливаются свойства диаграмм вращения регулярных поверхностей положительной кривизны и дается ряд признаков жесткости поверхности, основанных на локальных свойствах поверхностей Дарбу. Для желобов вращения И. Х. Сабитовым получен признак их жесткости 2-го порядка в предположении минимального класса гладкости C^1 как для поверхности, так и для поля изгибаний. В том же классе он показал существование жесткости 1-го порядка. Это принципиально важный результат, так как по теоремам Дж. Ф. Нэша – Н. Кёйпера любая поверхность, даже сфера, допускает изгибания в классе C^1 -гладких поверхностей.

Характеризуя в целом работы Иджда Хаковича в теории поверхностей, можно сказать, что в них отражается его стремление получить максимальный результат при минимальных исходных условиях.

После результата Р. Коннели, построившего первый пример замкнутого вложенного изгибаемого многогранника, И. Х. Сабитов много внимания уделил вопросам изгибания многогранников, которые привели его к замечательному результату об объемах многогранников.

Объемы многогранников. В 1996 г. И. Х. Сабитовым доказана следующая теорема, являющаяся неявным обобщением формулы Герона для площади треугольника: *для любого ориентируемого симплицеального многогранника в трехмерном евклидовом пространстве существует полиномиальное уравнение*

$$V^{2N} + a_1(l)V^{2N-2} + \dots + a_{N-1}(l)V^2 + a_N(l) = 0$$

такое, что обобщенный, т. е. алгебраический, объем V многогранника является корнем этого уравнения, в котором коэффициенты $a_i(l)$ являются многочленами от набора (l) квадратов длин ребер с некоторыми рациональными числовыми коэффициентами, зависящими только от комбинаторного строения многогранника.

Доказательство теоремы конструктивное, т. е. указывается и алгоритм построения многочлена, стоящего в левой части уравнения. Предложенный метод доказательства оказался очень плодотворным, и с его использованием Иджаду Хаковичу и его ученикам удалось найти алгоритмическое решение многих вопросов метрической теории многогранников, таких как проверка изгибаемости, проблема изометрической реализации полиэдральной метрики, вычисление длин диагоналей и т. д. Все эти алгоритмически выполняемые операции дали Иджаду Хаковичу основание ввести в геометрию новую область исследований под названием “решение многогранников” (по аналогии с термином “решение треугольников”).

Теорема верна и для многогранников с нетреугольными гранями, но в следующем понимании: коэффициенты зависят от метрики многогранника и его комбинаторного строения. Из сформулированной теоремы немедленно вытекает, что *обобщенный объем изгибаемого многогранника в ходе изгибания остается постоянным*.

Это утверждение в качестве гипотезы ранее высказывал, например, Р. Коннели, который назвал его “гипотезой кузнечных мехов”, ибо оно означает, что невозможно изготовить многогранные кузнечные меха. Почти 20 лет эта гипотеза оставалась недоказанной и считалась среди геометров одной из самых красивых задач метрической теории многогранников.

Решение гипотезы кузнечных мехов принесло И. Х. Сабитову международное признание. Он выступал как приглашенный докладчик на многих международных конференциях и получил возможность заниматься исследованиями в ведущих университетах и научных центрах мира: в Австрии, Болгарии, Бразилии, Германии, Венгрии, Израиле, Италии, Польше, США, Турции, на Украине, во Франции, Швейцарии и др. В 2002 г. на осенней сессии семинара Бурбаки в Париже Ж.-М. Шленкер прочитал доклад по приглашению “Гипотеза кузнечных мехов (по И. Сабитову)”. Появилось много работ, в которых применяется метод Иджада Хаковича или его модификации, а многочлен для объема многогранника стал называться “многочленом Сабитова”.

Человек широкой интернациональной культуры, Иджад Хакович владеет несколькими языками, как иностранными, так и народов бывшего СССР. Был переводчиком или редактором перевода нескольких книг по математике с английского и французского языков. Его популярная брошюра об объемах многогранников, по-видимому, стала первой математической книгой (не считая учебников), изданной на татарском языке. Он знает и любит классическую литературу и поэзию Запада и Востока, сам пишет стихи, преимущественно на татарском языке. Несколько его стихотворений положены на музыку профессиональными композиторами и с успехом исполняются на татарской эстраде. Интерес к литературе он унаследовал от отца, который был знаком с Мусой Джалилем, интересовался народным творчеством. После возвращения с фронта отец работал заведующим сельским клубом, писал стихи и пьесы, ставил их силами самодеятельных артистов, выступал с коллективом в окрестных деревнях, открыл библиотеку. Своему младшему сыну он дал имя Иджат, что на татарском языке означает “творчество”. Сын оправдал имя своими математическими трудами и превратился из простого деревенского паренька в профессора главного университета страны.

Жюри Международного конкурса им. Н. И. Лобачевского дважды награждало Иджада Хаковича Почетным отзывом “За выдающиеся работы в области геометрии” (в 1997 и 2002 г.). Ему также несколько раз присуждались гранты Российской академии наук в номинации “Выдающиеся ученые”.

Желаем Иджаду Хаковичу доброго здоровья и дальнейших больших успехов в творчестве.

В. А. Александров, Ю. А. Аминов, В. М. Бухштабер,
В. А. Васильев, Н. П. Долбилин, С. П. Новиков,
Ю. Г. Решетняк, В. А. Садовничий, В. Т. Фоменко