Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

А. А. Аграчѐв, Д. В. Аносов, С. М. Асеев, В. М. Бухштабер, А. М. Вершик, Я. Б. Воробец, В. А. Кайманович, Б. С. Кашин, И. Г. Лысѐнок, А. Ю. Ольшанский, В. Н. Ремесленников, Я. Г. Синай, С. К. Смирнов, А. М. Степин, И. А. Тайманов, Е. В. Щепин, Ростислав Иванович Григорчук (к шестидесятилетию со дня рождения), *УМН*, 2013, том 68, выпуск 5, 187–190

DOI: <https://doi.org/10.4213/rm9554>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением <http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.81.137.203

26 апреля 2023 г., 17:29:24

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЖИЗНЬ

Ростислав Иванович Григорчук

(к шестидесятилетию со дня рождения)

23 февраля 2013 г. исполнилось шестьдесят лет сотруднику Математического института им. В. А. Стеклова РАН доктору физико-математических наук, профессору Ростиславу Ивановичу Григорчуку.

Он родился на хуторе Мухавец Вишневецкого района в Тернопольской области Украины. Интерес Ростислава к занятиям математикой проявился во время его учебы в средней школе. Он успешно участвовал в региональных и всесоюзной математических олимпиадах. С рекомендацией А. Н. Колмогорова в 1970 г. Р. Григорчук поступил в МГУ и после двух лет обучения решил специализироваться по кафедре теории функций и функционального анализа (научный руководитель – А. М. Степин).

В связи с задачей об изоморфизме равноэнтропийных бернуллиевских групп преобразований и с вопросом о существовании аменабельных¹ бернсайдовских (т. е. конечно порожденных бесконечных периодических) групп Р. И. Григорчуку было предложено заняться исследованием случайных блужданий на группах и, в частности, изучением поведения спектрального радиуса блуждания при введении в группу новых соотношений, а также комбинаторными задачами, возникающими в кодировании и при построении аменабельных полугрупп. Результаты, полученные в этом направлении, были доложены (1976) на IV Международном симпозиуме по кодированию и передаче информации в Репино (Куоккала).

В числе задач по аспирантской теме исследований Р. И. Григорчука были следующие: 1) развить метод оценки спектрального радиуса случайных блужданий, используя связь с разрешимостью проблемы слов; 2) изучить поведение спектрального радиуса блужданий на однородных пространствах в зависимости от стационарных подгрупп и опровергнуть однородную версию известной гипотезы фон Неймана о структуре неаменабельных групп; 3) разработать геометрический подход к построению бернсайдовских групп. В 1978 г. Р. И. Григорчук защитил в МГУ кандидатскую диссертацию об инвариантных банаховых средних на однородных пространствах, а через полгода сдал в печать заметку “К проблеме Бернсайда о периодических группах” (*Функц. анализ и его прил.*, 14:1 (1980)). За эту работу, содержащую

¹ что означает “имеющих инвариантное банахово среднее”.

геометрическую конструкцию бернсайдовских групп, и диссертационные результаты ему была присуждена премия Московского математического общества (1980). После аспирантуры Ростислав Иванович работал в Московском институте инженеров транспорта, с 1995 г. – в Математическом институте им. В. А. Стеклова РАН и с 2002 г. – в Техасском университете A&M.

Летом 1980 г. был произведен компьютерный эксперимент по оценке роста одной из бернсайдовских групп, действующих на отрезке перекладываниями. Его результат определенно указывал на аменабельность подопытной группы, и вскоре это было подтверждено. В 1981–1982 гг. Ростислав Иванович построил континуальное семейство бесконечных 2-групп с тремя образующими. Он анонсировал существование среди них групп, имеющих рост, промежуточный между полиномиальным и показательным, т. е. решение проблемы Дж. Милнора. Импульсом к постановке этой проблемы послужила альтернатива Титса для конечно порожденных подгрупп алгебраических групп: они либо почти разрешимы, либо имеют свободную подгруппу с двумя образующими. Публикации Милнором задачи о группах промежуточного роста ([Amer. Math. Monthly, 75:6 \(1968\)](#)) предшествовала, со слов самого Милнора, его работа по проверке роста имевшихся на тот момент групп за рамками альтернативы Титса.

Для изучения свойств групп, построенных Р. И. Григорчуком, аппроксимационная теория динамических систем и групп преобразований предоставила полезное понятие: локальный изоморфизм групп с одним и тем же набором образующих. Это привело к метризации упомянутого семейства, в пополнении которого всюду плотны бесконечные почти разрешимые группы; при этом периодические группы образуют массивное множество. Отсюда следует, что аменабельность – это типичное свойство в построенном семействе. В нем существует также много неэлементарных² аменабельных групп, поскольку конечно порожденная периодическая элементарная группа конечна. Основываясь на идее, подсказанной алгоритмом решения проблемы слов в построенных 2-группах, Р. И. Григорчук сконструировал и группы без кручения, имеющие промежуточный рост. Эти результаты составили основу защищенной им в МИАН (1985) докторской диссертации о группах промежуточного роста и их приложениях. Как математик Ростислав Иванович формировался в семинарах С. И. Адяна, В. М. Алексеева и Я. Г. Синая, Д. В. Аносова и А. М. Степина, семинарах кафедры высшей алгебры механико-математического факультета МГУ.

В 1986 г. Р. И. Григорчук выполнил работу, основной результат которой составляет опровержение гипотезы Розенблатта о сверхаменабельности. Так называется свойство группы G , состоящее в том, что для любого ее действия $G \times S \rightarrow S$ и каждого непустого подмножества $A \subset S$ существует всюду определенная конечно аддитивная мера μ на S такая, что $\mu(A) = 1$. Упомянутая гипотеза гласила: группа сверхаменабельна, если она аменабельна и не содержит свободной подподгруппы с двумя образующими. Опровержение достигается на сплетении $\mathbb{Z}_p$ и аменабельной бернсайдовской p -группы.

Началом следующего цикла работ Р. И. Григорчука, посвященных многообразным связям теории групп и подгрупп с геометрией и топологией, можно считать обобщение на случай подгрупп с законом сокращения известной теоремы Громова о почти нильпотентности групп степенного роста. Затем им было получено существенное продвижение в классификации некомпактных (топологических, конформных или гиперболических) поверхностей L , имеющих компактное факторпространство L/Γ относительно некоторого вполне разрывного действия группы Γ изоморфизмов соответствующей структуры. Используемый при этом подход основан на сравнении роста группы Γ и роста площади на L . Далее, в работах Р. И. Григорчука, выполненных

²Элементарными называют элементы минимального класса, содержащего конечные и абелевы группы и замкнутого относительно операций расширения, индуктивного предела и перехода к подгруппе и факторгруппе.

с П. Ф. Курчановым и Х. Ципангом, найдена формула для числа классов эквивалентности эпиморфизмов фундаментальной группы замкнутой поверхности в свободные группы. Этот результат применяется к решению квадратных уравнений в свободных группах, и, в свою очередь, методы решения таких уравнений находят приложения в топологии. Высокую оценку специалистов получила работа Р. И. Григорчука и И. Г. Лысёнка об описании решений квадратных уравнений в гиперболических группах. К геометрическому циклу можно отнести и работы Р. И. Григорчука о представлениях групп промежуточного роста гомеоморфизмами прямой и функциях роста гиперболических групп. Он продолжил начатое Х. Фюрстенбергом исследование класса тихоновских групп аффинных преобразований, доказав, что такие группы с конечным числом образующих допускают эпиморфизм на $\mathbb{Z}$, а в случае субэкспоненциального роста и ограниченности орбит имеют ненулевую неподвижную точку. В одной из совместных работ Р. И. Григорчука решена поставленная М. Атьей задача о существовании замкнутого риманова многообразия с нецелым L_2 -числом Бетти; соответствующая конструкция базируется на следующем утверждении юбиляра и А. Жука: оператор Лапласа на конечно порожденной бесконечной группе может иметь чисто точечный спектр.

В то же время Ростислав Иванович публикует серию работ (частью совместных) о росте и аменабельности групп, дополняющих результаты, полученные им ранее. Среди результатов этих работ заслуживают быть отмеченными здесь следующие: пример неэлементарной конечно представленной аменабельной группы и доказательство того, что наиболее известная группа Γ промежуточного роста (*Функц. анализ и его прил.*, 14:1 (1980)) не является конечно определенной (а именно, установлена независимость найденных И. Г. Лысёнком соотношений, определяющих Γ); это ответ на вопрос Баумслага. Далее было установлено, что все конечно порожденные бесконечные подгруппы в Γ соизмеримы с Γ и обобщенная проблема слов разрешима для Γ ; последнее основано на том, что максимальные подгруппы в Γ имеют конечный индекс (теорема Е. Л. Первой). Установлены также связи аменабельности и роста для групп и соответствующих им групповых и градуированных алгебр. Наконец, отметим контрпример к гипотезе Зельманова о строении про- p -групп конечной ширины³, все нетривиальные факторгруппы которых конечны.

Ряд работ Р. И. Григорчука посвящен вопросам о неаменабельных группах: конструкция их аменабельных действий, парадоксальным разбиениям, эргодической теории и исследованию решетчатых моделей статистической механики на таких группах. Точнее, доказано существование инвариантных гиббсовских мер для широкого класса трансляционно инвариантных потенциалов взаимодействия и вычислены крайние такие меры в случаях, когда группа имеет древовидный граф Кэли; охарактеризованы области фазовых переходов для модели Изинга с магнитным полем в случае модулярной группы движений плоскости Лобачевского (последняя задача рассматривалась ранее Т. Редже). Далее, Ростислав Иванович показал, что индивидуальная эргодическая теорема распространяется на случай свободных (полу)групп преобразований и так называемых *iterated function systems*; при этом усреднение производится сначала по сферам, а затем по Чезаро; эта идея получила развитие в недавних работах А. И. Буфетова, А. В. Клименко и М. И. Христофорова. В работах Р. И. Григорчука и его учеников о действиях неаменабельных групп получены новые оценки чисел Тарского и предложены новые примеры эффективных аменабельных действий указанных групп.

В конце 1990-х и в начале 2000-х годов Р. И. Григорчук (совместно с учениками и коллегами) публикует серию статей о спектральных задачах в теории групп, вводит новый класс групп (так называемых ветвящихся) и выполняет ряд работ об их структуре. Ветвящиеся группы важны потому, что они образуют один из трех классов,

³Группа имеет конечную ширину, если порядки ее нижних центральных факторов ограничены.

на которые естественным образом разбивается семейство конечно порожденных бесконечных групп, все нетривиальные факторгруппы которых конечны. Дальнейшее развитие этой теории и ее связи с группами, действующими на однородных корневых деревьях, привело к понятиям групп итерированных монодромий и самоподобных групп (В. Некрашевич), нашедшим применение в голоморфной динамике и теории фракталов.

Ростислав Иванович снискал широкую известность своими математическими результатами, относящимися, прежде всего, к асимптотической теории групп и групповых действий. Он много и плодотворно пишет, а также неутомимо пропагандирует свои идеи в докладах на конференциях всех уровней (как международных, так и региональных). Список его опубликованных работ насчитывает около ста названий, тридцать из них – это монографии, статьи в энциклопедиях и обзоры. Он был приглашенным докладчиком на Международном конгрессе математиков в Киото (1990), представлял краткие научные сообщения о своих результатах на конгрессы в Варшаве и Цюрихе. Активность Ростислава Ивановича на конференциях неуклонно повышалась вплоть до последнего времени и в настоящее время такова: более ста докладов за 2002–2012 гг.

Р. И. Григорчук охотно взаимодействует с учащейся и научной молодежью. Десять его учеников, защитивших кандидатские (или Ph.D.) диссертации, преподают в университетах Старого и Нового света.

Вклад Р. И. Григорчука в научно-организационную работу значителен. Он активный участник межфакультетского семинара по динамическим системам на механико-математическом факультете МГУ, работал в составе редколлегии журнала “Математические заметки” и в Экспертном совете ВАК. Ростислав Иванович – основатель и главный редактор журнала “Groups, Geometry and Dynamics” Европейского математического общества, входит в состав редколлегий ряда математических изданий и является членом редакционного совета Украинского математического журнала. Он участвовал в редактировании трудов конференций, был редактором (и соредактором) сборников статей по динамической теории групп преобразований и состоял в оргкомитетах многочисленных конференций (более 20 за последние 10 лет).

Поздравляя Ростислава Ивановича с юбилеем и завершая эту юбилейную характеристику его вклада в теорию групп преобразований и смежные области математики, мы отмечаем, что разгаданы далеко не все тайны, относящиеся к группам промежуточного роста, аменабельным и ветвящимся группам. Пожелаем юбиляру и на новом этапе его деятельности совершить вклад в математику, подобный уже им сделанному.

*А. А. Аграчёв, Д. В. Аносов, С. М. Асеев, В. М. Бухитабер,
А. М. Вершик, Я. Б. Воробец, В. А. Кайманович,
Б. С. Кашин, И. Г. Лысёнок, А. Ю. Ольшанский,
В. Н. Ремесленников, Я. Г. Синай, С. К. Смирнов,
А. М. Степин, И. А. Тайманов, Е. В. Щепин*