Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

С. И. Адян, В. В. Беньш-Кривец, В. М. Бухштабер,
Е. И. Зельманов, В. В. Козлов, Г. А. Маргулис, С. П. Но-
виков, А. Н. Паршин, Г. Прасад, А. С. Рапинчук,
Л. Д. Фаддеев, В. И. Черноусов, Владимир Петрович
Платонов (к 75-летию со дня рождения), *УМН*, 2015,
том 70, выпуск 1, 204–207

DOI: <https://doi.org/10.4213/rm9646>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru под-
разумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 3.85.5.30

26 апреля 2023 г., 06:51:12

Владимир Петрович Платонов
(к семидесятипятилетию со дня рождения)

1 декабря 2014 г. исполнилось 75 лет выдающемуся ученому-математику Владимиру Петровичу Платонову, академику Российской академии наук и Национальной академии наук Беларуси, главному научному сотруднику Научно-исследовательского института системных исследований РАН и Математического института имени В. А. Стеклова РАН.

В. П. Платонов – всемирно известный математик, специалист в области алгебры, алгебраической геометрии и теории чисел. Им решен ряд крупных проблем, в течение длительного времени не поддававшихся усилиям других математиков. Среди них – проблема сильной аппроксимации в алгебраических группах, поставленная в 1937 г., проблема Кнезера–Титса, создание приведенной K -теории конечномерных алгебр с делением и решение на этой основе проблемы Таннака–Артина и проблемы рациональ-

ности групповых алгебраических многообразий. Им внесен крупный вклад в развитие арифметической теории алгебраических групп – глубокого научного направления, лежащего на стыке теории групп, алгебраической геометрии и теории чисел. В последние несколько лет им была развита теория для нахождения фундаментальных единиц в гиперэллиптических полях и на ее основе построены новые высокоэффективные алгоритмы их вычисления. Эти и многие другие результаты принесли В. П. Платонову широкую международную известность и признание, свидетельством которых явилось приглашение Владимира Петровича в качестве докладчика на международные конгрессы математиков в Ванкувере (1974 г.) и Хельсинки (1978 г.) и на Европейский математический конгресс в Будапеште (1996 г.). Результаты В. П. Платонова стали предметом доклада Ж. Титса на семинаре Бурбаки в 1977 г. В 1978 г. за цикл фундаментальных работ “Арифметика алгебраических групп и приведенная K -теория” В. П. Платонову была присуждена Ленинская премия в области науки и техники. В 1993 г. он был удостоен премии Гумбольдта (ФРГ).

Математическое творчество В. П. Платонова многогранно и характеризуется глубиной оригинальностью и самобытностью. Им написано более 160 научных работ, в том числе 2 монографии. Спектр исследованных им проблем очень широк и включает обстоятельное изучение основных классов локально компактных топологических групп, анализ структуры алгебраических групп и их применение к теории линейных групп, локально-глобальные принципы в теории чисел и теории алгебраических

групп, проконечные пополнения конечно порожденных групп и кольца характеров их представлений. В. П. Платоновым были разработаны методы вычисления приведенной группы Уайтхеда конечномерной центральной простой алгебры и показано, что, вопреки ожиданиям, эта группа часто является нетривиальной (это привело к отрицательному решению старой проблемы Таннака–Артина и опровержению гипотезы Кнезера–Титса о строении простых односвязных изотропных алгебраических групп). Совместно с В. И. Янчевским была построена теория конечномерных нормированных тел, основу которой составляет классификация гензелевых тел, что завершило исследование локальных тел, которые активно велись с начала 1930-х годов. Совместно с В. И. Черноусовым была исследована рациональность полупростых групповых многообразий. В. П. Платоновым вместе с О. И. Тавгеном была решена проблема А. Гротендика о проконечных пополнениях финитно-аппроксимируемых групп. Многие научные результаты В. П. Платонова, а также основные этапы его преподавательской и научно-организационной деятельности были освещены в статье, посвященной его семидесятилетию (*УМН*, **65:3** (2010), 203–206).

Особое место в математическом творчестве В. П. Платонова занимает арифметическая теория алгебраических групп, к исследованию ключевых проблем которой он неоднократно возвращался в своей работе. Фундаментальную роль в этой теории играет доказанная В. П. Платоновым теорема о сильной аппроксимации. С ее помощью им была исследована проблема максимальности арифметических групп и доказана гипотеза рода в арифметических группах. Спустя 10 лет сильная аппроксимация была применена В. П. Платоновым для описания чисел и групп классов алгебраических групп. Впоследствии им совместно с А. С. Рапинчуком был разработан новый подход к конгруэнц-проблеме, основанный на анализе абстрактных (в частности, комбинаторных) свойств арифметических групп, который привел к доказательству в совместной работе с В. Сури гипотезы А. Любоцкого о конгруэнц-свойстве для арифметических групп с адельным проконечным пополнением. Важную роль в развитии арифметической теории алгебраических групп сыграл сформулированный В. П. Платоновым локально-глобальный принцип нового типа, описывающий проективную простоту групп рациональных точек алгебраических групп над глобальными полями. Исследование этого принципа для анизотропных групп типа A_n привело к изучению мультипликативной арифметики конечномерных алгебр с делением над глобальными полями.

В течение длительного периода развития арифметической теории алгебраических групп, начатого работами А. Вейля, А. Бореля, Хариси-Чандры, Ж.-П. Серра, М. Кнезера, основные результаты были доступны исключительно в форме журнальных публикаций. Первое систематическое изложение этой теории было дано В. П. Платоновым в монографии “Алгебраические группы и теория чисел” (1991 г., английский перевод – 1993 г.), написанной совместно с А. С. Рапинчуком. За прошедшие 20 лет книга стала основным источником информации об арифметических группах и строении алгебраических групп над локальными и глобальными полями. В настоящее время Владимир Петрович совместно с А. С. Рапинчуком работает над вторым изданием книги, которое будет опубликовано издательством Кембриджского университета. В это издание будут включены, в частности, новые существенные результаты в теории арифметических групп, полученные В. П. Платоновым после выхода первого издания книги. Большинство этих результатов было получено Владимиром Петровичем в процессе длительного научного сотрудничества с Ф. Груневальдом.

В настоящей статье мы более подробно остановимся на двух направлениях исследований В. П. Платонова в последние несколько лет.

Один из удивительных результатов, полученных в работах В. П. Платонова и Ф. Груневальда, состоит в том, что конечное расширение арифметической группы не всегда

является арифметической группой. С другой стороны, было показано, что конечные расширения арифметических групп наследуют определенные свойства конечности, которые были ранее известны для самих арифметических групп. В частности, любое конечное расширение арифметической группы имеет конечное число классов сопряженности конечных подгрупп. Результаты о конечных расширениях арифметических групп были впоследствии обобщены на конечные расширения произвольных решеток в группах Ли. В частности, с использованием теоремы жесткости Г. А. Маргулиса для решеток в полупростых группах Ли было показано, что конечное расширение произвольной кокомпактной решетки в вещественной группе Ли с конечным числом связных компонент также является решеткой. При этом были получены теоремы жесткости для некоторых дискретных подгрупп (соответственно арифметических подгрупп) вещественных групп Ли (соответственно алгебраических групп) с радикалом. В то же время, доказано, что для всякой не кокомпактной решетки в $SL_2(\mathbb{R})$ существует конечное расширение, не являющееся решеткой. Было также дано полное решение проблемы арифметичности полициклических групп и, в частности, дан ответ на вопрос Д. Сигала о числе Хирша арифметических полициклических групп. Итоги этого исследования новых свойств арифметических групп были подведены В. П. Платоновым в недавней работе [6].

В последние пять лет Владимиром Петровичем совместно с учениками был выполнен основополагающий цикл работ [1]–[5], [7]–[10] по нахождению фундаментальных единиц полей функций гиперэллиптических кривых над арифметическими полями (конечными полями, полями алгебраических чисел). На основе развитой теории были построены и реализованы принципиально новые высокоэффективные алгоритмы вычисления фундаментальных единиц, что важно для современной криптографии. Одним из ключевых результатов является новый локально-глобальный принцип для существования нетривиальных единиц в поле функций гиперэллиптической кривой над полем алгебраических чисел: показано, что такая единица существует в том и только том случае, когда функциональные поля почти всех редукций кривой обладают нетривиальными единицами, степени которых ограничены в совокупности. С другой стороны, В. П. Платоновым совместно с В. В. Беньаш-Кривцом были исследованы S -единицы в функциональных полях с конечным полем констант. В частности, с использованием непрерывных дробей ими были построены самые быстрые алгоритмы для вычисления S -единиц в эллиптических и гиперэллиптических полях (это самое значительное продвижение в данном направлении со времен классической работы Э. Артина 1924 г.). С применением этих и других методов была получена полная классификация фундаментальных единиц для многих гиперэллиптических кривых над полем рациональных чисел.

Результаты о фундаментальных единицах имеют важные применения к изучению якобианов кривых над полями алгебраических чисел. Известная теорема В. Мазура дает полное описание группы кручения эллиптической кривой над полем рациональных чисел (в частности, порядки ее элементов не превосходят 12 и не могут быть равны 11). Однако подобные результаты отсутствуют для абелевых многообразий размерности больше 1. В этом направлении, разработанные методы вычисления фундаментальных единиц позволили В. П. Платонову завершить доказательство гипотезы Пунена (1996 г.) о том, что для любого $m \leq 30$ существует кривая рода 2 над полем рациональных чисел, якобиан которой содержит рациональную точку кручения порядка m . Более того, были построены примеры таких кривых, для которых в якобиане существуют рациональные точки ранее неизвестных порядков, превосходящих 30. Было также исследовано алгебро-геометрическое строение якобианов кривых рода 2 с рациональными точками кручения больших порядков. Обзор этих результатов дан в [10]. Цикл работ В. П. Платонова по фундаментальным единицам

функциональных полей представляет собой естественное соединение глубокой теории, эффективных алгоритмов и супервычислений. Подобный симбиоз будет играть все большую роль в математике 21-го века.

Мы желаем Владимиру Петровичу здоровья и новых творческих успехов.

*С. И. Адян, В. В. Беньаш-Кривец, В. М. Бухштабер,
Е. И. Зельманов, В. В. Козлов, Г. А. Маргулис,
С. П. Новиков, А. Н. Паршин, Г. Прасад,
А. С. Рапинчук, Л. Д. Фаддеев, В. И. Черноусов*

Список цитированных работ В. П. Платонова

- [1] “Группы S -единиц в гиперэллиптических полях и непрерывные дроби”, *Матем. сб.*, **200**:11 (2009), 15–44 (совм. с В. В. Беньаш-Кривцом); англ. пер.: “Groups of S -units in hyperelliptic fields and continued fractions”, *Sb. Math.*, **200**:11 (2009), 1587–1615 (with V. V. Benyash-Krivets).
- [2] “Минимальные неприводимые линейные группы и представления конечных групп”, *Докл. РАН*, **424**:6 (2009), 748–750; англ. пер.: “Minimal irreducible linear groups and representations of finite groups”, *Dokl. Math.*, **79**:1 (2009), 125–127.
- [3] “Арифметические свойства функциональных квадратичных полей и кручение в якобианах”, *Чебышевский сб.*, **11**:1(33) (2010), 234–238.
- [4] “О новом локально-глобальном принципе для квадратичных функциональных полей”, *Докл. РАН*, **433**:2 (2010), 154–157 (совм. с В. В. Беньаш-Кривцом); англ. пер.: “A new local-global principle for quadratic function fields”, *Dokl. Math.*, **82**:1 (2010), 531–534 (with V. V. Benyash-Krivets).
- [5] “Арифметика квадратичных полей и кручение в якобианах”, *Докл. РАН*, **430**:3 (2010), 318–320; англ. пер.: “Arithmetic of quadratic fields and torsion in Jacobians”, *Dokl. Math.*, **81**:1 (2010), 55–57.
- [6] “Новые свойства арифметических групп”, *УМН*, **65**:5(395) (2010), 157–184; англ. пер.: “New properties of arithmetic groups”, *Russian Math. Surveys*, **65**:5 (2010), 951–975.
- [7] “Новые порядки точек кручения в якобианах кривых рода 2 над полем рациональных чисел”, *Докл. РАН*, **443**:6 (2012), 664–667 (совм. с М. М. Петруниным); англ. пер.: “New orders of torsion points in Jacobians of curves of genus 2 over the rational number field”, *Dokl. Math.*, **85**:2 (2012), 286–288 (with M. M. Petrunin).
- [8] “О проблеме кручения в якобианах кривых рода 2 над полем рациональных чисел”, *Докл. РАН*, **446**:3 (2012), 263–264 (совм. с М. М. Петруниным); англ. пер.: “On the torsion problem in Jacobians of curves of genus 2 over the rational number field”, *Dokl. Math.*, **86**:2 (2012), 642–643 (with M. M. Petrunin).
- [9] “К вопросу о простоте якобианов кривых рода 2 над полем рациональных чисел с точками кручения больших порядков”, *Докл. РАН*, **450**:4 (2013), 385–388 (совм. с В. С. Жгуном, М. М. Петруниным); англ. пер.: “On the simplicity of Jacobians for curves of genus 2 over the field of rational numbers with torsion points of high order”, *Dokl. Math.*, **87**:3 (2013), 318–321 (with V. S. Zhgun, M. M. Petrunin).
- [10] “Теоретико-числовые свойства гиперэллиптических полей и проблема кручения в якобианах гиперэллиптических кривых над полем рациональных чисел”, *УМН*, **69**:1(415) (2014), 3–38; англ. пер.: “Number-theoretic properties of hyperelliptic fields and the torsion problem in Jacobians of hyperelliptic curves over the rational number field”, *Russian Math. Surveys*, **69**:1 (2014), 1–34.