Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

И. Я. Арефьева, В. М. Бухштабер, Е. П. Велихов, А. Б. Жижченко, В. Е. Захаров, И. А. Ибрагимов, С. В. Кисляков, В. В. Козлов, П. П. Кулиш, Л. Н. Липатов, В. П. Маслов, В. А. Матвеев, С. П. Новиков, Ю. С. Осипов, А. М. Поляков, В. А. Рубаков, М. А. Семенов-Тян-Шанский, Ю. А. Симонов, Я. Г. Синай, А. А. Славнов, И. А. Соколов, Л. А. Тахтаджян, В. Е. Фортов, С. Л. Шаташвили, Людвиг Дмитриевич Фаддеев (к восьмидесятилетию со дня рождения), *УМН*, 2014, том 69, выпуск 6, 183–191

DOI: <https://doi.org/10.4213/rm9636>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением <http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 52.205.19.152

26 апреля 2023 г., 12:42:05

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЖИЗНЬ

Людвиг Дмитриевич Фаддеев
(к восьмидесятилетию со дня рождения)

В марте 2014 г. исполнилось 80 лет одному из крупнейших математиков и физиков-теоретиков современности академику Людвигу Дмитриевичу Фаддееву. В короткой статье не просто описать все принадлежащие ему результаты; многие из них вошли в рабочий аппарат математики и теоретической физики. Одно из важнейших открытий великих математиков прошлого — от Эйлера и Гаусса до Гильберта, Германа Вейля и наших современников — состоит в единстве всей математики — алгебры, геометрии, анализа, теории чисел и т. д. без всяких исключений. Работы Л. Д. Фаддеева добавили к этому списку, в качестве его равноправной составной части, многие разделы современной теоретической физики. На протяжении жизни одного поколения математическая физика полностью изменила свое лицо, и Л. Д. Фаддеев неизменно был одним из ведущих участников этого увлекательного процесса. Если еще в 1960-е годы имела некоторое основание известная шутка о том, что брак математики и физики, заключенный в XVIII и XIX вв., окончился разводом, то спустя всего несколько лет положение полностью изменилось, причем можно говорить об обратном влиянии теоретической физики на математику (влиянии, важность которого Людвиг Дмитриевич всегда любит подчеркивать). Достаточно упомянуть, например, что одним из важнейших открытий последнего времени в топологии стала квантовая теория поля. (При этом основной аппарат, связанный с приложениями квантовой теории поля в топологии, основан на знаменитой работе Л. Д. Фаддеева о квантовании калибровочных полей.)

Л. Д. Фаддеев родился 23 марта 1934 г. в семье замечательных математиков Дмитрия Константиновича и Веры Николаевны Фаддеевых. Д. К. Фаддеев, один из ведущих советских алгебраистов, был сотрудником МИАН со времени его основания (1934), а затем и одним из первых сотрудников Ленинградского отделения Математического института им. В. А. Стеклова (ЛОМИ) с момента его воссоздания в 1940 г. (после пятилетнего перерыва, вызванного переводом Академии в Москву). В. Н. Фаддеева заведовала в ЛОМИ созданной ею лабораторией вычислительной математики. Таким образом, жизнь Людвига оказалась уже с раннего детства связанной с Математическим институтом. Однако, поступая в Ленинградский университет, он выбрал

не математический факультет (деканом которого в то время был его отец), а физический. Как отмечал сам Людвиг Дмитриевич впоследствии, в этом решении сказался его нонконформизм и желание проложить в жизни и в науке независимый путь.

На физическом факультете тех времен ощущалась непосредственная связь с традициями санкт-петербургской математической школы и с начальной “героической” эпохой квантовой теории, воплощенная в таких замечательных людях, как академики В. И. Смирнов и В. А. Фок. Курс “математики для физиков”, разработанный В. И. Смирновым, был ориентирован на то, чтобы обучить студентов математике квантовой теории. При выборе специализации на 3-м курсе физического факультета Людвиг выбрал не кафедру теоретической физики, а кафедру математики, которая как раз в это время впервые стала “выпускающей”, получив право готовить студентов-дипломников.

Ведущим профессором кафедры была в то время О. А. Ладыженская, читавшая студентам теорию функций комплексной переменной, теорию операторов, теорию уравнений в частных производных. В организованном ею студенческом семинаре разбиралась только что появившаяся книга К. Фридрикса “Математические аспекты квантовой теории поля”. Участие в работе этого семинара заложило основы глубокого интереса Людвиг к проблемам квантовой теории поля. Его первые самостоятельные работы, начатые еще в этом семинаре, связаны с математическим обоснованием теории рассеяния – теорией возмущений непрерывного спектра, дисперсионными соотношениями и обратной задачей для одномерного уравнения Шрёдингера. Спустя 15 лет работа Л. Д. Фаддеева [5], дающая полное решение обратной задачи рассеяния для оператора Шрёдингера на прямой, вновь оказалась в центре внимания в связи с развитием классического метода обратной задачи – нового мощного средства изучения нелинейных уравнений в частных производных.

За этим последовала знаменитая работа о трехчастичном рассеянии [2], [4]. Эта работа вызвала огромный интерес у теоретиков, занимающихся прикладными аспектами квантовой физики (теория атомных столкновений, теория ядра), и породила поистине необъятную литературу. Вместе с тем она представляла собой и значительное техническое достижение с точки зрения чистой математики: это был один из первых примеров исчерпывающего изучения дифференциального оператора со сложной структурой непрерывного спектра. Интересно, что одна из основных идей этой работы – перестройка интегральных уравнений теории рассеяния в так называемые уравнения Фаддеева, позволяющая контролировать вклад непрерывного спектра, возникла у Людвиг Дмитриевича под влиянием изучения модели Тирринга – простейшей (но уже далеко не тривиальной) модели квантовой теории поля. В следующем десятилетии та же модель Тирринга вновь сыграла важную роль в работах по квантовому методу обратной задачи. Работа по многочастичному рассеянию была активно продолжена учениками и коллегами Л. Д. Фаддеева (В. С. Буслаев, О. А. Якубовский, С. П. Меркурьев), но сам Людвиг Дмитриевич, завершив свою ставшую знаменитой монографию [4] о квантовой задаче трех тел, решительно обратился к другой и еще более трудной области – квантовой теории поля.

Опыт работы с дифференциальными операторами со сложной структурой непрерывного спектра оказался полезен еще в одной задаче, которой Л. Д. Фаддеев занялся в середине 1960-х годов по инициативе И. М. Гельфанда, – теории автоморфных функций (для дискретных групп с некомпактной фундаментальной областью конечного объема). Л. Д. Фаддееву принадлежит первое полное доказательство теоремы разложения [6] и, вместе с А. Б. Венковым и В. Л. Калининым, неарифметический вывод формулы следа Сельберга для некомпактных римановых поверхностей конечного объема [11]. Вместе с Б. С. Павловым Л. Д. Фаддеев предложил и интересную

нестационарную формулировку задачи рассеяния для автоморфных функций, позволяющую интерпретировать нули дзета-функции Римана как квантовомеханические резонансы [10].

В начале 1960-х годов квантовая теория поля не пользовалась популярностью – ее позиции казались полностью подорванными как целым десятилетием безуспешной работы с мезонными теориями, так и, в особенности, открытым в середине 1950-х годов Л. Д. Ландау и И. Я. Померанчуком парадоксом нуль-заряда – обращением в нуль перенормированной константы связи в результате учета множественного рождения частиц. Вкладом Л. Д. Фаддеева в объяснение парадокса нуль-заряда стала его короткая заметка с Ф. А. Березиным [3]: обращение в нуль взаимодействия было прослежено на модельном примере потенциалов нулевого радиуса, причем результат здесь можно получить как с помощью обычной для физиков логарифмической перенормировки заряда, так и вне рамок теории возмущений – с помощью теории расширений самосопряженных операторов. Это, с одной стороны, указывало на то, что парадокс нуль-заряда не является артефактом теории возмущений, а с другой – оставляло надежду на построение нетривиальных моделей теории поля, свободных от нуль-зарядных трудностей. Однако общее мнение теоретиков, сложившееся на рубеже 1960-х и 1970-х годов, было полностью противоположным. Л. Д. Ландау в своей последней короткой статье “Фундаментальные проблемы”, написанной незадолго до трагической автомобильной катастрофы, оборвавшей его научную карьеру, написал, со ссылкой на “парадокс нуль-заряда”, что гамильтонов метод в теории поля полностью мертв и должен быть похоронен (“со всеми почестями, которых он заслуживает”). “Ввиду краткости жизни, – заключал Ландау, – мы не можем позволить себе заниматься задачами, не ведущими к новым результатам”. Слова Ландау воспринимались его учениками в начале 1960-х годов как завещание Учителя – и когда в 1966 г. Л. Д. Фаддеев вместе с В. Н. Поповым получили решающее продвижение в квантовой теории Янга–Миллса, их статья не могла быть принята к печати ни в одном из ведущих физических журналов в СССР, так же как не могла быть опубликована за границей (для этого требовалось положительное заключение Отделения ядерной физики АН СССР). В результате было опубликовано (с годичной задержкой) лишь короткое сообщение об этой работе в *Physics Letters* [8], а полный текст работы был издан только в виде препринта Киевского института теоретической физики [7]; этот препринт был переведен на английский и опубликован в *Fermilab* только в 1973 г., уже в разгар “бума”, вызванного появлением последовательной теории квантовых калибровочных полей. Несмотря на эти трудности, работа Фаддеева и Попова оказала большое и во многом определяющее влияние на развитие всей этой области.

В середине 1960-х годов, когда Л. Д. Фаддеев начинает заниматься теорией Янга–Миллса, которая в то время воспринималась еще не как фундаментальная теория, а, скорее, как модельный пример, предшествующий построению квантовой теории тяготения. К этому времени было осознано (в частности, Р. П. Фейнманом), что квантование теории Янга–Миллса стандартными методами, известными из квантовой электродинамики, ведет к трудностям и противоречиям (нарушению условия унитарности). В упомянутой выше совместной работе с В. Н. Поповым Л. Д. Фаддееву впервые удалось предложить последовательную схему квантования теории Янга–Миллса. Основная идея состояла в корректном учете калибровочной инвариантности, т. е. переходе от потенциалов A_μ ковариантных производных $\partial_\mu - A_\mu$ к классам эквивалентности (орбитам) полей, получающихся друг из друга калибровочными преобразованиями¹ $A_\mu \mapsto g A_\mu g^{-1} + \partial_\mu g g^{-1}$; именно классы эквивалентности становятся основными объектами теории. Реализовать идею редукции по калибровочной группе оказалось проще всего в формализме континуального интегрирования, где можно параметризовать

¹Здесь для соответствующей связности используется определение $d - A_\mu dx^\mu$.

классы эквивалентности калибровочных полей, введя вспомогательную поверхность, трансверсально пересекающую орбиты калибровочной группы, с помощью простого уравнения, фиксирующего калибровку, например $\partial_\mu A_\mu = 0$. При замене переменных, связанной с выбором калибровочного условия, возникает нетривиальный якобиан, оказывающийся детерминантом дифференциального оператора с переменными коэффициентами, зависящими от калибровочного поля и от выбора калибровки. Нетривиальность детерминанта приводит к модификации правил квантования. Якобиан может быть выражен через гауссов континуальный интеграл по вспомогательным грассмановым переменным, получившим название “духи Фаддеева–Попова”. Инвариантное изложение этого подхода в статье Л. Д. Фаддеева [9], открывающей первый номер журнала ТМФ за 1969 г., дало общий рецепт квантования систем со связями в формализме континуального интеграла.

Работы Л. Д. Фаддеева по квантованию поля Янга–Миллса появились как раз в то время, когда роль калибровочных теорий в физике частиц была наконец правильно понята, что привело к возрождению интереса к квантовой теории поля в целом. В конце 1960-х и в начале 1970-х годов были сформулированы объединенная модель электромагнитных и слабых взаимодействий Вейнберга–Салама–Глешоу и калибровочная теория сильных взаимодействий – квантовая хромодинамика. Все это способствовало тому, что метод Фаддеева–Попова быстро превратился в основной рабочий инструмент физиков-теоретиков. Признанию способствовала также ясность и простота метода – статья Фаддеева и Попова в *Physics Letters* уместилась на двух страницах, в то время как альтернативный метод Б. Де Витта потребовал для своего изложения трех многостраничных статей в *Physical Review*.

Уже в первой статье Фаддеева и Попова отмечалось, что предложенный ими метод имеет весьма общий характер; в качестве другого приложения в ней были сформулированы правила квантования гравитационного поля. Намеченный авторами метод квантования гравитации был затем развит в нескольких публикациях. (Замечательно, что преобразование функционального интеграла к гамильтоновой форме позволило просто получить гамильтонову формулировку теории тяготения, что важно не только в квантовой, но и в классической теории, в частности в связи с проблемой положительности энергии. В 1960-е годы Людвиг Дмитриевич получил в связи с проблемой положительности один из лучших в то время результатов; полностью задача была решена спустя 10 лет Яу и Шеном, а затем более просто Э. Виттенем.) К сожалению, возможности теории возмущений в квантовой гравитации сильно ограничены ее перенормируемостью. Однако по мере того как идеи квантовой теории поля проникали во все новые области математики – в теорию представлений, а затем и в топологию, универсальность и гибкость метода Фаддеева–Попова становились все более очевидными; усовершенствованный метод “духов” превратился в удобную когомологическую технику, непосредственно связанную с идеями суперсимметрии (метод BRST).

Квантование и перенормировка калибровочных теорий стали основой монографии [15], написанной Л. Д. Фаддеевым совместно с А. А. Славновым. Это была первая монография, в которой теория калибровочных полей была сформулирована на основе метода континуального интеграла. За эту книгу авторы в 1995 г. были удостоены Государственной премии Российской Федерации.

Работы по методу обратной задачи теории рассеяния были одной из важных тем исследований Л. Д. Фаддеева еще с конца 1950-х годов. Им получено обобщение результатов Гельфанда–Левитана–Марченко на случай уравнения Шрёдингера на всей оси, исследованы (совместно с В. С. Буслаевым) спектральные тождества следов для одномерного оператора Шрёдингера [1] и, наконец, получено решающее продвижение в трехмерной обратной задаче [12]. В конце 1960-х – начале 1970-х годов метод обратной задачи неожиданно оказался связан с захватывающими успехами в изучении

нелинейных уравнений. Людвиг Дмитриевич с самого начала был одним из главных действующих лиц этого “героического периода”, когда объем наших знаний об интегрируемых системах удваивался за время между двумя конференциями. В теории интегрируемых нелинейных уравнений счастливым образом объединились все темы, которыми Л. Д. Фаддеев занимался в предшествующий период, – обратная задача теории рассеяния, тождества следов, гамильтонова механика. При этом его вклад в развитие метода обратной задачи определялся не только его чисто техническими достижениями, но не в меньшей степени его ролью активного учителя; именно в этот период сложилась возглавляемая Людвигом Дмитриевичем группа молодых сотрудников его лаборатории (в основном, выпускников ленинградского физфака и мат-меха, прошедших через семинар Людвига Дмитриевича в ЛОМИ), составившей основу школы Л. Д. Фаддеева. Принадлежать к ней было большой честью.

Интерес Людвига Дмитриевича к изучению нелинейных уравнений с самого начала был связан не столько с их ролью полезных моделей в механике сплошных сред, сколько с возможными их приложениями в квантовой теории поля. В этом отношении исключительно важную роль сыграло уравнение sine Gordon , лаксову пару и переменные действие-угол для которого Л. Д. Фаддеев построил вместе с Л. А. Тахтаджяном в 1974 г. [13]. Из этого результата следовала удивительная (пока еще квазиклассическая) картина спектра масс в квантовополевой релятивистской задаче: помимо частиц, соответствующих основному полю, в нем присутствовали еще солитоны и их связанные состояния; при этом солитоны несли нетривиальный заряд и их естественно было считать сильно взаимодействующими. Уравнение sine Gordon впервые указало на роль квазичастичных классических решений и, более общим образом, на богатство правильно выбранных нелинейных моделей в квантовой теории поля. Идеологическое влияние этой работы на теоретическую физику 1970–1980-х годов было весьма значительным – из нее выросли солитонные решения в многомерных теориях (монополи ‘т Хоофта–Полякова), инстантонные решения в теории Янга–Миллса и, наконец, интерпретация адронов как солитонов в киральных теориях (Э. Виттен; в работах Д. И. Дьяконова и В. Ю. Петрова эта идея была несколько позже доведена до техники эффективных вычислений основных характеристик адронных резонансов с точностью до нескольких процентов).

Параллельно с квазиклассическим квантованием солитонов Л. Д. Фаддеевым и В. Е. Корепиным [14] в течение 1970-х годов идет поиск математического аппарата для точного решения двумерных квантовых моделей. Эти поиски привели к новому удачному синтезу – созданию вместе с Е. К. Склиняным и Л. А. Тахтаджяном квантового метода обратной задачи [16], объединившему идеи классического метода обратной задачи с методами и результатами Р. Бакстера и Г. Бете. Замечательным образом квантовый метод обратной задачи также естественно включил в себя теорию факторизованных S -матриц, развитую А. Б. и Ал. Б. Замолотчиковыми при помощи популярного в 1960-е годы “бутстрапного” метода. Одним из побочных продуктов нового развития стала теория квантовых групп, выросшая из изучения квантового уравнения Янга–Бакстера (впервые осознанного в качестве интересного алгебраического объекта именно в работах Л. Д. Фаддеева и его школы) – и превратившаяся, после работ В. Г. Дринфельда, в один из наиболее интересных сюжетов некоммутативной алгебры со времени открытия группы Ли. Вместе с Л. А. Тахтаджяном и Н. Ю. Решетихиным Л. Д. Фаддеев развил удобный и общий подход к квантованию групп и алгебр Ли, целиком основанный на использовании квантовых R -матриц [19]. Этот подход привел к ряду важных продвижений – построению квантовых алгебр, отвечающих решеткам и произвольным графам и квантовой деформации уравнений Книжника–Замолотчикова.

Квазиклассическая конструкция, связанная с R -матричным методом, – теория классических g -матриц, предложенная первоначально Е. К. Скляниным, позволила алгебраизировать классический метод обратной задачи и вместе с тем оказалась очень интересной с точки зрения симплектической и пуассоновой геометрии. Во всех этих результатах роль Людвига Дмитриевича как активно работающего математика и учителя была исключительно велика.

В конце 1980-х – начале 1990-х годов наметился еще один синтез: между гамильтоновыми методами, характерными для квантового метода обратной задачи, и конформной теорией поля. Ковариантность по отношению к конечномерным квантовым группам, естественно возникающая в конформных теориях, была осознана как часть (бесконечномерной) скрытой симметрии, характерной для интегрируемых моделей. Работы Л. Д. Фаддеева этого периода способствовали прояснению скрытой квантовой симметрии и привели также к новым интересным решеточным моделям теории поля (в дискретном пространстве-времени) [21], которые можно воспринимать также как нетривиальные примеры “некоммутативной геометрии” в духе А. Конна.

В 1980-е годы работы по квантовому методу обратной задачи несколько отодвинули на задний план в фаддеевской лаборатории “четырёхмерную” физику, но и в этом направлении было получено несколько важных результатов, частично все еще остающихся “заделом” на будущее. Сюда относятся, прежде всего, работы Л. Д. Фаддеева и С. Л. Шаташвили по квантовополевым аномалиям, открытие интересного класса групповых когомологий и связанного с ним расширения трехмерной группы/алгебры калибровочных преобразований [17], [18].

Другим направлением, которое он развивал в эти годы, был поиск нетривиальных решений четырехмерных нелинейных уравнений, в которых роль топологического заряда играл инвариант Хопфа [23]. Эти исследования были продолжены в 1990-е годы совместно с финским физиком А. Ниemi, подтвердившим с помощью численных методов существование устойчивых “заузленных” решений уравнений модифицированной модели Скирма, предложенной в работах Л. Д. Фаддеева. Эти решения играют центральную роль и в предложенном Л. Д. Фаддеевым и А. Ниemi [24] гипотетическом описании “глоболов” – нетривиальных возбуждений поля Янга–Миллса, с которыми связан один из возможных сценариев конфайнмента кварков.

1990-е годы стали началом глубокого кризиса всей российской науки – кризиса, вызванного политическим и экономическим кризисом, в котором оказалась вся страна. В результате многие из сотрудников созданной Л. Д. Фаддеевым лаборатории стали работать в ведущих американских и европейских университетах. В этих условиях “командная работа”, характерная для школы Людвига Дмитриевича в период ее формирования и расцвета, с ее плодотворным научным сотрудничеством между всеми членами лаборатории, стала уже невозможной. Вместе с тем возникли и новые интересные коллаборации. Выше уже упомянуты работы Л. Д. Фаддеева, выполненные в сотрудничестве с А. Ниemi. Другой важнейшей темой в 1990-е и 2000-е годы оставался квантовый метод обратной задачи. Одним из его неожиданных применений стала физика высоких энергий – как хорошо известно еще с 1960-х годов, при больших переданных импульсах релятивистские амплитуды рассеяния становятся эффективно двумерными, и это позволило применить для их изучения методы, отработанные при изучении двумерных интегрируемых моделей. Этому вопросу были посвящены работы Л. Н. Липатова, Л. Д. Фаддеева и Г. П. Корчемского [20], [22]. Работа над более глубокими аспектами квантового метода обратной задачи привела к изучению бесконечномерных реализаций квантовых R -матриц и к важнейшей концепции модулярной двойственности для квантовых групп и алгебр Ли. Работа Л. Д. Фаддеева о модулярном дубле квантовой группы [25] представляет собой глубокий “задел” для будущих исследований, связанных с нетривиальными новыми

главами теории представлений, некоммутативной геометрией, теорией специальных функций (q -дилогарифмы), квантовой гравитацией и множеством других сюжетов, изучение которых только начинается.

На протяжении почти 60 лет научная карьера Л. Д. Фаддеева связана с Ленинградским (затем Санкт-Петербургским) отделением Математического института Академии наук, куда он пришел молодым аспирантом сразу после окончания университета. В 1972 г. он возглавил созданную им Лабораторию математических проблем физики, а с 1976 г. стал и заместителем директора МИАН (позднее ЛОМИ–ПОМИ, сохраняя название “отделения”, превратилось в автономный институт АН). К концу 1980-х годов ЛОМИ под руководством Л. Д. Фаддеева превратилось в один из лучших мировых математических центров. В 1976 г. в возрасте 42 лет Л. Д. Фаддеев был избран действительным членом Академии наук, а с 1992 г. является академиком-секретарем Отделения математики АН. На протяжении ряда лет он был также президентом Международного математического союза. В конце 1980-х годов по его инициативе началась организация Международного математического института. Новый институт, получивший имя Леонарда Эйлера, открылся в Петербурге в 1990 г. Идея международного математического центра, организующего семестровые программы для приглашенных сотрудников, оказалась чрезвычайно плодотворной и популярной – спустя несколько лет были организованы Институт им. И. Ньютона в Кембридже, Институт им. У. Гамильтона в Дублине, реформированный Институт им. А. Пуанкаре в Париже, Институт им. Э. Шрёдингера в Вене.

Научные достижения Л. Д. Фаддеева были высоко оценены правительствами СССР и Российской Федерации – ему присуждены Государственные премии 1971, 1995 и 2005 гг. Он награжден орденами СССР и РФ. Он является лауреатом Демидовской премии (2002); Российская академия наук наградила его Золотой медалью им. Л. Эйлера и Большой золотой медалью им. М. В. Ломоносова. Он обладает практически всеми международными наградами в области математической физики – премиями Д. Хейнсмана и А. Пуанкаре, медалями П. Дирака и М. Планка, он также отмечен премиями имени знаменитых ученых – А. П. Карпинского, Н. Н. Боголюбова, И. Я. Померанчука и В. Тирринга. Присужденная ему премия Шоу (Гонконг, 2008) является одной из самых престижных в области математики. Академии наук Австрии, Болгарии, Бразилии, Китая, Польши, США, Финляндии, Франции, Швеции, а также Лондонское Королевское Общество и Бостонская академия наук и искусств избрали его иностранным членом.

Много времени уделяет Л. Д. Фаддеев научно-организационной работе как в Санкт-Петербурге, будучи директором Международного математического института имени Л. Эйлера, так и в Москве, являясь академиком-секретарем Отделения математических наук Российской академии наук.

Свой юбилей Людвиг Дмитриевич встречает в расцвете сил и, как всегда, полон энергии и творческих планов. Мы желаем ему дальнейших научных достижений, крепкого здоровья и долгих лет жизни на благо отечественной и мировой науки.

*И. Я. Арефьева, В. М. Бухштабер, Е. П. Велихов,
А. Б. Жижченко, В. Е. Захаров, И. А. Ибрагимов,
С. В. Кисляков, В. В. Козлов, П. П. Кулиш, Л. Н. Липатов,
В. П. Маслов, В. А. Матвеев, С. П. Новиков, Ю. С. Осипов,
А. М. Поляков, В. А. Рубаков, М. А. Семенов-Тянь-Шанский,*

Ю. А. Симонов, Я. Г. Синай, А. А. Славнов, И. А. Соколов,
Л. А. Тахтаджян, В. Е. Фортков, С. Л. Шаташвили

Список цитированных работ Л. Д. Фаддеева¹

- [1] “О формулах следов для дифференциального сингулярного оператора типа Штурма–Лиувилля”, *Докл. АН СССР*, **132**:1 (1960), 13–16 (совм. с В. С. Буслаевым); англ. пер.: “Formulas for traces for a singular Sturm–Liouville differential operator”, *Soviet Math. Dokl.*, **1** (1960), 451–454 (with V. S. Buslaev).
- [2] “Теория рассеяния для системы из трех частиц”, *ЖЭТФ*, **39**:5 (1960), 1459–1467; англ. пер.: “Scattering theory for a three-particle system”, *Soviet Phys. JETP*, **12** (1960), 1014–1019.
- [3] “Замечание об уравнении Шрёдингера с сингулярным потенциалом”, *Докл. АН СССР*, **137**:5 (1961), 1011–1014 (совм. с Ф. А. Березиным); англ. пер.: “A remark on Schrödinger’s equation with a singular potential”, *Soviet Math. Dokl.*, **2** (1961), 372–375 (with F. A. Berezin).
- [4] “Математические вопросы квантовой теории рассеяния для системы трех частиц”, Тр. МИАН СССР, **69**, Изд-во АН СССР, М.–Л., 1963, 3–122; англ. пер.: *Mathematical aspects of the three-body problem in the quantum scattering theory*, Israel Program for Scientific Translations (IPST), Jerusalem; Daniel Davey & Co., Inc., New York, 1965, iii+110 pp.
- [5] “Свойства S -матрицы одномерного уравнения Шрёдингера”, *Краевые задачи математической физики*. 2, Сборник работ. Посвящается памяти Владимира Андреевича Стеклова в связи со столетием со дня его рождения, Тр. МИАН СССР, **73**, Наука, М.–Л., 1964, 314–336; англ. пер.: “Properties of the S -matrix of the one-dimensional Schrödinger equation”, *Amer. Math. Soc. Transl. Ser. 2*, **65**, Amer. Math. Soc., Providence, RI, 1967, 139–166.
- [6] “Разложение по собственным функциям оператора Лапласа на фундаментальной области дискретной группы на плоскости Лобачевского”, Тр. ММО, **17**, Изд-во Моск. ун-та, М., 1967, 323–350; англ. пер.: “Expansion in eigenfunctions of the Laplace operator on the fundamental domain of a discrete group on the Lobachevskij plane”, *Trans. Moscow Math. Soc.*, **17**, 1967, 357–386.
- [7] *Теория возмущений для калибровочно-инвариантных полей*, Препринт ИТФ-67-036, ИТФ АН УССР, Киев, 1967, 28 с. (совм. с В. Н. Поповым).
- [8] “Feynman diagrams for the Yang–Mills field”, *Phys. Lett. B*, **25**:1 (1967), 29–30 (with V. N. Popov).
- [9] “Интеграл Фейнмана для сингулярных лагранжианов”, *ТМФ*, **1**:1 (1969), 3–18; англ. пер.: “The Feynman integral for singular Lagrangians”, *Theoret. and Math. Phys.*, **1**:1 (1969), 1–13.
- [10] “Теория рассеяния и автоморфные функции”, *Краевые задачи математической физики и смежные вопросы теории функций*. 6, Зап. науч. сем. ЛОМИ, **27**, Изд-во «Наука», Ленингр. отд., Л., 1972, 161–193 (совм. с Б. С. Павловым); англ. пер.: “Scattering theory and automorphic functions”, *J. Soviet Math.*, **3**:4 (1975), 522–548 (with B. S. Pavlov).
- [11] “Неарифметический вывод формулы следа Сельберга”, *Дифференциальная геометрия, группы Ли и механика*, Зап. науч. сем. ЛОМИ, **37**, Изд-во «Наука», Ленингр. отд., Л., 1973, 5–42 (совм. с А. Б. Венковым, В. Л. Калининым); англ. пер.: “A non-arithmetic derivation of the Selberg trace formula”, *J. Soviet Math.*, **8**:2 (1977), 171–199 (with A. B. Venkov, V. L. Kalinin).

¹Полный список работ Л. Д. Фаддеева см. на сайте: <http://phys.pdmi.ras.ru/faddeev/bibl.cgi>.

- [12] “Обратная задача квантовой теории рассеяния. II”, Итоги науки и техники. Сер. Современ. пробл. матем., **3**, ВИНТИ, М., 1974, 93–180; англ. пер.: “Inverse problem of quantum scattering theory. II”, *J. Soviet Math.*, **5**:3 (1976), 334–396.
- [13] “Существенно-нелинейная одномерная модель классической теории поля”, *ТМФ*, **21**:2 (1974), 160–174 (совм. с Л. А. Тахтаджяном); англ. пер.: “Essentially non-linear one-dimensional model of classical field theory”, *Theoret. and Math. Phys.*, **21**:2 (1975), 1046–1057 (with L. A. Takhtadzhyan).
- [14] “Квантование солитонов”, *ТМФ*, **25**:2 (1975), 147–163 (совм. с В. Е. Корепиным); англ. пер.: “Quantization of solitons”, *Theoret. and Math. Phys.*, **25**:2 (1975), 1039–1049 (with V. E. Korepin).
- [15] А. А. Славнов, Л. Д. Фаддеев, *Введение в квантовую теорию калибровочных полей*, Наука, М., 1978, 240 с.; 2-е изд., перераб. и доп., Наука, М., 1988, 270 с.; англ. пер. 1-го изд.: L. D. Faddeev, A. A. Slavnov, *Gauge fields. Introduction to quantum theory*, Front. Phys., **50**, Benjamin/Cummings Publ. Co. Inc., Reading, MA, 1980, xiii+232 pp.; англ. пер. 2-го изд.: Front. Phys., **83**, Addison-Wesley, Redwood City, CA, 1991, xviii+217 pp.; исп. пер. 2-го изд.: L. D. Faddeev, A. A. Slavnov, *Introducción a la teoría cuántica de los campos de gauge*, Editorial URSS, Moscow, 1999.
- [16] “Квантовый метод обратной задачи. I”, *ТМФ*, **40**:2 (1979), 194–220 (совм. с Е. К. Скляниным, Л. А. Тахтаджяном); англ. пер.: “Quantum inverse problem method. I”, *Theoret. and Math. Phys.*, **40**:2 (1979), 688–706 (with E. K. Sklyanin, L. A. Takhtadzhyan).
- [17] “Operator anomaly for the Gauss law”, *Phys. Lett. B*, **145**:1-2 (1984), 81–84.
- [18] “Алгебраические и гамильтоновы методы в теории неабелевых аномалий”, *ТМФ*, **60**:2 (1984), 206–217 (совм. с С. Л. Шаташвили); англ. пер.: “Algebraic and Hamiltonian methods in the theory of non-Abelian anomalies”, *Theoret. and Math. Phys.*, **60**:2 (1985), 770–778 (with S. L. Shatashvili).
- [19] “Квантование групп Ли и алгебр Ли”, *Алгебра и анализ*, **1**:1 (1989), 178–206 (совм. с Н. Ю. Решетихиным, Л. А. Тахтаджяном); англ. пер.: “Quantization of Lie groups and Lie algebras”, *Leningrad Math. J.*, **1** (1990), 193–225 (with N. Yu. Reshetikhin, L. A. Takhtadzhyan).
- [20] “Multi-color QCD at high energies and one-dimensional Heisenberg magnet”, *Continuous advances in QCD* (Minneapolis, MN, 1994), World Scientific, Singapore, 1994, 32–41 (with G. P. Korchemsky, L. N. Lipatov).
- [21] “Integrable models on space-time lattice”, *XIth International congress of mathematical physics* (Paris, 1994), Int. Press, Cambridge, MA, 1995, 513–520.
- [22] “High energy QCD as a completely integrable model”, *Phys. Lett. B*, **342**:1 (1995), 311–322 (with G. P. Korchemsky).
- [23] “Stable knot-like structures in classical field theory”, *Nature*, **387** (1997), 58–61 (with A. J. Niemi).
- [24] “Partially dual variables in SU(2) Yang–Mills theory”, *Phys. Rev. Lett.*, **82** (1999), 1624–1627 (with A. J. Niemi); 1998, 4 pp., arXiv: hep-th/9807069.
- [25] “Modular double of a quantum group”, *Conférence Moshé Flato 1999*, v. 1 (Dijon), Math. Phys. Stud., **21**, Kluwer Acad. Publ., Dordrecht, 2000, 149–156.