Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Д. В. Аносов, С. М. Асеев, Р. В. Гамкредидзе, С. П. Коновалов, М. С. Никольский, Н. Х. Розов, Евгений Фролович Мищенко (к девяностолетию со дня рождения), *УМН*, 2012, том 67, выпуск 2, 193–207

DOI: <https://doi.org/10.4213/rm9465>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением <http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.210.77.194

26 апреля 2023 г., 18:34:00

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЖИЗНЬ

Евгений Фролович Мищенко

(к девяностолетию со дня рождения)

9 марта 2012 г. исполнилось 90 лет со дня рождения выдающегося русского математика, одного из создателей современной математической теории управления и теории колебаний, академика Евгения Фроловича Мищенко.

Е. Ф. Мищенко родился в деревне Хотиловка Владимирской области. Среднее образование он получил в железнодорожной школе поселка Ново-Вязники той же области. Когда Женя учился в 9-м классе, он случайно наткнулся в библиотеке местного клуба на книгу П. С. Александрова и А. Н. Колмогорова “Введение в теорию функций действительного переменного”. Он ее прочитал и понял, и это привело юного школьника в восторг, — у него возникло желание стать математиком, хоть учителем, но стать.

Как раз в это время на заработки из Нижнего Новгорода приехал аспирант знаменитого физика А. А. Андропова Александр Иванович Егоров. Он поступил в школу учителем математики, да так и остался в Ново-Вязниках. А. И. Егоров начал заниматься со способным школьником и посоветовал ему добыть задачи всесоюзной математической олимпиады, а для этого написать письмо в Москву профессору Павлу Сергеевичу Александрову, который в то время был президентом Московского математического общества и курировал олимпиады.

В 1939 г. Женя написал письмо этому известному ученому, где сообщил, что прочел его книжку. Каково же было его удивление, когда через пару недель он получил конверт и там три письма от П. С. Александрова. Одно письмо было адресовано самому Евгению с разъяснением, как добраться до Москвы, а оттуда до деревни Комаровка, где находилась дача Александрова. Второе письмо — маме, с просьбой отпустить сына и обещанием оплатить все расходы, в частности дорогу. Третье — директору школы, с просьбой, чтобы Женю отпустили из школы на три дня.

Мама собрала сына, и он отправился в свое первое самостоятельное путешествие. Павел Сергеевич радушно его встретил, проэкзаменовал и остался доволен результатами. Женя провел у Александрова три дня. Павел Сергеевич поводил его по Москве, по Московскому университету, накупил ему в книжных магазинах книг по математике, дал трудную задачу и отправил домой. Женя приехал домой и стал решать

эту задачу. Он долго думал, и ему показалось, что задачу он решил. Женя написал, что сделал, и послал Александрову длинное письмо, на которое почти сразу получил ободряющий ответ. Задачу Александрова Женя решил не до конца, но кое-что решил, и сделал, по-видимому, достаточно, чтобы Александров принял окончательное решение, что с ним стоит заниматься. С тех пор Павел Сергеевич включил Е. Ф. Мищенко в число своих ближайших учеников.

В 1940 г. Е. Ф. Мищенко окончил среднюю школу с похвальной грамотой и готовился поступать в университет, но осенью его призвали в армию. Затем началась война и до поступления в университет должны были пройти еще шесть долгих лет, в течение которых он воевал, находясь в действующей армии (с 1941 по 1944 г. на Карельском фронте), пройдя путь от красноармейца до лейтенанта. Его военные годы отмечены орденами Красной Звезды и Отечественной войны I степени.

После войны в 1946 г. Е. Ф. Мищенко демобилизовался и поступил на механико-математический факультет Московского государственного университета им. М. В. Ломоносова, по окончании которого он был оставлен в аспирантуре на кафедре геометрии и топологии (1951–1953 гг.). Все это время его руководителем был П. С. Александров, под чьим руководством он и защитил в 1953 г. кандидатскую диссертацию по общей топологии.

Однако еще в студенческие годы Е. Ф. Мищенко познакомился со Львом Семеновичем Понтрягиным. И это знакомство в дальнейшем резко изменило научные интересы, да и всю жизнь Е. Ф. Мищенко. В начале 50-х годов он уходит из топологии в новую для себя область – дифференциальные уравнения.

Надо сказать, что еще с 30-х годов Л. С. Понтрягин проявлял живой интерес к прикладным задачам, тесно сотрудничал с А. А. Андроновым. А в начале 50-х годов он решил полностью переключиться с топологии на дифференциальные уравнения. Для изучения новой тематики Л. С. Понтрягин основал в 1952 г. в Математическом институте им. В. А. Стеклова Академии наук СССР специальный семинар с математической тематикой ярко выраженной естественно-научной направленности. Первыми помощниками Л. С. Понтрягина стали Е. Ф. Мищенко, Р. В. Гамкрелидзе и В. Г. Болтянский. К работе семинара они привлекли своих учеников. У Евгения Фроловича уже тогда появились ученики из студентов Московского университета, ныне известные математики: академик Д. В. Аносов, чл.-корр. РАН М. И. Зеликин, профессора Н. Х. Розов и М. С. Никольский. Главное внимание в работе семинара уделялось общим постановкам новых математических задач и поиску общих методов их решения. Основными направлениями в этой деятельности были развитие метода малого параметра в теории релаксационных колебаний, постановка и решение общих задач оптимального управления, постановка и решение общих задач преследования и убеждения как важного раздела теории дифференциальных игр.

Е. Ф. Мищенко активно включился в эту новую для него работу и на ряд лет стал одним из ближайших сотрудников Л. С. Понтрягина. Особенно тесное научное сотрудничество с Л. С. Понтрягиным началось в 1954 г. после поступления Е. Ф. Мищенко в Математический институт им. В. А. Стеклова, где он прошел путь от кандидата наук и младшего научного сотрудника до заместителя директора (1959–1994 гг.) и академика. Одновременно он продолжал преподавать в Московском университете, а затем в Московском физико-техническом институте, но со временем работа в Математическом институте полностью поглотила его время.

Но вернемся в 1954 год, когда Л. С. Понтрягин начал читать на механико-математическом факультете Московского университета обязательный курс лекций по обыкновенным дифференциальным уравнениям – один из основных в системе математического образования. Лев Семенович был поглощен оригинальным и смелым планом

формирования курса принципиально нового содержания. В подготовке и чтении лекций ему активно помогали В. Г. Болтянский, Р. В. Гамкрелидзе и Е. Ф. Мищенко. Именно из этого курса родился ставший сегодня классическим учебник Л. С. Понтрягина “Обыкновенные дифференциальные уравнения” (Физматгиз, М., 1961).

Самого Е. Ф. Мищенко привлекла “теория периодических решений нормальных систем обыкновенных дифференциальных уравнений с малым параметром при части переменных”:

$$\begin{cases} \varepsilon \dot{x} = f(x, y), & x \in \mathbb{R}^n, \quad 0 < \varepsilon \ll 1, \\ \dot{y} = g(x, y), & y \in \mathbb{R}^m. \end{cases} \quad (1)$$

Позднее такие системы стали называть сингулярно возмущенными, а эту область исследований – теорией релаксационных колебаний. Наконец, самое новое их название – быстро-медленные системы.

Эта тематика началась с классической работы Б. Ван-дер-Поля 1926 г., которая была посвящена исследованию математической модели довольно простого лампового генератора, представляющей собой обыкновенное дифференциальное уравнение второго порядка с одним (имеющим вполне реальный физический смысл) параметром:

$$\ddot{x} - \lambda(1 - x^2)\dot{x} + x = 0.$$

Оказалось, что это уравнение Ван-дер-Поля допускает при неограниченном росте параметра λ периодическое решение, участки которого, проходимые за “конечное” время, чередуются с участками, проходимыми “практически мгновенно”. Такие принципиально отличающиеся от гармонических периодические решения и получили название релаксационных колебаний (раньше также говорили “периодические колебания, близкие к разрывным”).

Л. С. Понтрягин и Е. Ф. Мищенко поставили перед собой задачу исследовать асимптотическое (при стремлении параметра ε к нулю) поведение релаксационных колебаний в системе (1), т. е. получить асимптотические представления для фазовой траектории такого колебания и его периода.

Первый результат в этом направлении был опубликован Е. Ф. Мищенко и Л. С. Понтрягиным в 1955 г. в заметке “Периодические решения систем дифференциальных уравнений, близкие к разрывным” [6]. Прочитав эту заметку, А. Н. Колмогоров сказал, что из нее вырастет много докторских диссертаций. Позже этот прогноз полностью подтвердился. Предложенный в заметке подход оказался настолько оригинальным, общим и удачным, что позволил Е. Ф. Мищенко найти несколько первых членов асимптотического представления для периода релаксационного колебания сначала для двумерных ($n = m = 1$), а позже и для многомерных сингулярно возмущенных систем (1). Нельзя не отметить, что для этого ему пришлось преодолеть исключительно серьезные аналитические трудности. Позже под руководством Е. Ф. Мищенко его ученик Н. Х. Розов продолжил эту работу и нашел асимптотическое разложение для периода релаксационного колебания в двумерных системах (1). Получившийся асимптотический ряд оказался новым и весьма нетривиальной структуры:

$$T = T_0 + \sum_{n=2}^{\infty} \varepsilon^{n/3} \sum_{\nu=0}^{\pi(n-2)} T_{n,\nu} \ln^{\nu} \frac{1}{\varepsilon}, \quad (2)$$

где $\pi(n)$ – специальная целочисленная функция целочисленного аргумента:

$$\pi(n) = \left[\frac{n}{3} \right] + \begin{cases} 0, & \text{если } n \not\equiv 1 \pmod{3}, \\ 1, & \text{если } n \equiv 1 \pmod{3}, \end{cases}$$

а для вычисления числовых коэффициентов $T_{n,\nu}$ указана рекуррентная процедура. Специфический вид графика функции $\pi(n)$ породил шуточное название “змея Мищенко–Розова” для асимптотического ряда (2).

Эти результаты были изложены в монографии Е. Ф. Мищенко и Н. Х. Розова “Дифференциальные уравнения с малым параметром и релаксационные колебания” [49]. Случай же многомерных сингулярно возмущенных систем (1) позже был до конца исследован С. Bonet, Н. Х. Розовым и А. Ю. Колесовым (учеником Е. Ф. Мищенко и Н. Х. Розова): см. монографию Е. Ф. Мищенко, Ю. С. Колесова, А. Ю. Колесова и Н. Х. Розова “Периодические движения и бифуркационные процессы в сингулярно возмущенных системах” [85]. В этой книге содержатся и другие результаты Е. Ф. Мищенко и его группы по теории сингулярно возмущенных систем. Особо следует упомянуть подробное исследование неклассического феномена – появления особых траекторий таких систем, получивших красочное название “траектории-утки”.

Однако теория релаксационных колебаний была не единственной областью совместной научной деятельности Л. С. Понтрягина и Е. Ф. Мищенко. Еще в конце 50-х годов Л. С. Понтрягин и Е. Ф. Мищенко начали продумывать различные постановки задач, связанные с задачей преследования в теории дифференциальных игр. Видимо, первой из них была задача вычисления вероятности встречи малой окрестности управляемой точки со случайной точкой, вероятностный закон поведения которой предполагается марковским и описывается уравнением типа Фоккера–Планка–Колмогорова. Ими была получена асимптотическая формула для искомой вероятности (см. главу 7 в знаменитой монографии Л. С. Понтрягина, В. Г. Болтянского, Р. В. Гамкрелидзе и Е. Ф. Мищенко “Математическая теория оптимальных процессов” [23]), главный член которой можно далее оптимизировать (заметим, что пока никто этим вопросом не занимался). Постановка этой вероятностной задачи и полученный результат привлекли внимание А. Н. Колмогорова. Он из своих, сугубо вероятностных соображений предложил (без доказательства) более простую формулу для главного члена искомой вероятности при размерности фазового пространства большей или равной трем. Эта формула была обоснована методами теории параболических уравнений в статье А. Н. Колмогорова, Е. Ф. Мищенко и Л. С. Понтрягина “Об одной вероятностной задаче оптимального управления” [25]. Кстати, это единственная совместная работа А. Н. Колмогорова и Л. С. Понтрягина. Так, шутил Е. Ф. Мищенко, его имя оказалось между именами двух академиков, и народная примета получила еще одно подтверждение: в 1984 г. он тоже стал академиком.

Все же вероятностный подход к задаче преследования не очень устроил Л. С. Понтрягина, и он продолжил поиск новых математических моделей задачи преследования, в которых убегающий игрок активен. Была выработана понтрягинская формализация процесса преследования и начались активные исследования игрового процесса с точки зрения преследователя, а потом отдельно с точки зрения убегающего. Обе задачи носят качественный характер. В нелинейном случае полученные Л. С. Понтрягиным общие результаты выглядят весьма сложно (см.: Л. С. Понтрягин, “К теории дифференциальных игр”, УМН, 21:4 (1966), 219–274). Поэтому возник вопрос об их упрощении в линейном случае. Это было сделано в совместной работе Льва Семеновича и Евгения Фроловича “Линейные дифференциальные игры” [36]. Позже Понтрягин разработал два своих очень важных прямых метода для решения задачи преследования в линейном случае (см.: Л. С. Понтрягин, “О линейных дифференциальных играх. I, II”, Докл. АН СССР, 174:6 (1967), 1278–1280; 175:4 (1967), 764–766). Оба метода являются эффективными и используют конструкции выпуклого анализа и теории многозначных отображений, что было новым для теории дифференциальных игр. Несколько позже Л. С. Понтрягин совместно с Е. Ф. Мищенко переключился на линейные дифференциальные игры убегания. В результате появилась их

совместная основополагающая работа “Задача об уклонении от встречи в линейных дифференциальных играх” [41]. Результаты этой работы в дальнейшем развивались и усиливались многими авторами.

В 60–70-е гг. Понтрягинский семинар в Математическом институте им. В. А. Стеклова активно работал и тематика по теории дифференциальных игр была одним из основных направлений его работы. Более или менее в то же время несколько иной – позиционный – подход к теории дифференциальных игр стал развиваться в Свердловске под руководством академика Николая Николаевича Красовского. Работы там по различным вопросам математической теории управления велись широким фронтом. Возникла широко известная научная школа Н. Н. Красовского. Достаточно отметить, что из нее вышли академики Ю. С. Осипов, А. Б. Куржанский, А. И. Субботин, А. В. Кряжковский и многие другие известные ученые.

Семинар Понтрягина был центром притяжения для докладчиков со всех концов СССР, а также из-за рубежа. Многие специалисты по оптимальному управлению в тот период частично переключились на теорию дифференциальных игр. В это время вокруг Евгения Фроловича сплотились его молодые ученики, занимавшиеся тогда в основном задачами теории дифференциальных игр. Среди них отметим профессоров П. Б. Гусятникова, Ю. С. Ледеява, М. С. Никольского и академика Узбекской академии наук Н. Ю. Сатимова. Появились весьма многочисленные работы Евгения Фроловича вместе с его учениками по теории дифференциальных игр. Совместная работа с учениками велась весьма интенсивно. Евгений Фролович любил поддерживать новые постановки задач и следил за их разработкой. В это время он часто выступал на конференциях и научных школах с докладами как по проблемам теории сингулярно возмущенных систем, так и по задачам преследования и убегания.

Большую и плодотворную роль для математической теории управления сыграла теплая дружба между Евгением Фроловичем Мищенко и Николаем Николаевичем Красовским. Благодаря ей осуществлялась тесная научная взаимосвязь двух ведущих научных школ по математической теории управления – Понтрягина и Красовского. Евгений Фролович принимал деятельное участие в научной судьбе учеников Н. Н. Красовского. Многие из них стали друзьями Евгения Фроловича. В свою очередь школа Красовского помогала в научном росте ученикам Е. Ф. Мищенко. Надо сказать, что и сейчас такие научные связи продолжаются по линии кафедры оптимального управления факультета вычислительной математики и кибернетики Московского государственного университета и отдела дифференциальных уравнений Математического института им. В. А. Стеклова. Отметим, что и кафедра оптимального управления и отдел дифференциальных уравнений были основаны Л. С. Понтрягиным. В настоящее время заведующим кафедрой является Ю. С. Осипов, а заведующим отделом – Д. В. Аносов.

В 90-е годы Е. Ф. Мищенко снова вернулся в теорию релаксационных колебаний. Его внимание привлекла новая математическая проблема, также имеющая научно-техническое происхождение, – так называемый феномен буферности. Говорят, что математическая модель нелинейной распределенной автоколебательной системы обладает свойством буферности, если, при надлежащем выборе ее параметров, у нее существует любое, априори заданное конечное число однотипных аттракторов (устойчивых состояний равновесия, устойчивых периодических по времени решений, торов и т. д.). Заметим, что само по себе утверждение о принципиальной возможности явления буферности в некоторых семействах намного слабее, чем утверждение о возможности явления Ньюхауса – появления счетного числа устойчивых периодических решений при возмущении системы с касанием сепаратрис. Однако для буферности были найдены сравнительно простые достаточные условия ее наличия, позволяющие доказать существование этого явления в ряде явно заданных систем, внешне выглядя-

щих довольно просто, для явления же Ньюхауса соответствующие условия и примеры являются намного более сложными.

По-видимому, впервые на свойство буферности указал А. А. Витт в 1934 г., когда рассматривал работу автогенератора на длинной двухпроводной линии с равномерно распределенными электрическими характеристиками. Через полвека к изучению буферности численные методы применил Ю. С. Колесов. Но строгое теоретическое исследование феномена буферности провела группа Е. Ф. Мищенко–А. Ю. Колесов–Н. Х. Розов. Оказалось, что буферность весьма типична для достаточно широкого класса математических моделей, которые адекватно описывают динамику поведения многих нелинейных объектов в радиофизике, механике, оптике, теории горения, экологии и т. д. Рассматриваемые математические модели представляют собой краевые задачи для систем дифференциальных уравнений в частных производных гиперболического или параболического типа, а сценарий возрастания числа, например, устойчивых периодических по времени решений (циклов) разворачивается при стремлении некоторого параметра к нулю. Интересно отметить, что полученные теоретические результаты согласуются с проведенными по инициативе авторов физическими экспериментами. Понятие буферности оказывается глубоко связанным с наличием некоторого бифуркационного процесса – в ходе него и происходит неограниченный рост количества сосуществующих аттракторов. Помимо этого, удалось проследить связь феномена буферности с такими явлениями, как возникновение турбулентности, рождение динамического хаоса, хаотическая буферность, автоволны в средах с диффузией и другими. Таким образом работа группы Е. Ф. Мищенко пересеклась с научными интересами В. А. Садовниченко и его сотрудников, занимающихся математическими исследованиями сложных систем. В итоге появилась совместная монография: Е. Ф. Мищенко, В. А. Садовнический, А. Ю. Колесов, Н. Х. Розов, “Автоволновые процессы в нелинейных средах с диффузией” [98], [105], а в настоящий момент готовится к печати вторая: Е. Ф. Мищенко, В. А. Садовнический, А. Ю. Колесов, Н. Х. Розов, “Многоликий хаос”, которую Евгений Фролович, к сожалению, уже не сможет увидеть.

Параллельно с изучением феномена буферности Е. Ф. Мищенко и его группой был выполнен и еще целый ряд разнообразных исследований, посвященных, например, уравнению синус-Гордона, динамике флаттерных систем, системам с запаздыванием, в том числе и появляющимся в математической биологии, автоколебаниям в решетках связанных осцилляторов, релаксационным колебаниям в системе Белоусова и др.

Уйдя в 1994 г. с поста заместителя директора Математического института, Евгений Фролович не прекратил активной научно-организационной деятельности. Он был членом бюро Отделения математических наук РАН и советником президента РАН академика Ю. С. Осипова. С 1987 г. Е. Ф. Мищенко был главным редактором “Трудов Математического института им. В. А. Стеклова”, а с 2000 г. – заместителем главного редактора “Докладов РАН”, курирующим математику. Во многом благодаря его энергичной и высоко профессиональной деятельности “Труды МИАН” превратились в один из международно признанных и востребованных математических журналов.

Отметим, что Евгений Фролович долгие годы читал лекции по обыкновенным дифференциальным уравнениям в Московском физико-техническом институте. По отзывам бывших студентов физтеха, делал он это блестяще. Некоторые из его слушателей позже стали его учениками. Евгений Фролович помогал становлению научных школ по теории дифференциальных игр в Киеве, Ташкенте и других городах СССР. Он внес большой вклад в работу Международного института прикладного системного анализа (ИАСА) в г. Лаксенбурге, расположенном недалеко от Вены в Австрии. Благодаря заботе Е. Ф. Мищенко в этот институт приезжали для работы и выступления

на конференциях многие математики из Москвы, Екатеринбурга, Владимира и других городов России.

В 1962 г. возглавляемый Л. С. Понтрягиным коллектив в составе В. Г. Болтянского, Р. В. Гамкрелидзе и Е. Ф. Мищенко был удостоен Ленинской премии за “цикл работ по обыкновенным дифференциальным уравнениям и их приложениям к теории оптимального управления и теории колебаний, опубликованных в 1956–1961 гг.”. В 1980 г. цикл работ Е. Ф. Мищенко по асимптотическим методам удостоен премии им. Н. М. Крылова АН УССР. В 1998 г. Е. Ф. Мищенко была присуждена премия Международной академической издательской компании “Наука/Интерпериодика”, а в 2008 г. он был удостоен престижной Демидовской премии за “выдающийся вклад в теорию оптимального управления и теорию колебаний”.

Помимо военных наград Е. Ф. Мищенко был награжден орденами Трудового Красного Знамени (1975 г.), Октябрьской Революции (1982 г.), Отечественной войны II степени (1985 г.), За заслуги перед Отечеством IV степени (1999 г.), медалями.

Евгений Фролович Мищенко скоропостижно скончался 20 июля 2010 г. на восьмидесяти девятом году жизни. Похоронен на Троекуровском кладбище в Москве.

Д. В. Аносов, С. М. Асеев, Р. В. Гамкрелидзе,
С. П. Коновалов, М. С. Никольский, Н. Х. Розов

Основные публикации Е. Ф. Мищенко

- [1] “К гомологической теории незамкнутых множеств”, *Матем. сб.*, **29(71)**:3 (1951), 587–592.
- [2] “Об одном элементарном классе незамкнутых множеств и теореме двойственности для них”, *Матем. сб.*, **31(73)**:1 (1952), 183–188.
- [3] “О некоторых вопросах комбинаторной топологии незамкнутых множеств”, *Матем. сб.*, **32(74)**:1 (1953), 219–224.
- [4] *К комбинаторной топологии незамкнутых множеств*, Автореферат дисс. ... канд. физ.-матем. наук, Изд-во Моск. ун-та, М., 1953, 3 с.
- [5] “Периодические решения систем дифференциальных уравнений, близкие к разрывным”, Юбилейная научная сессия на механико-математическом факультете МГУ, *УМН*, **10**:3(65) (1955), 193 (совм. с Л. С. Понтрягиным).
- [6] “Периодические решения систем дифференциальных уравнений, близкие к разрывным”, *Докл. АН СССР*, **102**:5 (1955), 889–891 (совм. с Л. С. Понтрягиным).
- [7] “Периодические решения систем дифференциальных уравнений с малым параметром при производных”, *Труды третьего Всесоюзного математического съезда*, т. 1, Секционные доклады (Москва, июнь–июль 1956), Изд-во АН СССР, М., 1956, 224 (совм. с Л. С. Понтрягиным).
- [8] “Павел Сергеевич Александров (к 60-летию со дня рождения и 40-летию научной деятельности)”, *УМН*, **11**:4(70) (1956), 183–192 (совм. с Л. С. Понтрягиным).
- [9] “‘Fast unstetige’ periodische Lösungen von Systemen von Differentialgleichungen”, *Nachricht der Österreichische Mathematischen Gesellschaft*, **47/48**, 1957.
- [10] “Асимптотическое вычисление периодических решений систем дифференциальных уравнений, содержащих малые параметры при производных”, *Изв. АН СССР. Сер. матем.*, **21**:5 (1957), 627–654; англ. пер.: “Asymptotic calculation of periodic solutions of systems of differential equations containing small parameters in the derivatives”, *Amer. Math. Soc. Transl.* (2), **18** (1961), 199–230.

Полный список научных трудов Е. Ф. Мищенко можно найти на сайте [www.mathnet.ru: http://www.mathnet.ru/php/person.phtml?personid=9113&option_lang=](http://www.mathnet.ru/php/person.phtml?personid=9113&option_lang=).

- [11] “Асимптотическая теория релаксационных колебаний, описываемых системами второго порядка”, *Матем. сб.*, **44(86)**:4 (1958), 457–480.
- [12] “Доказательство некоторых асимптотических формул для решений дифференциальных уравнений с малым параметром”, *Докл. АН СССР*, **120**:5 (1958), 967–969 (совм. с Л. С. Понтрягиным).
- [13] “Asymptotic theory of relaxation oscillations”, *Abstracts of Short Communications and Scientific Programme*, ICM, Edinburgh, 1958.
- [14] *Асимптотические методы в теории релаксационных колебаний*, Дисс. . . докт. физ.-матем. наук, М., 1958, 121 с.
- [15] “Асимптотические методы в теории релаксационных колебаний (автореферат докторской диссертации)”, *УМН*, **14**:6(90) (1959), 229–236.
- [16] “Лев Семенович Понтрягин (к пятидесятилетию со дня рождения)”, *УМН*, **14**:3(87) (1959), 195–202 (совм. с П. С. Александровым).
- [17] “Вывод некоторых асимптотических оценок для решений дифференциальных уравнений с малым параметром при производных”, *Изв. АН СССР. Сер. матем.*, **23**:5 (1959), 643–660 (совм. с Л. С. Понтрягиным).
- [18] “Одна статистическая задача оптимального управления”, *Докл. АН СССР*, **128**:5 (1959), 890–892 (совм. с Л. С. Понтрягиным).
- [19] “Differential equations with a small parameter attached to the higher derivatives and some problems in the theory of oscillation”, *IRE Trans.*, **CT-7**:4 (1960), 527–535 (with L. S. Pontryagin).
- [20] “Принцип максимума в теории оптимальных процессов управления”, *Теория дискретных оптимальных и самонастраивающихся систем*, т. 2, Труды I Международного конгресса Международной федерации по автоматическому управлению (Москва, 1960 г.), Изд-во АН СССР, М., 1961, 457–470 (совм. с Л. С. Понтрягиным, В. Г. Болтянским, Р. В. Гамкрелидзе).
- [21] “Математическая теория оптимальных процессов”, Аннотация пленарного доклада, *IV Всесоюзный математический съезд* (Ленинград, 3–12 июля 1961 г.), Л., 1961, 23–24 (совм. с Л. С. Понтрягиным, В. Г. Болтянским, Р. В. Гамкрелидзе).
- [22] “The maximum principle in the theory of optimal processes of control”, *Automatic and Remote Control*, Proceedings of the First International Congress of the International Federation of Automatic Control (Moscow, 1960), Vol. I, Butterworths, London, 1961, 454–459 (with V. G. Boltyanski, R. V. Gamkrelidze, L. S. Pontryagin).
- [23] *Математическая теория оптимальных процессов*, Физматгиз, М., 1961, 391 с. (совм. с Л. С. Понтрягиным, В. Г. Болтянским, Р. В. Гамкрелидзе).
- [24] “Об одной статистической задаче оптимального управления”, *Изв. АН СССР. Сер. матем.*, **25**:4 (1961), 477–498 (совм. с Л. С. Понтрягиным).
- [25] “Об одной вероятностной задаче оптимального управления”, *Докл. АН СССР*, **145** (1962), 993–995 (совм. с А. Н. Колмогоровым, Л. С. Понтрягиным); англ. пер.: “A probability problem of optimal control”, *Soviet Math. Dokl.*, **3** (1962), 1143–1145 (with A. N. Kolmogorov, L. S. Pontryagin).
- [26] *The mathematical theory of optimal processes*, Wiley, New York–London, 1962, viii+360 pp. (with L. S. Pontryagin, V. G. Boltyanskii, R. V. Gamkrelidze).
- [27] “Relaxation oscillations and differential equations containing a small parameter with the senior derivative”, *Calcutta Math. Soc. Golden Jubilee commemoration*, Part I (1958/59), Calcutta Math. Soc., Calcutta, 1963, 141–150 (with L. S. Pontryagin).
- [28] “Математическая теория оптимальных процессов”, *Труды IV Всесоюзного математического съезда*, т. 1: Пленарные доклады (Ленинград, 1961), Изд-во АН СССР, Л., 1963, 214–218 (совм. с Л. С. Понтрягиным, В. Г. Болтянским, Р. В. Гамкрелидзе).

- [29] “О вероятности попадания случайной точки в малую окрестность движущегося многообразия”, *Докл. АН СССР*, **159**:2 (1964), 266–268; англ. пер.: “On the probability that a random point will hit a small neighborhood of a moving manifold”, *Soviet Math. Dokl.*, **5** (1965), 1472–1474.
- [30] *The mathematical theory of optimal processes*, A Pergamon Press Book, The Macmillan Co., New York, 1964, vii+338 pp. (with L. S. Pontryagin, V. G. Boltyanskii, R. V. Gamkrelidze).
- [31] *Differential equations containing small parameter and relaxation oscillations*, Lectures delivered at the University of Michigan (September–December 1964), Michigan, 1964, 130 pp.
- [32] *Matematická teorie optimálních procesů*, SNTL, Praha, 1964, 354 pp. (with L. S. Pontryagin, V. G. Boltjanskij, R. V. Gamkrelidze).
- [33] “Некоторые вопросы теории оптимального управления и преследования”, *Вторая летняя математическая школа* (Кацивели, 1964), Наукова думка, Киев, 1965, 93–124.
- [34] “On a certain problem for parabolic differential equations connected with optimal pursuit”, *J. Soc. Indust. Appl. Math. Ser. A Control*, **3**:1 (1965), 66–70.
- [35] “Одна задача с малым параметром для параболических дифференциальных уравнений”, *Дифференц. уравнения*, **2**:4 (1966), 439–452 (совм. с М. С. Никольским).
- [36] “Линейные дифференциальные игры”, *Докл. АН СССР*, **174**:1 (1967), 27–29 (совм. с Л. С. Понtryгиным); англ. пер.: “Linear differential games”, *Soviet Math. Dokl.*, **8** (1967), 585–588 (with L. S. Pontryagin).
- [37] “Лев Семенович Понtryгин (к шестидесятилетию со дня рождения)”, *УМН*, **23**:6(144) (1968), 187–196 (совм. с П. С. Александровым, В. Г. Болтыанским, Р. В. Гамкрелидзе); англ. пер.: “Lev Semenovich Pontryagin (on the occasion of his sixtieth birthday)”, *Russian Math. Surveys*, **23**:6 (1968), 143–152 (with P. S. Aleksandrov, V. G. Boltyanskii, R. V. Gamkrelidze).
- [38] “Задача об убежении одного управляемого объекта от другого”, *Докл. АН СССР*, **189**:4 (1969), 721–723 (совм. с Л. С. Понtryгиным); англ. пер.: “A problem on the escape of one controlled object from another”, *Soviet Math. Dokl.*, **10** (1969), 1488–1490 (with L. S. Pontryagin).
- [39] *Математическая теория оптимальных процессов*, 2-е изд., Наука, М., 1969, 384 с. (совм. с Л. С. Понtryгиным, В. Г. Болтыанским, Р. В. Гамкрелидзе).
- [40] “Le problème d’un mobile controlable poursuivi par un autre”, *Symposium on optimization* (Nice, June 29th – July 5th 1969), Lecture Notes in Math., **132**, Berlin, 1970, 307–310 (with L. S. Pontryagin).
- [41] “Задача об уклонении от встречи в линейных дифференциальных играх”, *Дифференц. уравнения*, **7**:3 (1971), 436–445 (совм. с Л. С. Понtryгиным).
- [42] “Задача об уклонении от встречи в линейных дифференциальных играх”, *Проблемы прикладной математики и механики*, Наука, М., 1971, 17–26 (совм. с Л. С. Понtryгиным).
- [43] “Задачи преследования и уклонения от встречи в теории дифференциальных игр”, *Изв. АН СССР. Техн. кибернетика*, 1971, №5, 3–9; англ. пер.: “Pursuit and evasion problems in differential games”, *Engng. Cybernetics*, **9**:5 (1971), 787–791.
- [44] “О некоторых игровых задачах преследования и уклонения от встречи”, *Автоматика и телемеханика*, 1972, №9, 24–30; англ. пер.: “On certain game problems in pursuit and evasion”, *Automat. Remote Control*, **33**:9 (1972), 1424–1429.
- [45] “О дифференциальных играх преследования и уклонения от встречи”, *Девятая летняя математическая школа*, Сб. лекций (Кацивели, 1971), Киев, 1972, 5–20.

- [46] “Задача об уклонении от встречи в дифференциальных играх с нелинейными управлениями”, *Дифференц. уравнения*, **9:10** (1973), 1792–1797 (совм. с Н. Сатимовым).
- [47] “Альтернированный интеграл в линейных дифференциальных играх с нелинейными управлениями”, *Дифференц. уравнения*, **10:12** (1974), 2173–2178 (совм. с Н. Сатимовым).
- [48] “On the problem of evading the encounter in differential games”, *SIAM J. Control*, **12** (1974), 300–310.
- [49] *Дифференциальные уравнения с малым параметром и релаксационные колебания*, Наука, М., 1975, 247 с. (совм. с Н. Х. Розовым).
- [50] “Уклонение от встречи в дифференциальных играх многих лиц”, *Докл. АН СССР*, **224:2** (1975), 285–288 (совм. с Н. Сатимовым); англ. пер.: “The avoidance of contact in n -person differential games”, *Soviet Math. Dokl.*, **16:5** (1975), 1194–1198 (with N. Satimov).
- [51] “Понтрягин Лев Семенович”, *БСЭ*, 3-е изд., т. 20, Советская энциклопедия, М., 1975, 353 с.
- [52] “Задача уклонения от встречи в дифференциальных играх многих лиц”, *Аналитическая теория чисел, математический анализ и их приложения*, Сборник статей. Посвящается академику Ивану Матвеевичу Виноградову к его восьмидесятипятилетию, Тр. МИАН СССР, **143**, 1977, 105–128 (совм. с М. С. Никольским, Н. Ю. Сатимовым); англ. пер.: “The problem of avoiding encounter in n -person differential games”, *Proc. Steklov Inst. Math.*, **143** (1980), 111–136 (with M. S. Nikol'skii, N. Yu. Satimov).
- [53] “Задача уклонения от встречи в дифференциальных играх многих лиц”, *Материалы Всесоюзного симпозиума по оптимальному управлению и дифференциальным играм* (Тбилиси, 7–11 июня 1976 г.), Мецниереба, Тбилиси, 1977, 214–215 (совм. с Н. Ю. Сатимовым).
- [54] “Асимптотическое представление траекторий в конечной окрестности точки срыва”, *Проблемы асимптотической теории нелинейных колебаний*, Киев, 1977, 144–149 (совм. с Н. Х. Розовым).
- [55] “Асимптотика релаксационных колебаний”, *Матем. сб.*, **107(149):4(12)** (1978), 533–540; англ. пер.: “The asymptotics of relaxation oscillations”, *Math. USSR-Sb.*, **35:6** (1979), 787–793.
- [56] “Дифференциальное уравнение обыкновенное”, *Математическая энциклопедия*, т. 2, Советская энциклопедия, М., 1979, 282–290.
- [57] “О некоторых вопросах теории релаксационных колебаний”, *Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний*, Труды Всесоюзной конференции по асимптотическим методам в нелинейной механике (Кацивели, 1977), Наукова думка, Киев, 1979, 113–120 (совм. с Н. Х. Розовым).
- [58] “Задача убегания от группы преследователей”, *Math. Operationsforsch. Statist. Ser. Optim.*, **11:4** (1980), 579–591 (совм. с М. С. Никольским, Н. Сатимовым).
- [59] *Differential equations with small parameters and relaxation oscillations*, Math. Concepts Methods Sci. Engrg., **13**, Plenum Press, New York, 1980, x+228 pp. (with N. Kh. Rozov).
- [60] “О некоторых специальных функциях и константах, возникающих в теории колебаний”, *Докл. АН СССР*, **261:6** (1981), 1292–1296 (совм. с М. И. Жаровым, Н. Х. Розовым); англ. пер.: “On some special functions and constants arising in the theory of relaxation oscillations”, *Soviet Math. Dokl.*, **24** (1981), 672–675 (with M. I. Zharov, N. Kh. Rozov).
- [61] “О возможности уклонения от встречи в дифференциальных играх в одном критическом случае”, *Аналитическая теория чисел, математический анализ*

- и их приложения, Сборник статей. Посвящается академику Ивану Матвеевичу Виноградову к его девяностолетию, Тр. МИАН СССР, **158**, 1981, 121–124 (совм. с Н. Ю. Сатимовым); англ. пер.: “On the possibility of evading encounter in differential games in a critical case”, *Proc. Steklov Inst. Math.*, **158** (1983), 131–134 (with N. Yu. Satimov).
- [62] “Задача уклонения от встречи в критическом случае”, *Дифференц. уравнения*, **19:2** (1983), 220–229 (совм. с Н. Ю. Сатимовым).
- [63] “Об уклонении от встречи из заданной точки в дифференциальных играх с геометрическими и интегральными ограничениями”, *Изв. АН УзССР, сер. физ.-матем. наук*, 1983, № 5, 20–25 (совм. с Н. Сатимовым).
- [64] “О математических трудах Л. С. Понтрягина”, *Современные проблемы математики. Дифференциальные уравнения, математический анализ и их приложения*, Сборник статей. Посвящается академику Льву Семеновичу Понтрягину к его семидесятипятилетию, Тр. МИАН СССР, **166**, 1984, 3–17 (совм. с Д. В. Аносовым, Р. В. Гамкредидзе, М. М. Постниковым); англ. пер.: “The mathematical work of L. S. Pontryagin”, *Proc. Steklov Inst. Math.*, **166** (1986), 1–15 (with D. V. Anosov, R. V. Gamkrelidze, M. M. Postnikov).
- [65] “О необходимых условиях убегания для одного класса дифференциальных игр”, *Изв. АН УзССР, сер. физ.-матем. наук*, 1984, № 1, 27–31 (совм. с Н. Сатимовым).
- [66] “Некоторые вопросы теории дифференциальных уравнений с малым параметром”, *Топология, обыкновенные дифференциальные уравнения, динамические системы*, Сборник обзорных статей. 2. К 50-летию института, Тр. МИАН СССР, **169**, 1985, 99–118 (совм. с Л. С. Понтрягиным); англ. пер.: “Some problems in the theory of differential equations with a small parameter”, *Proc. Steklov Inst. Math.*, **169** (1986), 103–122 (with L. S. Pontryagin).
- [67] “Об оптимальных стратегиях в дифференциальных играх фиксированной продолжительности”, *Докл. АН СССР*, **286:2** (1986), 284–287 (совм. с Ю. С. Ледяевым); англ. пер.: “On optimal strategies in differential games of fixed duration”, *Soviet Math. Dokl.*, **33** (1986), 78–81 (with Yu. S. Ledyayev).
- [68] “Условия оптимальности стратегии в дифференциальных играх фиксированной продолжительности”, *Дифференц. уравнения*, **23:2** (1987), 244–255 (совм. с Ю. С. Ледяевым); англ. пер.: “Optimization conditions for strategies in differential games of fixed duration”, *Differ. Equations*, **23:2** (1987), 175–184 (with Yu. S. Ledyayev).
- [69] “Асимптотическое интегрирование системы в вариациях многомерного релаксационного цикла. I”, *Дифференц. уравнения*, **23:11** (1987), 1881–1889 (совм. с А. Ю. Колесовым, Ю. С. Колесовым, Н. Х. Розовым); англ. пер.: “Asymptotic integration of a system in variations of a multidimensional relaxation cycle. I”, *Differ. Equations*, **23:11** (1987), 1270–1276 (with A. Yu. Kolesov, Yu. S. Kolesov, N. Kh. Rozov).
- [70] “Асимптотическое интегрирование системы в вариациях многомерного релаксационного цикла. II”, *Дифференц. уравнения*, **23:12** (1987), 2036–2047 (совм. с А. Ю. Колесовым, Ю. С. Колесовым, Н. Х. Розовым); англ. пер.: “Asymptotic integration of a system in variations of a multidimensional relaxation cycle. II”, *Differ. Equations*, **23:12** (1987), 1366–1374 (with A. Yu. Kolesov, Yu. S. Kolesov, N. Kh. Rozov).
- [71] “Релаксационная система в окрестности точки срыва: сведение к регулярному случаю”, *УМН*, **43:2(260)** (1988), 141–142 (совм. с А. Ю. Колесовым, Ю. С. Колесовым, Н. Х. Розовым); англ. пер.: “A relaxation system in the neighbourhood of a disruption point: reduction to the regular case”, *Russian Math. Surveys*, **43:2** (1988), 173–174 (with A. Yu. Kolesov, Yu. S. Kolesov, N. Kh. Rozov).

- [72] “Асимптотика релаксационных колебаний”, *Матем. сб.*, **137(179)**:1(9) (1988), 3–18 (совм. с А. Ю. Колесовым); англ. пер.: “Asymptotics of relaxation oscillations”, *Math. USSR-Sb.*, **65**:1 (1990), 1–17 (with A. Yu. Kolesov).
- [73] “Экстремальные задачи в теории дифференциальных игр”, *Оптимальное управление и дифференциальные игры*, Тр. МИАН СССР, **185**, Наука, М., 1988, 147–170 (совм. с Ю. С. Ледяевым); англ. пер.: “Extremal problems in the theory of differential games”, *Proc. Steklov Inst. Math.*, **185** (1990), 165–190 (with Yu. S. Ledyayev).
- [74] “Асимптотическое вычисление амплитуд релаксационных колебаний в системах второго порядка”, *Асимптотические методы математической физики*, Наукова думка, Киев, 1988, 173–180 (совм. с Н. Х. Розовым).
- [75] “Многомерные релаксационные колебания в средах с диффузией”, *Докл. АН СССР*, **302**:6 (1988), 1312–1315 (совм. с А. Ю. Колесовым, Ю. С. Колесовым, Н. Х. Розовым); англ. пер.: “Multidimensional relaxation oscillations in media with diffusion”, *Soviet Math. Dokl.*, **38**:2 (1989), 431–434 (with A. Yu. Kolesov, Yu. S. Kolesov, N. Kh. Rozov).
- [76] “Существование и устойчивость релаксационного тора”, *УМН*, **44**:3(267) (1989), 161–162 (совм. с А. Ю. Колесовым); англ. пер.: “Existence and stability of the relaxation torus”, *Russian Math. Surveys*, **44**:3 (1989), 204–205 (with A. Yu. Kolesov).
- [77] “О явлениях хаоса в трехмерных релаксационных системах”, *Матем. заметки*, **46**:2 (1989), 153–155 (совм. с А. Ю. Колесовым, Ю. С. Колесовым, Н. Х. Розовым).
- [78] “Перемешивающий аттрактор в релаксационных системах”, *Докл. АН СССР*, **306**:1 (1989), 38–40 (совм. с А. Ю. Колесовым, Ю. С. Колесовым, Н. Х. Розовым); англ. пер.: “A mixing attractor in relaxation systems”, *Soviet Math. Dokl.*, **39**:3 (1989), 446–448 (with A. Yu. Kolesov, Yu. S. Kolesov, N. Kh. Rozov).
- [79] “Об одной задаче Понтрягина”, *Дифференц. уравнения*, **25**:11 (1989), 1888–1891 (совм. с А. Ю. Колесовым); англ. пер.: “A problem of Pontryagin”, *Differ. Equations*, **25**:11 (1989), 1323–1325 (with A. Yu. Kolesov).
- [80] “Явление затягивания Л. С. Понтрягина и устойчивые циклы-утки многомерных релаксационных систем с одной медленной переменной”, *Матем. сб.*, **181**:5 (1990), 579–588 (совм. с А. Ю. Колесовым); англ. пер.: “The Pontryagin delay phenomenon and stable ducktrajectories for multidimensional relaxation systems with one slow variable”, *Math. USSR-Sb.*, **70**:1 (1991), 1–10 (with A. Yu. Kolesov).
- [81] “Асимптотическая теория релаксационных колебаний”, *Некоторые вопросы теории колебаний и теории оптимального управления*, Тр. МИАН СССР, **197**, Наука, М., 1991, 3–84 (совм. с А. Ю. Колесовым); англ. пер.: “Asymptotical theory of relaxational oscillations”, *Proc. Steklov Inst. Math.*, **197** (1993), 1–93 (with A. Yu. Kolesov).
- [82] “О механизме разрушения инвариантного тора релаксационной системы Ван-дер-Поля с гармоническим воздействием на медленную переменную”, *Теория чисел, алгебра, математический анализ и их приложения*, Сборник статей. Посвящается 100-летию со дня рождения Ивана Матвеевича Виноградова, Тр. МИАН, **200**, Наука, М., 1991, 197–204 (совм. с А. Ю. Колесовым); англ. пер.: “On the mechanism of destruction of invariant torus of Van der Pole relaxation system with harmonic influence on the slow variable”, *Proc. Steklov Inst. Math.*, **200** (1993), 219–226 (with A. Yu. Kolesov).
- [83] *Периодические движения и бифуркационные процессы в сингулярно возмущенных системах*, Инф. центр “Математика”, МИАН, М., 1992, 321 с. (совм. с Ю. С. Колесовым, А. Ю. Колесовым, Н. Х. Розовым).
- [84] “Asymptotic methods in singularly perturbed systems”, *Monogr. Contemp. Math.*, Consultants Bureau, New York, 1994, xii+281 pp. (with Yu. S. Kolesov, A. Yu. Kolesov, N. Kh. Rozov).

- [85] *Периодические движения и бифуркационные процессы в сингулярно возмущенных системах*, Наука, Физматлит, М., 1995, 336 с. (совм. с Ю. С. Колесовым, А. Ю. Колесовым, Н. Х. Розовым).
- [86] “Реле с запаздыванием и его C^1 -аппроксимация”, *Динамические системы и смежные вопросы*, Сборник статей. К 60-летию со дня рождения академика Дмитрия Викторовича Аносова, Тр. МИАН, **216**, Наука, М., 1997, 126–153 (совм. с А. Ю. Колесовым, Н. Х. Розовым); англ. пер.: “A relay with delay and its C^1 -approximation”, *Proc. Steklov Inst. Math.*, **216** (1997), 119–146 (with A. Yu. Kolesov, N. Kh. Rozov).
- [87] “От ответственного редактора Трудов МИАН”, *Динамические системы и смежные вопросы*, Сборник статей. К 60-летию со дня рождения академика Дмитрия Викторовича Аносова, Тр. МИАН, **216**, Наука, М., 1997, 7–8; англ. пер.: “On the 60th birthday of D. V. Anosov”, *Proc. Steklov Inst. Math.*, **216** (1997), 1–2.
- [88] “Внешнее воздействие как метод регуляризации разрывных колебаний в нелинейном телеграфном уравнении”, *Оптимальное управление, дифференциальные уравнения и гладкая оптимизация*, Сборник статей. К 70-летию со дня рождения члена-корреспондента РАН Реваза Валериановича Гамкрелидзе, Тр. МИАН, **220**, Наука, М., 1998, 157–172 (совм. с А. Ю. Колесовым, Н. Х. Розовым); англ. пер.: “External action as a method for the regularization of discontinuous oscillations in a nonlinear telegraph equation”, *Proc. Steklov Inst. Math.*, **220** (1998), 154–169 (with A. Yu. Kolesov, N. Kh. Rozov).
- [89] “Вместо введения. О работах Р. В. Гамкрелидзе”, *Оптимальное управление, дифференциальные уравнения и гладкая оптимизация*, Сборник статей. К 70-летию со дня рождения члена-корреспондента РАН Реваза Валериановича Гамкрелидзе, Тр. МИАН, **220**, Наука, М., 1998, 5–7 (совм. с А. А. Аграчевым); англ. пер.: “Introduction. On works of R. V. Gamkrelidze”, *Proc. Steklov Inst. Math.*, **220** (1998), 1–3 (with A. A. Agrachev).
- [90] “Явление параметрической буферности в системах параболических и гиперболических уравнений с малой диффузией”, *Укр. матем. журн.*, **50**:1 (1998), 22–35 (совм. с А. Ю. Колесовым, Н. Х. Розовым); англ. пер.: “The phenomenon of the parametric buffer property in systems of parabolic and hyperbolic equations with small diffusion”, *Ukrainian Math. J.*, **50**:1 (1998), 24–39 (with A. Yu. Kolesov, N. Kh. Rozov).
- [91] *Асимптотические методы исследования периодических решений нелинейных гиперболических уравнений*, Тр. МИАН, **222**, Наука, М., 1998, 192 с. (совм. с А. Ю. Колесовым, Н. Х. Розовым); англ. пер.: “Asymptotic methods of investigation of periodic solutions of nonlinear hyperbolic equations”, *Proc. Steklov Inst. Math.*, **222** (1998), 1–189 (with A. Yu. Kolesov, N. Kh. Rozov).
- [92] “Несколько слов о Л. С. Понтрягине и его научном творчестве”, *Алгебра. Топология. Дифференциальные уравнения и их приложения*, Сборник статей. К 90-летию со дня рождения академика Льва Семеновича Понтрягина, Тр. МИАН, **224**, Наука, М., 1999, 7–13; англ. пер.: “A few words about L. S. Pontryagin and his scientific activity”, *Proc. Steklov Inst. Math.*, **224** (1999), 1–7.
- [93] “Решение сингулярно возмущенных краевых задач методом ‘охоты на уток’”, *Алгебра. Топология. Дифференциальные уравнения и их приложения*, Сборник статей. К 90-летию со дня рождения академика Льва Семеновича Понтрягина, Тр. МИАН, **224**, Наука, М., 1999, 187–207 (совм. с А. Ю. Колесовым, Н. Х. Розовым); англ. пер.: “Solution to singularly perturbed boundary value problems by the Duck Hunting method”, *Proc. Steklov Inst. Math.*, **224** (1999), 169–188 (with A. Yu. Kolesov, N. Kh. Rozov).

- [94] “Явление буферности в резонансных системах нелинейных гиперболических уравнений”, *УМН*, **55**:2(332) (2000), 95–120 (совм. с А. Ю. Колесовым, Н. Х. Розовым); англ. пер.: “The buffer property in resonance systems of non-linear hyperbolic equations”, *Russian Math. Surveys*, **55**:2 (2000), 297–321 (with A. Yu. Kolesov, N. Kh. Rozov).
- [95] “Несколько слов о научных школах П. С. Александрова и Л. С. Понтрягина и об их лидерах”, *Математические события XX века*, Фазис, М., 2003, 307–334.
- [96] “Памяти Андрея Андреевича Болибруха”, *Динамические системы и смежные вопросы геометрии*, Сборник статей. Посвящается памяти академика Андрея Андреевича Болибруха, Тр. МИАН, **244**, Наука, М., 2004, 5 (совм. с Д. В. Аносовым); англ. пер.: “In memory of Andrei Andreevich Bolibrukh”, *Proc. Steklov Inst. Math.*, **244** (2004), 1 (with D. V. Anosov).
- [97] “Феномен буферности в нелинейной физике”, *Дифференциальные уравнения и динамические системы*, Сборник статей, Тр. МИАН, **250**, Наука, М., 2005, 112–182 (совм. с А. Ю. Колесовым, Н. Х. Розовым); англ. пер.: “Buffer phenomenon in nonlinear physics”, *Proc. Steklov Inst. Math.*, **250** (2005), 102–168 (with A. Yu. Kolesov, N. Kh. Rozov).
- [98] *Автоволновые процессы в нелинейных средах с диффузией*, Физматлит, М., 2005, 431 с. (совм. с В. А. Садовничим, А. Ю. Колесовым, Н. Х. Розовым).
- [99] “Явление буферности в системах, близких к двумерным гамильтоновым”, *Тр. ИММ УрО РАН*, **12**:1 (2006), 109–141 (совм. с А. Ю. Колесовым, Н. Х. Розовым); англ. пер.: “Buffer phenomenon in systems close to two-dimensional Hamiltonian ones”, *Proc. Steklov Inst. Math.*, **253**, suppl. 1 (2006), S117–S150 (with A. Yu. Kolesov, N. Kh. Rozov).
- [100] “Новые методы доказательства существования и устойчивости периодических решений в сингулярно возмущенных системах с запаздыванием”, *Анализ и особенности*. Часть 2, Сборник статей. К 70-летию со дня рождения академика Владимира Игоревича Арнольда, Тр. МИАН, **259**, Наука, М., 2007, 106–133 (совм. с А. Ю. Колесовым, Н. Х. Розовым); англ. пер.: “New methods for proving the existence and stability of periodic solutions in singularly perturbed delay systems”, *Proc. Steklov Inst. Math.*, **259** (2007), 101–127 (with A. Yu. Kolesov, N. Kh. Rozov).
- [101] “Аттракторы уравнения sin-Гордона в поле квазипериодической внешней силы”, *Динамические системы и оптимизация*, Сборник статей. К 70-летию со дня рождения академика Дмитрия Викторовича Аносова, Тр. МИАН, **256**, Наука, М., 2007, 219–236 (совм. с А. Ю. Колесовым, Н. Х. Розовым); англ. пер.: “Attractors of the sine-Gordon equation in the field of a quasiperiodic external force”, *Proc. Steklov Inst. Math.*, **256** (2007), 206–222 (with A. Yu. Kolesov, N. Kh. Rozov).
- [102] “Хаотическая буферность и ее математические модели”, *Нелінійні колив.*, **10**:1 (2007), 93–112 (совм. с А. Ю. Колесовым, Н. Х. Розовым); англ. пер.: “Chaotic buffering and its mathematical models”, *Nonlinear Oscil. (N.Y.)*, **10**:1 (2007), 88–105 (with A. Yu. Kolesov, N. Kh. Rozov).
- [103] “Резонансная динамика нелинейных флаттерных систем”, *Дифференциальные уравнения и динамические системы*, Сборник статей, Тр. МИАН, **261**, МАИК, М., 2008, 154–175 (совм. с А. Ю. Колесовым, Н. Х. Розовым); англ. пер.: “Resonance dynamics of nonlinear flutter systems”, *Proc. Steklov Inst. Math.*, **261** (2008), 149–170 (with A. Yu. Kolesov, N. Kh. Rozov).
- [104] “Об одной бифуркации в релаксационных системах”, *Укр. матем. журн.*, **60**:1 (2008), 63–72 (совм. с А. Ю. Колесовым, Н. Х. Розовым); англ. пер.: “On a bifurcation in relaxation systems”, *Ukrainian Math. J.*, **60**:1 (2008), 66–77 (with A. Yu. Kolesov, N. Kh. Rozov).
- [105] *Автоволновые процессы в нелинейных средах с диффузией*, Физматлит, М., 2010, 400 с. (совм. с В. А. Садовничим, А. Ю. Колесовым, Н. Х. Розовым).

- [106] “Явление буферности в пространственно одномерном уравнении Свифта–Хогенберга”, *Дифференциальные уравнения и топология. I*, Сборник статей. К 100-летию со дня рождения академика Льва Семеновича Понтрягина, Тр. МИАН, **268**, МАИК, М., 2010, 137–154 (совм. с А. Ю. Колесовым, Н. Х. Розовым); англ. пер.: “Buffer phenomenon in the spatially one-dimensional Swift–Hohenberg equation”, *Proc. Steklov Inst. Math.*, **268** (2010), 130–147 (with A. Yu. Kolesov, N. Kh. Rozov).
- [107] “Об одной модификации уравнения Хатчинсона”, *Журн. вычисл. матем. и матем. физ.*, **50**:12 (2010), 2099–2112 (совм. с А. Ю. Колесовым, Н. Х. Розовым); англ. пер.: “A modification of Hutchinson’s equation”, *Comput. Math. Math. Phys.*, **50**:12 (2010), 1990–2002 (with A. Yu. Kolesov, N. Kh. Rozov).
- [108] “Многочастотные автоколебания в двухмерных решетках связанных осцилляторов”, *Тр. ИММ УрО РАН*, **16**:5 (2010), 82–94 (совм. с А. Ю. Колесовым, Н. Х. Розовым).
- [109] “Многочастотные автоколебания в двумерных решетках связанных осцилляторов”, *Изв. РАН. Сер. матем.*, **75**:3 (2011), 97–126 (совм. с А. Ю. Колесовым, Н. Х. Розовым); англ. пер.: “Multifrequency self-oscillations in two-dimensional lattices of coupled oscillators”, *Izv. Math.*, **75**:3 (2011), 539–567 (with A. Yu. Kolesov, N. Kh. Rozov).