Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Д. В. Аносов, В. В. Козлов, В. А. Марченко, Ю. А. Митропольский, Е. Ф. Мищенко, С. М. Никольский, Б. Е. Патон, В. А. Садовничий, Е. Я. Хруслов, Ф. Л. Черноусько, Анатолий Михайлович Самойленко (к семидесятилетию со дня рождения), *УМН*, 2009, том 64, выпуск 1, 169–174

DOI: <https://doi.org/10.4213/rm9281>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением <http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 52.87.193.239

26 апреля 2023 г., 11:56:43

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЖИЗНЬ

Анатолий Михайлович Самойленко
(к семидесятилетию со дня рождения)

2 января 2008 г. исполнилось 70 лет выдающемуся украинскому математику Анатолию Михайловичу Самойленко.

Родился Анатолий Михайлович 2 января 1938 г. в селе Потиевка Радомышльского района на Житомирщине. Среднюю школу окончил в городе Малине, куда переехали его родители.

По окончании школы он поступает в Киевский государственный университет им. Т. Г. Шевченко на геологический факультет. Вскоре молодой студент приходит к убеждению, что его призвание – математика, и переводится на механико-математический факультет, который оканчивает с отличием в 1960 г. В этом же году Анатолий Михайлович поступает в аспирантуру Института математики АН УССР, которую успешно оканчивает через три года защитой кандидатской диссертации “Применение асимптотических методов для исследования нелинейных дифференциальных уравнений с нерегулярной правой частью”. Всего через четыре года, в 1967 г. Анатолий Михайлович защищает докторскую диссертацию “Некоторые вопросы периодических и квазипериодических систем”.

С 1963 по 1974 г. Анатолий Михайлович работает в Институте математики АН УССР сначала в должности младшего, а с 1965 г. – старшего научного сотрудника; в 1974–1987 гг. он возглавляет кафедру дифференциальных уравнений Киевского государственного университета им. Т. Г. Шевченко. В 1987 г. А. М. Самойленко возвращается в Институт математики и возглавляет отдел обыкновенных дифференциальных уравнений, а через год коллектив избирает его директором этого института. С 2006 г. А. М. Самойленко является академиком-секретарем Отделения математики НАН Украины. В 1978 г. он был избран членом-корреспондентом, а в 1995 г. – действительным членом Национальной академии наук Украины.

В середине 1960-х А. М. Самойленко, под влиянием работ А. Н. Колмогорова, В. И. Арнольда, Н. Н. Боголюбова, Ю. Мозера и в соавторстве с Ю. А. Митропольским, проводит интенсивные исследования актуальных задач теории многочастотных нелинейных колебаний, связанных с известной проблемой малых знаменателей. С помощью метода последовательных замен переменных, обладающего ускоренной сходимостью, и техники сглаживания ему удается получить ряд важных результатов для конечно дифференцируемых неконсервативных систем нелинейной механики, в частности, доказать теоремы о выпрямлении почти параллельного векторного поля

на торе произвольной размерности, о существовании линеаризующего диффеоморфизма в окрестности тороидального многообразия, заметаемого квазипериодической траекторией, о приводимости (в смысле Ляпунова) линейных квазипериодических систем с почти постоянными коэффициентами, а также о мере приводимых систем этого класса. Отметим, что техника построения приводящего преобразования линейной квазипериодической системы с помощью метода ускоренной сходимости вскоре нашла свое широкое применение при изучении структуры спектра одномерного стационарного оператора Шрёдингера с квазипериодическим потенциалом.

Важное место в научных изысканиях А. М. Самойленко занимают вопросы теории инвариантных тороидальных многообразий нелинейных динамических систем. Ему принадлежит разработка эффективного метода исследования проблемы сохранения инвариантных торов при возмущениях. В основу своего подхода А. М. Самойленко положил понятие функции Грина линейного расширения динамической системы на торе. Говоря о преимуществах этого подхода, следует обратить внимание на несколько обстоятельств. Во-первых, в отличие от традиционных методов теории возмущений, использование функции Грина при решении задачи о сохранении инвариантного многообразия впервые позволило избавиться от необходимости введения в его окрестности координат, приводящих невозмущенную систему к системе с постоянными коэффициентами. Во-вторых, с помощью аппарата функций Грина удалось не только доказать теоремы существования устойчивых и гиперболических инвариантных торов в рамках теории возмущений, но и получить оптимальные результаты о степени их гладкости, зависимости от параметров и т. п. Наконец, этот аппарат в дальнейшем нашел эффективное применение в работах А. М. Самойленко и его учеников при изучении аналогичных вопросов теории дискретных, импульсных, счетных динамических систем, систем в банаховом пространстве и дифференциальных уравнений с запаздыванием.

Исследуя поведение траекторий динамической системы в окрестности ее инвариантного тороидального многообразия, А. М. Самойленко указал весьма общие условия существования диффеоморфизма, сопрягающего такую систему с соответствующей канонической формой. Оказалось, что последняя имеет структуру уже упоминавшегося выше линейного (однородного) расширения динамической системы, индуцированной системой на ее инвариантном многообразии. В связи с указанным выше исследованием поведения траекторий, отметим тонкий результат эргодического характера: в случае квазипериодической обмотки интегральное среднее от произвольной непрерывной функции вдоль траекторий нелинейного расширения системы на торе стремится к интегралу по эргодической мере на торе. А. М. Самойленко и его учениками была разработана содержательная теория, объясняющая, в частности, каким образом связаны между собой такие существенные характеристики расширения, как наличие экспоненциальной дихотомии и расщепляемости, обладание (знакопеременной) функцией Ляпунова, существование функции Грина, существование инвариантного сечения соответствующего неоднородного расширения при произвольной неоднородности.

Проблемы многочастотных колебаний продолжали занимать одно из центральных мест и в последующих исследованиях А. М. Самойленко, а полученные им результаты вывели его в число мировых лидеров в этой области. Так, в 1970-х в соавторстве с Ю. А. Митропольским он разрабатывает асимптотический метод разложения по малому параметру формального преобразования, приводящего слабо нелинейную многочастотную колебательную систему к нормальной форме как в нерезонансном, так и в резонансном случаях. Использование и дальнейшее развитие этого метода дало возможность А. М. Самойленко доказать ряд глубоких теорем о существовании в системах указанного типа инвариантных тороидальных многообразий, порождаемых так называемыми квазистационарными состояниями соответствующих нормализованных систем, и таким образом получить далеко идущие обобщения теоремы Н. Н. Боголюбова об обосновании метода усреднения на бесконечном промежутке времени.

Еще одно направление исследований А. М. Самойленко в области нелинейных колебаний касается обоснования метода усреднения и изучения резонансных явлений в многочастотных системах, включая системы с медленно меняющимися параметрами. Здесь, в первую очередь, обращают на себя внимание выведенные им тонкие оценки осциллирующих интегралов, возникающих при изучении процесса прохождения траекторией резонансных подмножеств фазового пространства. Именно с помощью различных вариантов оценок такого типа А. М. Самойленко и его учениками были получены новые глубокие результаты по обоснованию метода усреднения в колебательных системах с числом частот больше двух.

Характерной чертой научной деятельности А. М. Самойленко является гармоничное сочетание исследований преимущественно теоретического характера, направленных, в частности, на доказательство теорем существования, с разработкой эффективных конструктивных методов. Яркое тому подтверждение можно найти в его известной монографии “Элементы математической теории многочастотных колебаний. Инвариантные торы”, вышедшей в издательстве “Наука” в 1987 г. (перевод на английский язык: *Elements of the mathematical theory of multi-frequency oscillations*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1991). Не ограничиваясь теоремами существования возмущенных инвариантных торов, полученными с помощью аппарата функций Грина, автор излагает и свои результаты по разработке и обоснованию приближенного проекционно-итеративного метода отыскания инвариантных торов в виде сходящейся последовательности тригонометрических полиномов.

Другой весьма убедительный пример – предложенный в 1965 г. А. М. Самойленко численно-аналитический метод отыскания периодических решений существенно нелинейных дифференциальных уравнений, носящий в современной научной литературе его имя. Этот метод позволяет процесс поиска периодического решения условно разбить на два этапа. Вначале с помощью некоторой модификации метода Пикара строится последовательность периодических функций, зависящих от параметра, который играет роль общего начального значения каждой функции из этой последовательности. Одновременно конструируется и некоторая последовательность отображений фазового пространства исследуемой системы. Предельное, так называемое определяющее, отображение, если оно существует, обладает тем свойством, что его нуль как раз и представляет собой начальное значение искомого периодического решения. Таким образом, второй этап численно-аналитического метода заключается в решении определяющей системы уравнений для начального значения периодического решения. Обосновывая свой метод, А. М. Самойленко получил близкие к неулучшаемым условия его сходимости, а также условия существования точного периодического решения и его приближений в терминах вращения векторного поля, порожденного приближенным определяющим отображением.

Подтверждением высокого профессионализма Самойленко-математика является его умение быстро разбираться в сути новых для него задач, находя оригинальные пути их решения, способность удерживать в поле своего активного внимания широкий диапазон проблем современной математики. Характерный пример: работая над докторской диссертацией, посвященной проблемам теории периодических и квазипериодических систем, А. М. Самойленко публикует в 1968 г. важный результат об эквивалентности гладкой функции ее полиному Тейлора в окрестности критической точки конечного типа – результат, относящийся к тогда лишь зарождавшейся теории особенностей отображений.

Талант А. М. Самойленко как ученого и организатора науки ярко проявляется и в его умении одновременно руководить исследовательской работой сразу нескольких групп ученых, занятых решением задач, имеющих порой весьма отдаленную связь друг с другом. Результатом этой деятельности стали многочисленные работы ученых школы Самойленко, посвященные многим актуальным проблемам математики, в частности, нётеровым краевым задачам, интегрируемым конечномерным

и бесконечномерным гамильтоновым системам, групповому анализу нелинейных эволюционных уравнений.

Говоря о вкладе Анатолия Михайловича в теорию динамических систем, отметим его результаты, касающиеся исследования инвариантных множеств динамических систем, порожденных автономными дифференциальными уравнениями. Весьма плодотворной оказалась идея применения аппарата функций Ляпунова. Так, анализируя второй метод Ляпунова, он подметил, что в случае знакопостоянства функции Ляпунова ее нули при определенных условиях образуют инвариантное устойчивое множество. Одним из условий оказалась компактность нулей знакопостоянной функции в исследуемой области. Знакопостоянную функцию, нули которой обладают указанным свойством, А. М. Самойленко назвал знакоопределенной в области, расширив тем самым понятие знакоопределенной функции Ляпунова, в которой множество нулей суть начало координат. В терминах таких функций и их производных удалось описать как глобально, так и локально инвариантные множества, а также исследовать их устойчивость. При этом возникла естественная задача: какие условия гарантируют то, что локально инвариантное множество (или его часть) является глобально инвариантным? Он успешно справился с ней, показав, что таким условием является аналитичность правых частей системы и знакоопределенной функции, описывающей локально инвариантное множество. Отметим также его результаты, касающиеся принципа сведения – метода, позволяющего свести исследование устойчивости инвариантного множества к исследованию его устойчивости для начальных данных с некоторого многообразия, содержащего данное множество. В случае, когда инвариантное множество есть точка, указанная задача решена В. А. Плиссом, полученный им результат известен как принцип сведения в теории устойчивости. А. М. Самойленко получил подобный результат в более общей ситуации, когда исследуемое инвариантное множество не обязательно одноточечное, а лежит на множестве нулей некоторой знакопостоянной функции. При этом множество нулей предполагается лишь локально инвариантным.

Идеи и методы Анатолия Михайловича, разработанные в рамках теории обыкновенных дифференциальных уравнений, оказались настолько глубокими и универсальными, что они нашли свое успешное применение в теории разностных, дифференциально-функциональных уравнений, уравнений в частных производных, дифференциальных уравнений в банаховых пространствах, стохастических дифференциальных уравнений. Так, использование функции Грина позволило юбиляру, совместно с учениками, построить общую теорию инвариантных тороидальных многообразий систем разностных уравнений и уравнений с запаздывающим аргументом. В большом цикле статей и монографий, написанных А. М. Самойленко и его учениками, была продемонстрирована универсальность и высокая эффективность численно-аналитического метода как средства решения не только периодических, но и многоточечных краевых задач для широкого круга уравнений, в том числе уравнений с запаздыванием, разностных, интегро-дифференциальных и дифференциально-функциональных уравнений, уравнения с импульсным воздействием, уравнений с частными производными и др. Отметим совсем недавно полученные результаты А. М. Самойленко, касающиеся условий существования глобальных двухсторонних решений систем линейных неоднородных дифференциальных уравнений с непрерывными на оси коэффициентами и отклоняющимся аргументом. Как известно, в отличие от обыкновенных линейных уравнений, такие системы могут и не иметь определенных на всей оси решений. Исследование существования таких решений Анатолий Михайлович провел весьма оригинальным методом, связав данный вопрос с возможностью построения по исходной системе с отклонением линейной системы обыкновенных дифференциальных уравнений с непрерывными на оси коэффициентами, все решения которой суть решения системы с отклонением аргумента.

Существен вклад юбиляра в теорию дифференциальных и разностных уравнений в банаховых пространствах, в частности, в пространствах ограниченных числовых

последовательностей. Им, совместно с учениками, получен целый ряд фундаментальных результатов в теории инвариантных тороидальных многообразий уравнений указанного вида, а также нелинейных дифференциальных уравнений с импульсным воздействием, решена известная задача приводимости для случая периодических, квазипериодических и почти периодических счетных систем дифференциальных уравнений. Доказаны новые теоремы, связанные с построением периодических решений систем с периодическими коэффициентами. За последнее время получены новые, интересные результаты в области счетноточечных нелинейных краевых задач для дифференциальных уравнений в пространствах ограниченных числовых последовательностей, построены основы теории полуинвариантных многообразий для вырожденных счетных систем разностных уравнений, разработана методика построения периодических решений нелинейных разностных уравнений в абстрактных банаховых пространствах.

С помощью предложенных Анатолием Михайловичем методов им, совместно с учениками, получен ряд важных результатов в новой области, лежащей на стыке теории вероятностей и дифференциальных уравнений, – теории стохастических дифференциальных уравнений. Основное направление исследований тут касается качественной теории таких уравнений, важнейшим аспектом которой являются вопросы, связанные с инвариантными множествами. Поскольку решения стохастических уравнений суть случайные процессы, то весьма важно указать условия существования детерминированных инвариантных поверхностей, на которых с вероятностью единица лежат траектории решений. Полученные ранее результаты других исследователей в основном касались случайных инвариантных множеств, либо детерминированных инвариантных поверхностей, являющихся, по сути, первыми интегралами системы, что приводило к весьма жестким ограничениям на коэффициенты уравнений. Применение же, аналогично детерминированному случаю, аппарата функций Ляпунова, привело к новым результатам в этом направлении. Так, получены довольно общие условия, при которых нули таких функций описывают инвариантные множества. Исследована также их устойчивость в различных вероятностных смыслах. Используя идеи обоснования абстрактного принципа сведения, ему удалось доказать аналогичный результат для стохастических дифференциальных уравнений, что позволило, во-первых, понизить порядок исходной системы, а во-вторых, получить новый эффект – свести исследование устойчивости инвариантного множества стохастической системы к исследованию системы детерминированной.

Обобщив понятие функции Грина, введя ее стохастический аналог, Анатолию Михайловичу, совместно с учениками, удалось построить теорию стохастических расширений динамических систем на торе, описывающих колебательные процессы, амплитуда которых подвергается случайным возмущениям. Основным объектом, аналогично детерминированному случаю, оказался случайный инвариантный тор, для которого в линейном случае получено интегральное представление с помощью стохастического интеграла Ито.

В терминах квадратичных форм методом, предложенном юбиляром, получены условия экспоненциальной дихотомии линейных стохастических систем Ито. Ранее подобные результаты были известны только для стохастических систем с постоянными или периодическими коэффициентами.

Весьма эффективно сработала в теории стохастических уравнений идея А. М. Самойленко, предложенная им для получения условий существования двухсторонних решений импульсных систем. С ее помощью, в сочетании с методом усреднения, удалось построить ограниченное в среднем квадратическом решение нелинейной стохастической системы, определенное на всей оси. Отметим, что классические теоремы существования для стохастических систем гарантируют продолжение их решений только в одну сторону.

С исследованиями А. М. Самойленко и его учеников в 1970–80-х годах справедливо связывают возникновение и формирование теории дифференциальных систем

с импульсным воздействием. Публикации именно этих авторов положили начало систематическому и всестороннему изучению различных вопросов, связанных с качественными характеристиками решений таких уравнений. Результаты исследований, составляющие основы теории импульсных систем, представлены в монографии: А. М. Самойленко, Н. А. Перстенюк, “Дифференциальные уравнения с импульсным воздействием”, Вища школа, Киев, 1987. Эта монография явилась первой в мировой литературе книгой, в которой изложены основополагающие результаты теории дифференциальных уравнений с импульсным воздействием. Позднее (в 1995 г.) монография была дополнена новыми результатами и переведена на английский язык. Появление цикла публикаций Анатолия Михайловича, посвященных изучению импульсных систем, стимулировало дальнейшие многочисленные исследования в этой области.

Результаты А. М. Самойленко, упомянутые выше, – лишь часть его научных достижений; число научных публикаций Анатолия Михайловича превышает 400; он является автором 30 монографий. Работы А. М. Самойленко существенно обогатили математическую науку фундаментальными результатами в разных областях: теории многочастотных колебаний, асимптотических методов, теории импульсных систем, численно-аналитических методов.

Анатолий Михайлович успешно сочетает активную научную работу с педагогической деятельностью. Профессор А. М. Самойленко преподает в Киевском национальном университете им. Тараса Шевченко и Национальном техническом университете “КПИ”, где читает нормативные и специальные курсы по дифференциальным уравнениям, руководит подготовкой студентами бакалаврских, дипломных, магистерских работ, а также – диссертационных работ аспирантов. При этом проявляется большой педагогический талант Анатолия Михайловича. Его лекции отличаются высоким научным уровнем и одновременно четкостью и доступностью изложения даже самых сложных вопросов. При этом Анатолий Михайлович всегда находит контакт со студенческой аудиторией. В совершенстве владея методикой преподавания математики и при этом обладая тонким чувством юмора, Анатолий Михайлович умеет удачной шуткой дать на лекции несколько секунд отдыха уставшим порой от напряженной учебной деятельности студентам. Выпускники механико-математического факультета Киевского национального университета, даже спустя десятилетия после окончания университета, с особым чувством вспоминают прекрасные лекции Анатолия Михайловича.

Под руководством А. М. Самойленко его ученики написали и успешно защитили 24 докторских и 76 кандидатских диссертаций.

Анатолий Михайлович является членом Украинского и Американского математических обществ, членом редакционных коллегий многих журналов, среди них “Український математичний журнал”, “Доповіді Національної академії наук України”, “Нелінійні коливання”, “У світі математики”, “Nonlinear Mathematical Physics”, “Memoirs on Differential Equations and Mathematical Physics” и др.

А. М. Самойленко награжден орденом Дружбы народов (1984 г.) и орденом “За заслуги” III степени (2003 г.), Почетной грамотой Президиума Верховного Совета Украины (1987 г.), является лауреатом Государственных премий Украины в области науки и техники (1985, 1996 гг.), Республиканской премии им. Н. Островского (1968 г.), премий Академии наук Украины им. Н. М. Крылова (1981 г.) и Н. Н. Боголюбова (1998 г.), премий НАН Украины им. М. А. Лаврентьева (2000 г.) и М. В. Остроградского (2004 г.), удостоен звания “Соросовский профессор” (1998 г.), “Заслуженный деятель науки и техники Украины” (1998 г.).

Мы желаем Анатолию Михайловичу доброго здоровья и сил, многих лет такой же яркой и плодотворной деятельности во славу математической науки.

*Д. В. Аносов, В. В. Козлов, В. А. Марченко, Ю. А. Митропольский,
Е. Ф. Мищенко, С. М. Никольский, Б. Е. Патон,
В. А. Садовничий, Е. Я. Хруслев, Ф. Л. Черноусько*