Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

А. И. Аптекарев, Г. Лопес Лагомасино, Э. Б. Сафф,
В. Тотик, Г. Шталь, Андрей Александрович Гончар
(к 80-летию со дня рождения), *УМН*, 2011, том 66, вы-
пуск 6, 197–204

DOI: <https://doi.org/10.4213/rm9451>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru под-
разумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.198.187.58

26 апреля 2023 г., 14:32:09

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЖИЗНЬ

Андрей Александрович Гончар

(к восьмидесятилетию со дня рождения)

Андрей Александрович Гончар родился 21 ноября 1931 г. в Ленинграде. В связи с его семидесятилетием в замечательной статье [1] был дан обзор многих из его выдающихся результатов в области рациональных и гармонических аппроксимаций, в изучении классов квазианалитических функций и в теории потенциала. В этой ста-

тье было отражено влияние идей А. А. Гончара, достижения созданной им научной школы, его деятельность как организатора науки и как ученого. Мы хотели бы присоединиться к празднованию теперь уже восьмидесятилетия Андрея Александровича и дополнить то, что уже было сказано о нем ранее.

Список его публикаций до 2001 г. приведен в [1]. Мы начнем с того, что продолжим этот список работами [2], [3] и [4] последнего десятилетия и подробно остановимся на одном его результате, полученном в [4].

В работе [4] А. А. Гончар рассматривает непрерывную C -дробь

$$f(z) = 1 + \frac{a_1 z^{\alpha_1}}{1 + \frac{a_2 z^{\alpha_2}}{1 + \ddots}}, \quad (1)$$

где α_k – произвольные натуральные числа, а a_k – ненулевые комплексные числа, $k = 1, 2, \dots$. Известно, что если параметры C -дроби (1) удовлетворяют условиям

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \alpha_k = \infty, \quad \lim_{k \rightarrow \infty} |a_k|^{1/\alpha_k} = 1, \quad (2)$$

то эта дробь сходится равномерно в сферической метрике на компактных подмножествах единичного круга $D : |z| < 1$. Таким образом, предельная функция f , определенная в D непрерывной дробью (1), (2), мероморфна в круге (и голоморфна в точке $z = 0$, $f(0) = 1$).

Классический пример C -дроби вида (1) – непрерывная дробь Рамануджана

$$\Re(z) = 1 + \frac{z}{1 + \frac{z^2}{1 + \ddots}},$$

для которой единичный круг D является естественной границей аналитичности.

Еще в 1940 г. В. Лейтон высказал гипотезу, что это же свойство (непродолжимости за пределы круга D) должно выполняться для функции f , заданной C -дробью вида (1) с произвольными показателями $\alpha_k \rightarrow \infty$ при подходящих условиях на коэффициенты a_k (подробное обсуждение этой гипотезы см. в [5; с. 41–42]). В том же году В. Т. Скотт и Х. С. Уолл [6] доказали соответствующий результат для весьма специального случая: $\alpha_k = m^k$, $a_k = a$, $k = 1, 2, \dots$ (здесь число $m \geq 2$ – целое, а a – действительное). В. Трон [7] доказал гипотезу Лейтона для непрерывных дробей вида (1), (2) с неубывающей последовательностью показателей $\{\alpha_k\}$ при некотором довольно ограниченном условии на арифметическую структуру элементов этой последовательности (см. [8]). В [8] приведен обзор указанных и последующих результатов в этом направлении; кроме того, в [8] подчеркивается, что полученные результаты устанавливают справедливость гипотезы Лейтона (без каких-либо дополнительных ограничений на арифметическую природу α_k) только для очень быстро растущих показателей α_k (точнее, для $\alpha_k/\alpha_{k-1} \rightarrow \infty$).

Гончар доказал гипотезу Лейтона для произвольной неубывающей последовательности показателей $\{\alpha_k\}$:

$$\alpha_{k-1} \leq \alpha_k, \quad k = 2, 3, \dots \quad (3)$$

Точнее, в [4] он получил следующий результат.

ТЕОРЕМА 1. Пусть мероморфная в единичном круге $D : |z| < 1$ функция f определена C -дробью вида (1), (2). Если последовательность показателей $\{\alpha_k\}$ удовлетворяет дополнительному условию

$$\beta_k := \alpha_k - \alpha_{k-1} + \alpha_{k-2} - \alpha_{k-3} + \dots + (-1)^{k-1} \alpha_1 > 0, \quad k = 1, 2, \dots, \quad (4)$$

то круг D является естественной областью существования функции f (другими словами, каждая точка окружности $L : |z| = 1$ является особой точкой мероморфной функции $f(z)$, $z \in D$).

Ясно, что *дополнительное условие (4)* не влечет ограничений на скорость приближения к бесконечности показателей α_k , тем самым доказана справедливость гипотезы Лейтона при очень общих условиях. Прекрасный результат!

Теперь, чтобы отразить влияние Андрея Александровича Гончара на судьбы отдельных математиков и развитие математической науки в целом, мы хотели бы на собственных примерах и от первого лица рассказать о наиболее ярких впечатлениях нашего общения с ним.

Г. Л. Л.: Я приехал в Москву в 1974 г. для обучения в аспирантуре мехмата МГУ почти сразу после того, как Гончар был избран членом-корреспондентом АН СССР. Для него это должно было быть непростым решением – согласиться стать научным руководителем иностранца, которого он совсем не знал. Возможно, это случилось ввиду его обостренного чувства ответственности за судьбу конкретного человека и желания содействовать научному развитию молодой страны. В это время у Гончара было три других аспиранта и два студента-дипломника. Какого-то особого внимания ко мне не было, но нам всем очень повезло, потому что каждую неделю по понедельникам после известного теперь семинара, созданного Гончаром в Институте Стеклова, он обсуждал с каждым из нас по очереди то, что нам уже удалось сделать, ставил вопросы, давал советы и предлагал следующие задания. Мы знали, что впереди у нас длинный день,¹ потому что никто не уходил до тех пор, пока он не побеседует со всеми, а сам он никогда не спешил. Среди вещей, поразивших меня более всего, были его мастерство, порядок и ясность при передаче идей. Спецкурсы и обязательные лекции по комплексному анализу, которые он читал в Московском университете, отличались особым мастерством. Наши собственные выступления на семинарах тоже должны были соответствовать его стандартам порядка и ясности, и он мягко поправлял нас, если это было необходимо.

Его уважение к классикам анализа, как источнику новых идей и постановок новых задач в современной перспективе, ощущалось постоянно. К ним всегда апеллировали на семинаре. Его способность интуитивно выводить общие заключения из весьма частных случаев была поразительной и вообще это был его обычный способ ставить перед нами новые задачи для исследований. Например, на одной из этих еженедельных встреч он нарисовал полуось $[0, +\infty)$ на бумаге и сказал мне приблизительно следующее:

“Предположим, что нам задана положительная мера μ с носителем на полуоси $[0, +\infty)$. Для преобразования Коши $\hat{\mu}$ этой меры рассмотрим последовательность диагональных аппроксимаций Паде с интерполяцией в некоторой отрицательной точке $z = a$. Тогда по теореме Маркова мы имеем сходимость аппроксимаций Паде без каких-либо условий на μ . С другой стороны, если мы проинтерполируем эту же функцию $\hat{\mu}$ в точке $z = \infty$, то по теореме Стильтеса сходимость имеет место тогда и только тогда, когда проблема моментов для μ определена. Следовательно, должен быть справедлив общий результат, охватывающий все промежуточные случаи для диагональных последовательностей многоточечных аппроксимаций Паде, соответствующих таблице узлов интерполяции на промежутке $[-\infty, a]$ ”.

¹В те годы семинар Гончара в Математическом институте им. В. А. Стеклова проходил, как и теперь, по понедельникам, но начинался не в 18.00, а в 14.30. Так продолжалось до тех пор, пока Гончар не был избран сначала в 1988 г. академиком-секретарем отделения математики АН СССР, а затем в 1992 г. вице-президентом РАН. Хотя он фактически и передал руководство семинаром Е. М. Чирке и А. И. Аптекареву, но сам пропускать заседания семинара не хотел. Поэтому и решил перенести его начало на столь позднее время, когда уже заведомо не было никаких официальных заседаний. То же самое произошло с заседаниями редколлегии журнала “Математический сборник”: еще при Л. С. Понтрягине они традиционно проходили по четвергам и начинались в 12.00. По вышеуказанной причине эти заседания также стали начинаться позднее – в 16.00. – *Прим. перев.*

Решение этой задачи (см. [9]) оказалось одним из главных результатов моей кандидатской диссертации. Мы все тогда работали над кругом вопросов, возникших в связи с результатом Гончара [10] о сходимости диагональных аппроксимаций Паде для мероморфных функций марковского типа, т.е. функций вида $f = \hat{\mu} + r$, где мера μ имеет компактный носитель, а r есть рациональная функция с полюсами вне минимального отрезка, содержащего носитель μ .² Кроме того, источником новых задач, как прямых, так и обратных, для нас были классические результаты А. А. Маркова, Ж. Адамара, Р. Монтеcssу де Боллора и Э. Фабри. Настоячивость Андрея Александровича в том, чтобы мы публиковали наши результаты, полученные под его руководством, единолично, является свидетельством его необычайной щедрости и поддержки, оказываемой им своим ученикам. Трудно выразить словами мою признательность и благодарность моему Учителю!

Э. Б. С.: Первый раз я встретил профессора Гончара в 1978 г. в Хельсинки на Международном конгрессе математиков. Мой руководитель Дж. Л. Уолш очень высоко ценил Гончара за его яркие работы по аппроксимации и интерполяции рациональными функциями в комплексной области. Он настоятельно рекомендовал мне представиться Гончару на МКМ. Кроме того, Гончар перевел на русский язык классическую монографию Уолша [11]. Тем самым, у нас были сильные пересечения научных интересов. В то время возможности для американцев встретиться с советскими математиками были редкими, и я опасался, сможем ли мы нормально общаться. Но эти опасения быстро развеялись, как только мы начали наш диалог. Обаятельный и отзывчивый, Гончар был готов делиться своим пониманием математики. Мы тут же сделали следующий шаг и организовали на МКМ специальную встречу между математиками Запада и Востока для обсуждения текущего состояния теории аппроксимаций Паде. Без сомнения, участие Гончара в этой встрече, случившейся на ранней стадии моей научной карьеры, в значительной степени определило направление моих собственных исследований.

Гончар прекрасно понимал, что математические исследования не имеют национальных границ, и с энтузиазмом присоединился ко мне для организации двух крупных конференций США–СССР по теории аппроксимаций: первая в Тампе, Флорида, в 1990 г. [12], а следующая в Ленинграде в 1991 г. [13]. Несомненно, эти конференции дали импульс продолжительным совместным исследованиям и способствовали созданию и укреплению международных научных связей.

Мое восхищение научными результатами Гончара связано с его тонким эстетическим чувством того, что значит красота в математике. Его статьи по рациональным аппроксимациям замечательны не только полученными там выдающимися результатами, но и элегантностью приведенных доказательств. Эта элегантность неизменно присутствовала и в его лекциях. Я вспоминаю одну из них, прочитанную на конференции по теории аппроксимаций в Техасе, в университете A&M, когда в течение часового доклада он написал всего лишь пару строк на доске. Его объяснения были столь ясны и вдохновенны, что не было нужды прибегать к формулам. Это, несомненно, была одна из лучших математических лекций, которые я когда-либо слушал. Что меня также в нем восхищает, так это его готовность и решительность в признании значимости результатов других математиков.

Влияние замечательных результатов Гончара и в особенности его подхода, основанного на теоретико-потенциальных методах, сохранится в теории рациональных аппроксимаций еще долгое время. Он оказал глубокое воздействие на этот раздел

---

²Впоследствии этот результат Гончара стал широко известен и получил разнообразные интерпретации и дальнейшие обобщения, в частности – в спектральной теории оператора Якоби. – *Прим. перев.*

математики и на многих из тех, кто работает в теории аппроксимаций. Я считаю, что мне очень повезло в том, что наши пути пересеклись.

В. Т.: Я знал об Андрее Александровиче Гончаре и его фундаментальном вкладе в ряд разделов математического анализа задолго до нашей личной встречи. В нашей книге с Гербертом Шталем [14] мы рассматривали марковские функции, аппроксимации Паде, многоточечные интерполяции. И всегда в работе с этими понятиями мы находились под влиянием результатов Гончара и его научной школы. Позднее, когда мы с Эдом Саффом писали книгу [15] о потенциалах во внешних полях, мы тоже были под большим влиянием замечательной теории Гончара–Рахманова, которую они разработали, решая в терминах внешних полей и свободных границ знаменитую задачу об “ $1/9$ ” (“ $1/9$ ”-conjecture), см. [16] и [17]. То же самое можно сказать и об их оригинальных работах по векторным задачам равновесия [18] и [19], породивших в итоге целое направление.

Я встречался с ним лишь дважды – один раз коротко на конференции, а другой раз, когда он посетил Тампу, Флорида, в 1990 г. Мы отправились вместе в парк Форт де Сото, но для прогулки по пляжу погода была слишком плохой и мы провели весь день в разговорах о математике. Во время этой беседы он поставил задачу выяснить, насколько условие $\mu' > 0$ почти всюду необходимо для справедливости теоремы Рахманова об асимптотике отношения ортогональных многочленов. Я заинтересовался этой задачей, и со временем возник новый метод, который гарантировал и асимптотику отношения, и даже более сильные свойства для некоторого достаточно широкого класса мер (например, эти меры могли быть абсолютно непрерывны относительно заданной меры). Барри Саймон в своей монографии по ортогональным многочленам посвятил целый параграф таким мерам, см. [20; Section 2.10]. Этого параграфа не было бы без таланта Гончара задавать точно направленные, интересные и важные вопросы.

Г. Ш.: Первый раз я встретился с Андреем Александровичем Гончаром на конференции по конструктивной теории функций весной 1977 г. в Благоевграде, Болгария. Это было вскоре после окончания моей работы над диссертацией. В процессе работы над ней у меня возник особый интерес к полиномиальным и рациональным аппроксимациям в комплексной плоскости. Из советской школы того времени мое внимание в этой области привлекали три имени выдающихся математиков: С. Н. Мергелян, А. Г. Витушкин и А. А. Гончар. Поэтому, прочитав в программе конференции в Благоевграде, что Гончар будет председательствующим на одной из секций, я ожидал этой встречи с особым предвкушением. А затем, уже на конференции, я был приятно удивлен той теплотой и дружелюбием, с которыми он приветствовал юного и еще несориентированного новичка, которым я несомненно был в то время. Он продемонстрировал большой интерес к моим результатам о сходимости внедиагональных аппроксимаций Паде. Конечно, как делающий первые шаги в многогранном мире математики, я был тогда ошеломлен тем, как много существует различных направлений и какие замечательные математики участвуют в конференции. Это был очень ценный опыт.

Моя следующая встреча с Гончаром произошла примерно через 10 лет на Пятнадцатом международном симпозиуме по теории аппроксимаций в Коллеж-Стэйшен, Техас. В то время техасские конференции по теории аппроксимаций были в некотором смысле главной ярмаркой новых идей и новых ученых в этой области. Гончар был приглашен в качестве одного из главных докладчиков, но некоторые проблемы с его поездкой через Кубу делали его участие неопределенным. Поэтому, когда после двухдневной задержки он наконец появился, организаторы почувствовали видимое облегчение и были очень обрадованы. Когда мы столкнулись с ним в одном из коридоров здания конференции, он приветствовал меня с искренней радостью, и я был удив-

лен и тронут тем, что он помнит меня с времен нашей встречи в Болгарии. В эти 10 лет теория аппроксимаций уже не являлась моим основным делом – я зарабатывал на жизнь прикладной статистикой, но у меня была возможность закончить и записать некоторые из моих ранних идей. Гончар ободрил меня и посвятил много своего личного времени нашим обсуждениям. Насколько я помню, одной из тем наших обсуждений была его статья [21], которой я восхищался тогда и восхищаюсь до сих пор. В ней он развил теорему Наттолла–Померенке в завершенную теорию быстро сходящихся рациональных аппроксимаций. Это привело к интересным связям с квазианалитическими функциями и однозначностью аналитического продолжения.

Во время конференции в Техасе мы, к сожалению, не обсудили с Гончаром только что полученное им (совместно с Евгением Рахмановым) решение знаменитой задачи “об $1/9$ ”. По моему мнению, это один из его самых лучших результатов, лежащий в основе современной теории рациональных аппроксимаций в комплексной области. Этот результат имел огромное значение для дальнейшего развития теории приближений, и, кроме того, он представляет собой прекрасный пример плодотворного использования в других областях.

Из последующих наших встреч для меня наиболее памятно мое четырехмесячное пребывание в Москве зимой 1995–1996 гг. В это время мне посчастливилось посещать семинар Гончара в Институте Стеклова. Этот семинар представлял собой совершенно особое явление. Его атмосфера, в самом деле, была замечательная, очень живая, с многими спонтанными обсуждениями. Все это довольно сильно отличалось от того, к чему я привык в Берлине. Тут я смог понять, почему многие мои коллеги рассматривали такую форму семинаров как одну из основ сильной математической школы, созданной в Советском Союзе и России. Когда я жил в Москве, Гончар уже был вице-президентом Российской академии наук. Пребывание на этом посту очевидно приводило к очень жесткому планированию его времени. Тем не менее, каждую неделю он приходил на семинар и с увлечением участвовал в математической дискуссии.

Что касается жизни за границами математического мира, то в это время в Москве мне пришлось лично наблюдать те трудности в российском обществе, которые были связаны с переходным периодом и кризисом. Все это оказывало сильное влияние на жизнь и работу моих московских коллег. Этот опыт существенно повлиял и на мой взгляд на жизнь и общество. Не будучи в курсе задач и целей официальной академической деятельности Гончара в то трудное время, я все же чувствовал напряженность ситуации и интенсивность его работы. Многие мои московские друзья-математики говорили с большим уважением и признательностью об этой его деятельности для математики и академии.

Примите наши поздравления, дорогой Андрей Александрович, в связи с Вашим 80-летием и наши наилучшие пожелания Вам многих лет, доброго здоровья и плодотворного научного творчества!

А. И. Аптекарев, Г. Лопес Лагомасино,
Э. Б. Сафф, В. Тотик, Г. Шталь

Список литературы

- [1] А. А. Болибрух, А. Г. Витушкин, В. С. Владимиров, Е. Ф. Мищенко, С. П. Новиков, Ю. С. Осипов, А. Г. Сергеев, П. Л. Ульянов, Л. Д. Фаддеев, Е. М. Чирка, “Андрей Александрович Гончар (к семидесятилетию со дня рождения)”, *УМН*, **57**:1(343) (2002), 185–190; англ. пер.: A. A. Bolibrukh, A. G. Vitushkin, V. S. Vladimirov, E. F. Mishchenko, S. P. Novikov, Yu. S. Osipov, A. G. Sergeev, P. L. Ul’yanov, L. D. Faddeev, E. M. Chirka, “Andrei Aleksandrovich Gonchar (on his 70th birthday)”, *Russian Math. Surveys*, **57**:1 (2002), 191–198.

- [2] А. А. Гончар, “Рациональные аппроксимации аналитических функций”, Совр. пробл. матем., **1**, МИАН, М., 2003, 83–106; англ. пер.: А. А. Gonchar, “Rational approximations of analytic functions”, *Proc. Steklov Inst. Math.*, **272**, suppl. 2 (2011), 44–57.
- [3] А. А. Гончар, С. П. Суетин, “Об аппроксимациях Паде мероморфных функций марковского типа”, Совр. пробл. матем., **5**, МИАН, М., 2004, 3–67; англ. пер.: А. А. Gonchar, S. P. Suetin, “On Padé approximants of meromorphic functions of Markov type”, *Proc. Steklov Inst. Math.*, **272**, suppl. 2 (2011), 58–95.
- [4] А. А. Гончар, “Об особых точках мероморфных функций, заданных своим разложением в C -дробь”, *Матем. сб.*, **197**:10 (2006), 3–14; англ. пер.: А. А. Gonchar, “Singular points of meromorphic functions defined by their expansion in a C -fraction”, *Sb. Math.*, **197**:10 (2006), 1405–1416.
- [5] H. S. Wall, *Analytic theory of continued fractions*, Chelsea, Bronx, NY, 1973.
- [6] W. T. Scott and H. S. Wall, “Continued fraction expansions for arbitrary power series”, *Ann. Math.* (2), **41** (1940), 328–349.
- [7] W. J. Thron, “Twin convergence regions for continued fractions $b_0 + K(1/b_n)$. II”, *Amer. J. Math.*, **71**:1 (1949), 112–120.
- [8] У. Джоунс, В. Трон, *Непрерывные дроби*, Мир, М., 1985, 416 с.; пер. с англ.: W. B. Jones, W. J. Thron, *Continued fractions. Analytic theory and applications*, Encyclopedia Math. Appl., **11**, Addison-Wesley, Reading, MA, 1980, xxix+428 pp.
- [9] Г. Лопес Лагомасино, “Условия сходимости многоточечных аппроксимаций Паде для функций стильтесовского типа”, *Матем. сб.*, **107**(149):1(9) (1978), 69–83; англ. пер.: G. López Lagomasino, “Conditions for convergence of multipoint Padé approximants for functions of Stieltjes type”, *Math. USSR-Sb.*, **35**:3 (1979), 363–376.
- [10] А. А. Гончар, “О сходимости аппроксимаций Паде для некоторых классов мероморфных функций”, *Матем. сб.*, **97**(139):4(8) (1975), 607–629; англ. пер.: А. А. Gonchar, “On convergence of Padé approximants for some classes of meromorphic functions”, *Math. USSR-Sb.*, **26**:4 (1975), 555–575.
- [11] Дж. Л. Уолш, *Интерполяция и аппроксимация рациональными функциями в комплексной плоскости*, ИЛ, М., 1961, 508 с.; пер. с англ.: J. L. Walsh, *Interpolation and approximation by rational functions in the complex domain*, Amer. Math. Soc. Colloq. Publ., **XX**, Amer. Math. Soc., Providence, RI, 1960, x+398 pp.
- [12] *Progress in approximation theory. An international perspective*, Proceedings of the International Conference on Approximation Theory held at the University of South Florida, Tampa, FL, March 19–22, Springer Ser. Comput. Math., **19**, eds. A. A. Gonchar, E. B. Saff, Springer-Verlag, New York, 1992, xviii+451 pp.
- [13] *Methods of approximation theory in complex analysis and mathematical physics*, A Workshop held in the Euler International Mathematical Institute (Leningrad, 1991), Lecture Notes in Math., **1550**, eds. A. A. Gonchar, E. B. Saff, Springer-Verlag, Berlin, 1993, 224 pp.
- [14] H. Stahl, V. Totik, *General orthogonal polynomials*, Encyclopedia Math. Appl., **43**, Cambridge University Press, Cambridge, 1992, xii+250 pp.
- [15] E. B. Saff, V. Totik, *Logarithmic potentials with external fields*, Grundlehren Math. Wiss., **316**, Springer-Verlag, New York, 1997, xvi+505 pp.
- [16] А. А. Гончар, Е. А. Рахманов, “Равновесные распределения и скорость рациональной аппроксимации аналитических функций”, *Матем. сб.*, **134**(176):3(11) (1987), 306–352; англ. пер.: А. А. Gonchar, E. A. Rakhmanov, “Equilibrium distributions and degree of rational approximation of analytic functions”, *Math. USSR-Sb.*, **62**:2 (1989), 305–348.
- [17] А. А. Гончар, Е. А. Рахманов, “Равновесная мера и распределение нулей экстремальных многочленов”, *Матем. сб.*, **125**(167):1(9) (1984), 117–127; англ. пер.:

- A. A. Gonchar, E. A. Rakhmanov, “Equilibrium measure and the distribution of zeros of extremal polynomials”, *Math. USSR-Sb.*, **53**:1 (1986), 119–130.
- [18] А. А. Гончар, Е. А. Рахманов, “О сходимости совместных аппроксимаций Паде для систем функций марковского типа”, *Теория чисел, математический анализ и их приложения*, Сборник статей. Посвящается академику Ивану Матвеевичу Виноградову к его девяностолетию, Тр. МИАН СССР, **157**, 1981, 31–48; англ. пер.: A. A. Gonchar, E. A. Rakhmanov, “On the convergence of simultaneous Padé approximants for systems of functions of Markov type”, *Proc. Steklov Inst. Math.*, **157** (1983), 31–50.
- [19] А. А. Гончар, Е. А. Рахманов, “О задаче равновесия для векторных потенциалов”, *УМН*, **40**:4(244) (1985), 155–156; англ. пер.: A. A. Gonchar, E. A. Rakhmanov, “On the equilibrium problem for vector potentials”, *Russian Math. Surveys*, **40**:4 (1985), 183–184.
- [20] B. Simon, *Orthogonal polynomials on the unit circle*, Amer. Math. Soc. Colloq. Publ., **54**, Part 1, Amer. Math. Soc., Providence, RI, 2005, xxvi+466 pp.
- [21] А. А. Гончар, “Локальное условие однозначности аналитических функций”, *Матем. сб.*, **89**(**131**):1(9) (1972), 148–164; англ. пер.: A. A. Gonchar, “A local condition of single-valuedness of analytic functions”, *Math. USSR-Sb.*, **18**:1 (1972), 151–167.