Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

В. Н. Белых, К. В. Брушлинский, В. Л. Васкевич,
С. П. Киселёв, А. Н. Крайко, А. Г. Куликовский,
В. И. Мали, В. В. Пухначёв, Е. И. Роменский, В. С. Ря-
бенский, Сергею Константиновичу Годунову 85 лет,
УМН, 2015, том 70, выпуск 3, 183–207

DOI: <https://doi.org/10.4213/rm9669>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru под-
разумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.162.27.143

26 апреля 2023 г., 12:15:48

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЖИЗНЬ

Сергею Константиновичу Годунову 85 лет

В 2014 г. исполнилось 85 лет академику Сергею Константиновичу Годунову, одному из наиболее ярких представителей отечественной и мировой вычислительной науки XX в., признанному лидеру современной прикладной математики. Ученый широкого спектра научных интересов, он внес фундаментальный вклад в развитие вычислительной математики, численных методов механики сплошных сред, теории квазилинейных дифференциальных уравнений. Научные исследования С. К. Годунова сыграли основополагающую роль в формировании и эволюции таких областей математики, как корректность постановок краевых задач для дифференциальных уравнений, разностные схемы и численные методы линейной алгебры, разработка алгоритмов решения задач газовой динамики, механики сплошных сред и расчета деформаций металлов при взрывных нагрузках, гарантированная точность компьютерных вычислений. Его работы имели принципиальное значение для решения проблемы использования ядерной энергии, реализации советского атомного проекта, проекта по созданию водородной бомбы. Первопроходческие научные труды С. К. Годунова в значительной степени определили современный облик численного анализа и наиболее перспективные направления его развития. Отличительная черта его научной деятельности – это органичное сочетание абстрактного математического мышления со способностью решения конкретных прикладных проблем. Имя С. К. Годунова неразрывно связано с важными математическими достижениями и численными методами, такими как метод распада разрыва, известный во всем мире как метод Годунова, метод установления для задач обтекания тел, метод математического моделирования упруго-пластических деформаций. Он открыл связь корректности уравнений математической физики с термодинамикой, основанной на современной ее расширенной формализации. Научный подход С. К. Годунова содержит положения, кардинально важные для понимания истинной природы решений задач, в частности, в ударно-волновых и взрывных процессах, а также в моделях микро- и нанопорошков. В его работах развит новый математический аппарат исследования проблем механики сплошных сред, а также предложены новые программно-алгоритмические средства в виде специализированных библиотек прикладных программ. С. К. Годунов сформулировал концепцию гарантированной точности в численном анализе. Благодаря этой концепции в практику вычислительной математики вошли такие новые

фундаментальные понятия, как спектральный портрет матриц, критерий качества дихотомии, расслоение спектра, обобщенное уравнение А. М. Ляпунова.

Сергей Константинович Годунов родился 17 июля 1929 г. в Москве в семье русских интеллигентов. Его отец Константин Дмитриевич закончил Качинскую летную школу, а затем в составе первого выпуска – Военно-воздушную инженерную академию им. профессора Н. Е. Жуковского. Константин Дмитриевич – известный советский воздухоплаватель, конструктор аэростатов, участник рекордного полета на стратостате “СССР-1” (30 сентября 1933 г.). Мать Екатерина Викторовна, урожденная Чертова, выпускница Института благородных девиц в Москве, закончила Дижонский университет (Франция). По профессии она – филолог, преподаватель немецкого и французского языков и литературы. По воспоминаниям Сергея Константиновича в детстве он постоянно ощущал на себе влияние сразу трех языков: русского, французского и немецкого; он хорошо понимает немецкий язык и свободно говорит по-французски.

Окончив в 1946 г. 1-ю Московскую спецшколу ВВС, куда он поступил в 1944 г., С. К. Годунов продолжил обучение в Московском государственном университете им. М. В. Ломоносова. С самого начала обучения на механико-математическом факультете МГУ Сергей Константинович всерьез увлекся научной работой под руководством члена-корреспондента АН СССР Б. Н. Делоне. Студент С. К. Годунов активно участвовал в работе семинара членов-корреспондентов АН СССР А. О. Гельфонда и А. Я. Хинчина. Будучи со второго курса Сталинским стипендиатом, Сергей Константинович решил серьезную проблему из теории непрерывных дробей. Этот его результат в 1948 г. был представлен академиком И. М. Виноградовым к опубликованию в Докладах Академии наук СССР [1]. В Московском университете С. К. Годунов воспитывался в научных школах академиков И. М. Гельфонда и И. Г. Петровского. Он выполнил под руководством И. Г. Петровского дипломную работу и окончил МГУ в 1951 г., получив диплом с отличием по специальности “вычислительная математика”. На защите его дипломной работы оппонентом выступил академик М. В. Келдыш. С 1952 г. С. К. Годунов начинает преподавать в МГУ в должности ассистента на кафедре дифференциальных уравнений.

В 1954 г. С. К. Годунов завершил аспирантуру Математического института им. В. А. Стеклова АН СССР, обучение в которой он проходил под руководством И. Г. Петровского. В том же году ему присвоена ученая степень кандидата физико-математических наук по специальности “вычислительная математика” (тема диссертации закрыта, оппоненты – академик С. Л. Соболев и профессор Н. Н. Мейман).

Так получилось, что Борис Николаевич Делоне не только увлек С. К. Годунова занятием фундаментальной наукой, но и пристрастил его к еженедельным длительным загородным прогулкам, а затем и к путешествиям в горы. Этот свой образ жизни Сергей Константинович сохранил надолго, участвуя в походах по сибирской тайге, сплаваясь по таежным рекам, путешествуя по горам Тянь-Шаня и предгорьям Памира. В 1958 г. на Кавказе он попал под камнепад, получил сильную травму головы и на две недели потерял память. Затем ему пришлось фактически заново учиться ходить. К счастью, последствия травмы ему удалось преодолеть почти полностью и он продолжил научную работу и преподавание в МГУ.

В 1965 г. С. К. Годунов получает ученое звание доцента по кафедре дифференциальных уравнений, в том же году ему присваивается степень доктора физико-математических наук по совокупности работ. В 1968 г. он становится профессором по кафедре дифференциальных уравнений, а в 1976 г. – членом-корреспондентом АН СССР по Отделению математики. С 1994 г. он – действительный член Российской академии наук.

Трудовую деятельность С. К. Годунов начал в 1951 г. в Математическом институте им. В. А. Стеклова АН СССР. С 1953 г. по 1966 г. он работает младшим научным сотрудником, научным сотрудником и старшим научным сотрудником Отделения прикладной математики МИ АН. С 1966 г. по 1969 г. С. К. Годунов заведует отделом Института прикладной математики АН СССР. По совместительству с 1952 г. по 1969 г. он преподает на кафедре И. Г. Петровского в МГУ, сначала – ассистентом, затем – в должности доцента и профессора.

В 1969 г. С. К. Годунов переехал в Новосибирск, приняв приглашение академика М. А. Лаврентьева. Здесь он заведовал лабораторией в Вычислительном центре Сибирского отделения АН СССР, а в 1980 г. перешел на работу в Институт математики СО АН СССР (ныне Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН), занимая должности зав. отделом, зам. директора, и. о. директора (1981–1986 гг.) и советника РАН.

Надо сказать, что Новосибирский Академгородок С. К. Годунов периодически посещал начиная с 1960 г. По просьбе С. Л. Соболева он прочел на механико-математическом факультете НГУ курс лекций “Разностные методы решения уравнений газовой динамики” [2], а в августе 1963 г. он участвовал в Советско-американском симпозиуме по уравнениям с частными производными, в работе которого принимали участие Р. Курант, К. О. Фридрихс, П. Д. Лакс.

В нынешний век узкой научной специализации академик С. К. Годунов служит ярким примером ученого, работающего с одинаковым успехом в различных разделах фундаментальной математики и ее приложений. Теория непрерывных дробей, теория дифференциальных уравнений и разностные схемы, вычислительная линейная алгебра, газовая динамика и механика сплошных сред – вот неполный перечень тех направлений, в которых его труды составляют весомую долю.

Занимаясь по предложению М. В. Келдыша и И. М. Гельфанда прикладными задачами, в 1954 г. С. К. Годунов предложил схему численного расчета задач одномерной газовой динамики с разрывными решениями – ударными волнами. Схема основана на использовании решений задачи Римана о распаде разрывов и допускает наглядную физическую интерпретацию: вычисление по ней сводится к расчету распада разрыва с последующим осреднением по каждому из сеточных интервалов. Такая физическая интерпретация берется за основу при конструировании схемы для нелинейных уравнений. Самая известная и до сих пор активно цитируемая работа “Разностный метод численного расчета разрывных решений уравнений гидродинамики” была опубликована С. К. Годуновым в 1959 г. в Математическом сборнике [3]. Подробному описанию всех событий при создании этой схемы и последующим этапам ее развития посвящен доклад, прочитанный С. К. Годуновым в мае 1997 г. в Энн-Арбор (Мичиган, США) на конференции “Метод Годунова в газовой динамике”. Текст этого доклада опубликован в [4], а сокращенный английский перевод – в [5]. Полный перевод доклада на английский язык составил содержание препринта [6]. Созданная С. К. Годуновым разностная схема для расчета разрывных решений уравнений газовой динамики методом “сквозного счета” с адекватным “размазыванием” ударных волн приобрела всемирную известность как схема Годунова. В настоящее время она является стандартным инструментом численного исследования проблем механики сплошных сред.

С. К. Годунов подчеркивал, что при создании и отладке построенной им схемы он всегда работал в составе коллективов, состоящих из его учителей, коллег, а затем и учеников. Новые результаты при этом возникали обычно в ходе дискуссий, обсуждений, сравнений результатов численных расчетов с проводимыми натурными экспериментами, а также во время планирования дальнейших действий. Первое его знакомство с вычислительными технологиями прошло под непосредственным влиянием К. А. Семендяева и А. И. Жукова, а уточнения математических постановок задач он проводил под влиянием И. М. Гельфанда. Чрезвычайно существенными были многочисленные дискуссии с выдающимися физиками – академиками Я. Б. Зельдовичем, А. Д. Сахаровым, Ю. Б. Харитоном, профессором Д. А. Франк-Каменецким,

а также с физиками-экспериментаторами, руководимыми профессором Л. В. Альтшулером. Особенно и чрезвычайно важным Сергей Константинович считает свое участие в сопоставлении проводившихся численных расчетов с натурными экспериментами. Он также лично участвовал в подготовке и выводе уравнений состояния на основе экспериментальных данных. Лекции И. М. Гельфанда [7] послужили для Сергея Константиновича импульсом, позволившим ему связать работу дискретной модели (схемы Годунова) с законами термодинамики и, в частности, с законом возрастания энтропии [8].

Характерная черта, присущая многим нелинейным процессам, – это наличие априори неизвестных особенностей (сингулярностей) у решений соответствующих уравнений. Типичным примером является модель газовой динамики, которая описывается системой квазилинейных гиперболических уравнений. Слабые разрывы решений этой системы распространяются с конечной скоростью вдоль характеристик. Однако, в отличие от линейного случая, в процессе эволюции характеристики могут пересекаться, что приводит к образованию сильных разрывов – ударных волн. Информация о происходящем при этом существенным образом утрачивается с течением времени, что можно интерпретировать как эффект возрастания энтропии. С этой общей особенностью газодинамических задач связан и тот факт, что для конструирования их разрывных решений требуются специфические подходы, в том числе и численные.

Одним из главных препятствий в разработке численных методов решения задач газовой динамики является сильно ощущаемый недостаток теоретических представлений и неразвитость математического языка для описания режимов поведения решений квазилинейных гиперболических уравнений в момент зарождения у них сингулярностей (т. е. информация о “гладкостной” структуре обобщенного решения изначально отсутствует [9]). Указанное обстоятельство сильно снижает ценность численных методов, основанных на формальных, а по сути дела – волюнтаристских подходах к проблеме численного исследования газодинамических задач. Это – наиболее слабое звено в цепи всех возникающих здесь вычислительных проблем: даже самые простые – одномерные – задачи газовой динамики при попытке их компьютерного численного решения оказываются вдруг удивительно сложны с математической точки зрения. Этой проблематике посвящен препринт С. К. Годунова [4] и его продолжение [10], в котором даны неожиданные примеры появления дробных показателей сходимости численного метода. Типичные численные примеры показывают, что сходимость метода обеспечивается для всех законов сохранения. Однако скорость этой сходимости не обязана совпадать с порядком точности используемых для моделирования разностных схем. Так, для схемы Годунова первого порядка точности для большинства отыскиваемых величин погрешности убывают как $h^{0.8}$, а для энтропии – как $h^{0.5}$ [10]. До сих пор даже для указанных простых задач мало надежд на сколько-нибудь систематическое понимание структуры их обобщенных решений, не говоря уже о более сложных случаях.

Из-за обилия эвристических формул, создаваемых *ad hoc* по аналогии с одномерной газовой динамикой и часто просто копирующих ее в надежде только на мощность современных компьютеров, существующая литература не вполне удовлетворительна. Определенно ясно здесь только одно: выработать представление о рациональной организации численного метода отыскания разрывных решений задач газовой динамики (а именно и только они представляют практический интерес!) просто невозможно без опоры на имеющийся интеллектуальный ресурс исследуемых задач. Проблема “гладкости” обобщенных решений до сих пор остается одним из наиболее трудных предметов для исследования в этих и подобных им задачах. Этим же объясняется, почему в задачах указанного типа так важна роль интеллектуального ресурса, способного понизить степень произвола в выборе адекватного метода численного решения. Именно по этой причине проблема численного конструирования разрывных решений уравнений газовой динамики остается фундаментальной и до сих пор глубоко интригующей математической проблемой.

В этой связи каждый пример удачного “срабатывания” информации о классе корректности задачи в вопросах повышения качественных характеристик численного метода – всегда событие. Именно к такого рода неординарным событиям относятся работы С. К. Годунова [3], [8], [11], оказавшие определяющее влияние на все дальнейшее развитие численных методов в задачах газовой динамики. В этих работах представлены новые математические идеи, составившие основу современных тенденций в конструировании численных методов не только газовой динамики, но и многих задач механики сплошных сред. Быть может, именно поэтому на начальном этапе идея использовать метод точного решения задачи Римана о распаде разрыва для расчета сложных газодинамических течений, известная теперь во всем мире как метод Годунова, стала настоящим сюрпризом.

С. К. Годунов первым предложил концептуальную основу разрешения проблемы численного отыскания разрывных решений уравнений газовой динамики. Метод Годунова оказал глубокое воздействие на все последующее развитие численных методов, став в настоящее время стандартным инструментом численного исследования задач механики сплошных сред, а также неотъемлемой частью математической культуры и своеобразным международным брендом.

У Годунова было много последователей, пытавшихся усовершенствовать его схему, сделать ее более технологичной и с более высоким порядком точности [12]–[22]. Что касается важного вопроса о порядках точности схем Годунова, то сам он придерживается здесь точки зрения, отличной от представлений большинства его последователей. Порядок точности схемы, как он считает, должен определяться экспериментально по слабой сходимости законов сохранения, аналогично [10]. Объясняется это прежде всего тем, что убедительной теории обобщенных решений у достаточно общих квазилинейных гиперболических систем уравнений до сих пор не существует.

По мнению С. К. Годунова, решения имеющихся дискретных моделей (разностных схем) нужно изучать на уменьшающихся шагах сетки с помощью методов статистической физики, используя суммы и потенциалы Гиббса. Такой подход может развить известную работу Дж. Глимма [23], в которой схема Годунова обоснована в одномерном случае на основе статистических усреднений. Но предложенное в [23] усреднение значений, полученных в задачах Римана на случайных лучах, следует заменить на усреднения по всем ячейкам модели полных решений задачи.

Описывая свою точку зрения на логические основы конструирования схем Годунова, Сергей Константинович наметил и те направления, по которым должны развиваться дальнейшие исследования. С одной стороны, следует продолжить прояснение общих принципов, заложенных в основу конструируемых разностных схем, и экспериментально изучать сходимость получаемых по ним приближенных решений при измельчении ячеек сетки. С другой стороны, если такая сходимость выявлена, необходимо сравнение расчетных результатов с натурными экспериментами. Нужно еще иметь в виду, что такого рода сравнение требует тщательной юстировки (подгонки) уравнения состояния и диссипативных коэффициентов среды, в которой проводятся численные расчеты. По его мнению, в такого рода исследованиях обязательно должны участвовать не только математики-вычислители, но и специалисты в соответствующих областях физики и механики, как теоретики, так и экспериментаторы.

Методика численного исследования скорости слабой сходимости метода Годунова была разработана в совместных исследованиях С. К. Годунова и В. С. Рябенского в конце 50-х годов прошлого века. Но, ограничившись лишь устными сообщениями, авторы сами исследования нигде не опубликовали. Впоследствии их идеи частично были использованы в работе [10].

Влияние инновационных подходов С. К. Годунова к изучению задач газовой динамики не ограничивается лишь описанными выше исследованиями. Начиная с 1955 г. С. К. Годунов взялся за конструирование двумерного варианта своей схемы. При этом ему пришлось несколько отойти от дискретной модели, приведшей к одномерной схеме. Первое отличие состояло в использовании эйлеровых координат вместо лагранжевых, второе же заключалось в том, что расчет одного шага по времени стало нельзя уже считать точной моделью физического процесса. Поэтому в конструируемой новой разностной схеме, пренебрегая сложной картиной “двумерных” распадов разрывов в узлах (где стыкуются по четыре ячейки сетки), используют только решения одномерных задач Римана на ребрах ячеек. Взаимодействием ячеек, сходящихся в угловых точках разностной сетки, при этом пренебрегают. Используя это простое соображение и экспериментальную отладку схемы расчета, коэффициенты вычисления временного шага он выбирал таким образом, чтобы в целом это приводило к решению задачи Римана. Хотя точного выполнения всех законов сохранения этот подход не обеспечивал, энтропия все же возрастала: на гладких решениях незначительно, а на разрывах, как и полагается, сильно. Указанный прием оказался успешным и с тех пор широко используется на практике.

В дипломной работе Г. П. Прокопова, ученика С. К. Годунова, двумерная схема Годунова в модифицированном виде применена к численному решению задачи обтекания, поставленной академиком Г. И. Петровым. В дальнейшем С. К. Годунов вместе с К. А. Багриновским, Г. Б. Алалыкиным, А. В. Забродины и Г. П. Прокоповым модифицировал схему на случай двумерных газодинамических моделей с подвижными сетками. По этой модифицированной схеме в 1961 г. по предложению И. Г. Петровского впервые был произведен расчет стационарного трансзвукового обтекания осесимметричного тела с использованием процесса установления нестационарного потока [24]. Этот прием – метод установления – вместе с используемой в нем разностной схемой получил всеобщее признание и нашел широкое применение как в России, так и за рубежом.

Двумерная схема Годунова была обобщена и на трехмерный случай, где о “задаче Римана” говорить можно лишь условно. В большинстве применений схемы все законы сохранения энергии в каждой ячейке и на каждом временном шаге рассчитываются по линеаризованной изоэнтропической модели, тогда как завершающий расчет сохранения энергии проводится уже по нелинейным уравнениям, что приводит к росту энтропии.

Активное применение описанной в работе [24] двумерной разностной схемы началось только с 1969 г., сначала в Центральном институте авиационного моторострое-

ния им. П. И. Баранова (ЦИАМ) [25], [26], затем и в других организациях, а также за рубежом [27].

Важной итоговой публикацией, обобщившей многолетний опыт триумфального применения схемы Годунова в ее оригинальной форме, стала выпедшая в 1976 г. монография [28]. С. К. Годунов написал ее вместе с учениками А. В. Забродиним и Г. П. Прокоповым, а также с коллегами А. Н. Крайко и М. Я. Ивановым из ЦИАМ. В 1979 г. эта монография была переведена на французский язык и опубликована издательством “Мир” [29]. Многочисленные важные детали, использованные в процессе конструирования двумерных разностных схем, С. К. Годунов подробно осветил в докладе [4], сделанном в Мичиганском университете (США, 1997 г.).

Исследования С. К. Годунова по численному отысканию разрывных решений уравнений газовой динамики послужили началом систематического изучения систем квазилинейных гиперболических уравнений, допускающих запись в виде законов сохранения. Основы современных численных методов для гиперболических уравнений, в том числе гиперболических законов сохранения механики сплошных сред, были заложены в работах С. К. Годунова 50–60-х годов прошлого века. Структура уравнений этого класса сложна и, на первый взгляд, трудно объяснима.

С. К. Годунов в первую очередь обратил внимание на запись квазилинейных дифференциальных уравнений в форме, соответствующей требованиям механики сплошных сред. Многочисленные дискуссии с физиками, а также лекции И. М. Гельфанда по теории квазилинейных уравнений [7] способствовали установлению важнейшей связи между дискретной моделью – схемой Годунова – и законами термодинамики. Так началось систематическое изучение корректности краевых задач механики сплошных сред, допускающих запись в форме законов сохранения [8], [9], [11], [30], [31]. Хронологически первой из работ этого цикла является статья “Термодинамика газов и дифференциальные уравнения” [8]. Полученные в ней результаты касаются выяснения связи цикла Карно с устойчивостью колебательных процессов в соответствующей термодинамической модели. Была обнаружена ключевая связь теоремы об универсальном интегрирующем множителе в термодинамическом тождестве с устойчивостью состояний равновесия термически однородных динамических систем с конечным числом степеней свободы. Опираясь на модели механики сплошных сред в виде систем уравнений, записанных в форме законов сохранения, С. К. Годунов сформулировал концепцию о том, что корректность постановки краевой задачи для уравнений механики сплошных сред связана с устойчивостью положения равновесия для системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Последнее замечание оказалось весьма важным для математической формулировки законов термодинамики в виде, удобном при моделировании задач механики сплошных сред.

Попытка адаптировать структуру уравнений к вопросам эффективной организации численных расчетов привела к некоторой математической формализации законов термодинамики (в частности, закона возрастания энтропии) с помощью специально сконструированных обобщенных термодинамических потенциалов. В новой математической формулировке уравнения приводятся к специальной консервативной (дивергентной) форме, более удобной как для теоретического, так и для численного их исследования, а выполнение законов термодинамики вытекает из самой структуры получаемых уравнений, допускающей дополнительный закон сохранения энтропии. Простейший вариант такой структурной систематизации уравнений газовой динамики указан в работе [11].

Предложенная в [11] систематизация появилась как результат анализа вычислительной практики решения задач газовой динамики, сопровождаемого попыткой понять, почему достоверность численных результатов обеспечивается выполнением законов термодинамики. Как оказалось, введенные обобщенные термодинамические потенциалы удобно использовать для записи и других уравнений математической

физики. Надо отметить, что указанную С. К. Годуновым форму записи уравнений механики сплошных сред можно дополнять членами, описывающими диссипацию энергии в смысле теории Онзагера [32]. Это упрощает изучение необратимых процессов в сплошной среде, в частности, исследование структуры ударных волн – разрывных решений задач [9], [11], [30].

В связи с попытками разобраться в обобщенных решениях квазилинейных гиперболических уравнений на основе введенного понятия обобщенного термодинамического потенциала обнаружился важный эффект резкой зависимости решений от вводимых в систему малых диссипативных членов. Различные малые “вязкости”, как оказалось, могут приводить к различным же запретам на разрывные решения гиперболических квазилинейных систем. Этот результат послужил основой формирования важного для практики, в том числе вычислительной, вывода: малые диссипативные члены в квазилинейных уравнениях могут повести к разным решениям, т. е. к неединственности решений, хотя законы сохранения выполняются. Этот вывод тем более важен, что неустраняемые погрешности (диссипации) всегда возникают при дискретном моделировании физических процессов, даже в случае, если физическими диссипациями среды (вязкостью, теплопроводностью и т. п.) мы пренебрегаем. Примеры неединственности решений такого рода задач даны в [9], [11], [30]. Первая из этих работ, еще до ее опубликования, была рассказана в 1960 г. на семинаре в МГУ в присутствии впервые тогда приехавших в Москву Р. Куранта и П. Д. Лакса. Взгляды Сергея Константиновича о влиянии упомянутых примеров неединственности на структурную систематизацию (классификацию) краевых задач для квазилинейных гиперболических уравнений изложены в его обзорном докладе на IV Всесоюзном математическом съезде [31].

Статья [11] положила начало многолетним исследованиям С. К. Годунова по изучению связи законов термодинамики с корректностью уравнений математической физики и механики сплошных сред. В частности, в [11] определен важный класс так называемых дважды дивергентных систем, содержащий систему уравнений газовой динамики. Дважды дивергентные системы обладают замечательным свойством: все уравнения системы записываются в дивергентном виде, сама же система автоматически становится симметрической t -гиперболической по Фридрихсу. Матрицы ее коэффициентов представляют собой вторые производные от обобщенных термодинамических потенциалов среды. В такой форме у выражающих законы сохранения квазилинейных гиперболических систем всегда есть следствие – закон сохранения энтропии, что позволяет записывать их в специальном дивергентном виде – форме Годунова. Этот подход позволил С. К. Годунову дать определение обобщенного решения, в котором производство энтропии на гладком решении равно нулю, а на разрывном – определяется неравенством (приращение энтропии всегда должно быть больше нуля). Только спустя десять лет, в 1971 г., класс дважды дивергентных систем был переоткрыт в работе К. О. Фридрикса и П. Д. Лакса [33]: уравнения подобного типа были названы там “системами законов сохранения с выпуклым расширением”. Формализм дважды дивергентных систем нашел широкое применение в решении различных задач механики сплошных сред и используется теперь в работах по “расширенной термодинамике (extended thermodynamics)” [34]–[36].

Не все уравнения механики сплошной среды удается привести к нужной дважды дивергентной форме с помощью обобщенных термодинамических потенциалов. К примеру, такой прием не охватывает уравнений магнитной гидродинамики и теории упругости. Преодолению такого типа трудностей посвящены работы [37]–[39], обзор которых сделан в [40]–[42]. В качестве выхода предложено рассматривать расширенную систему, дополненную уравнениями, совместными с исходными. При этом возникает необходимость систематизировать все такие расширения. В работах [43]–[45] предложена классификация уравнений на основе галилеевой инвариантности рассматриваемых задач. Там же введены ограничения на допустимые производящие тер-

модинамические потенциалы, а в записи уравнений появляются специальные составленные из коэффициентов Клебша–Гордана матрицы (с их помощью произведения неприводимых представлений группы вращений раскладываются в суммы приводимых). В работах [46]–[49] продолжена систематизация уравнений механики сплошных сред.

Много сил и времени С. К. Годунов посвятил установлению связи между термодинамикой и корректностью в общих задачах математической физики, а также определению места уравнений механики сплошных сред в теории записанных в консервативной форме квазилинейных гиперболических уравнений [28], [50], [51].

Уже в работе [31] фактически сформулирована идея о неразрывной связи законов термодинамики со структурой уравнений, описывающих движение сплошной среды. В дальнейшем этот фундаментальный постулат привел к понятию “термодинамически согласованных гиперболических законов сохранения”, управляющих процессом движения сплошной среды и термодинамическими тождествами. На этой основе была описана структура законов сохранения и проведена систематизация уравнений механики сплошной среды.

Дальнейшие исследования С. К. Годунова и его учеников привели к выделению класса “термодинамически согласованных систем уравнений” [40]–[42]. При этом было обосновано появление дополнительного закона сохранения как необходимого условия совместности [52]. Дополнительный закон записывается в виде дифференциального уравнения в частных производных и определяет изменение энтропии в процессе деформации сплошной среды. Замечательным следствием предложенной формы записи уравнений стало их представление в симметрическом t -гиперболическом по Фридрихсу виде [11], [47], [53], [54]. В рамках развитой теории элегантно и с единой точки зрения разрешаются вопросы, связанные с формулировкой принципов математического моделирования различных механических процессов в сплошных средах, а также вопросы, связанные с построением адекватных численных дискретизаций. Термодинамически согласованными являются, в частности, многие классические уравнения математической физики и механики сплошных сред, в том числе уравнения газовой и гидродинамики, магнитной и релятивистской гидродинамики, уравнения теории упругости, система уравнений Максвелла и т. д. [43], [47], [53], [54]. В общем случае подход С. К. Годунова дает ключи к пониманию истинной структуры решений в нелинейных моделях механики сплошных сред, в частности решений в упруго-пластических моделях деформаций среды, в ударно-волновых и взрывных моделях процессов, а также в моделях микро- и нанопорошков.

Целый ряд моделей механики сплошной среды (газовая динамика, нелинейная теория упругости, вязкоупругая среда Максвелла и другие) объединяет общее свойство: они описываются системами квазилинейных гиперболических уравнений. Опираясь на это свойство, С. К. Годунов провел глубокое исследование вопросов дискретизации указанных моделей. То, что система уравнений может быть представлена в двух формах – консервативной и симметрической t -гиперболической, – позволяет осуществить дискретизацию задачи в два этапа по схеме предиктор–корректор. На первом этапе в силу t -гиперболическости, т. е. локальной по времени разрешимости задачи Коши, формируется предиктор для вычисления потоков в законах сохранения. На втором этапе на основе консервативной записи уравнений (в форме законов сохранения) конструируется корректор. Коррекция является ключевым действием, поскольку на этом этапе осуществляется учет дополнительных законов сохранения (путем решения переопределенных систем дифференциальных уравнений в частных производных) и закона возрастания энтропии. Описанная вычислительная технология применима к переопределенным термодинамически согласованным системам уравнений, для которых в статье [31] определено обобщенное решение. Надо отметить, что дискуссии о законности применения этой технологии продолжаются и в наше время [10].

К исследованию связи законов термодинамики с корректностью уравнений С. К. Годунов возвращался неоднократно, последние его результаты в этом направлении опубликованы в [54]–[57].

Указанный подход, получив плодотворное развитие в работах С. К. Годунова и его учеников, привел к созданию новой модели нелинейных упруго-пластических деформаций сплошной среды. Активная разработка этой модели производилась в тесном взаимодействии с сотрудниками Института гидродинамики СО АН СССР, занимающимися обработкой материалов (металлов) взрывом. При интенсивных нагрузках металл ведет себя как жидкость. Это наблюдение вместе с использованием результатов Я. И. Френкеля [58] о зависимости времени релаксации напряжений от состояния сплошной среды позволило С. К. Годунову создать нелинейную релаксационную модель неупругих деформаций. Результаты исследований больших деформаций в теории упругости и моделирования пластичности с помощью нелинейной вязкоупругой модели Максвелла опубликованы в [40]–[42]. Оценки параметров, характеризующие величину и роль диссипативных процессов, учитываемых на основе релаксационных уравнений Максвелла, были получены в ходе натурных экспериментов [59]–[62]. Как именно вводить в модель вязкие члены, пояснено в работах [59], [61], [63], [64]. Окончательный вариант модели предложен С. К. Годуновым в совместной работе [65]. Цикл работ по верификации построенной нелинейной релаксационной модели Максвелла и расчету распространения и затухания ударных волн при активном участии С. К. Годунова выполнены в 70-е годы прошлого века. Тогда же были решены задача о затопленной струе [66] и задача об обратной кумуляции [67].

В 2000-е годы С. К. Годунов с учениками завершил исследование вопросов, возникающих при формулировке уравнений нелинейной теории упругости в виде гиперболической термодинамически согласованной системы. В частности, была рассмотрена проблема выпуклости упругой энергии по параметрам состояния среды [47], [53]. Нелинейная модель Максвелла неупругих деформаций до сих пор привлекает внимание ученых, в том числе и за рубежом. Эта модель используется и при расчете экстремальных деформаций в задачах высокоскоростного соударения и высокоэнергетического воздействия на металлы [34]–[36].

Во время одного из визитов С. К. Годунова в Новосибирский Академгородок М. А. Лаврентьев привлек его внимание к задаче о сварке взрывом. Требовалось выяснить причину волнообразования, наблюдающегося на границе раздела двух сваривающихся в результате столкновения металлических пластин. Столкновение происходило как результат метания пластин навстречу друг другу при помощи детонации зарядов взрывчатого вещества. Считалось, по аналогии с существующей теорией кумуляции М. А. Лаврентьева, что для описания процесса соударения металлических пластин в условиях сварки взрывом пригодна модель идеальной жидкости. Предполагалось, что при столкновении пластин образуется кумулятивная струя металла, бегущая быстрее точки их контакта. При всем этом в большей части экспериментов отсутствие струи объяснялось ее разрушением из-за неустойчивости. Первые расчеты процесса соударения пластин в акустическом и гидродинамическом приближениях, проведенные под руководством С. К. Годунова в 1968–1969 гг., такой струи не обнаружили. Не оправдалось предположение, что в вычислениях присутствует погрешность в выполнении законов сохранения: используемая разностная схема обеспечивала безусловное выполнение всех законов сохранения. Сопоставление результатов вычислений с экспериментальными данными выявило, что вместо кумулятивной струи вблизи границы сварки образуется “затопленная струя”, которая движется со скоростью меньшей, чем прилегающий материал свариваемых пластин. В результате было заключено, что отсутствие кумулятивной струи в реальном процессе объясняется не ее неустойчивостью, а наличием в материалах свариваемых пластин вязкости. Чтобы обосновать этот вывод, С. К. Годунов предложил математическую модель нелинейного неупругого деформирования твердого тела в условиях высокоскоростной

деформации среды, формируемую на основе модели Максвелла релаксации тензора напряжений. В результате проведенных совместно с учениками расчетов косоугольного соударения металлических пластин была открыта вязкая затопленная струя, обнаруживаемая экспериментально.

Математическая модель, созданная при участии С. К. Годунова, помимо прочего позволила разработать новый метод измерения вязкости металлов при высокоскоростной их деформации. Эти первопроходческие работы были отмечены в 1972 г. премией АН СССР им. А. Н. Крылова и признаны важнейшими в обзоре по кумуляции [68].

По материалам проведенных исследований, приняв предложение академика В. М. Титова, Сергей Константинович прочитал на физическом факультете НГУ курс лекций “Элементы механики сплошной среды” [42]. В 1993 г. этот курс был удостоен премии РАН им. М. А. Лаврентьева. Переработанный и дополненный вариант этих лекций опубликован в соавторстве с учеником Е. И. Роменским сначала на русском [40], а позже – на английском [41] языках.

С. К. Годунов создал математическую модель вязкоупругих деформаций металлов в промежуточной зоне между областями применимости чисто упругого и газодинамического подходов [65], [69]–[71]. Он – автор нелинейной релаксационной модели упруго-пластических деформаций [42]. В последующих работах С. К. Годунова с учениками модель упруго-пластических деформаций применена, в частности, к исследованию нелинейных деформаций [46]–[49], [53], [72].

Развитие нелинейной релаксационной модели Максвелла привело к разработке теории пластических деформаций среды: ее контуры намечены в [62]. Дальнейшие результаты, конкретные расчеты и эксперименты опубликованы в [61], [73]. Построенная в этих работах теория вызвала естественное желание применить ее к исследованию волнообразования при сварке взрывом. Оказалось, что именно остаточные напряжения ответственны за указанное волнообразование. Возникновение остаточных напряжений, действующих сжимающим образом на приграничный слой металлической пластины, подвергшейся воздействию стационарного движущегося импульса давления, было подтверждено расчетами [74]. Специально поставленные в Институте гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН взрывные эксперименты также подтвердили этот эффект, обнаружив образование вдоль сваренной поверхности пластин мелких “волнушек”.

В последующих исследованиях было установлено, что образование волн на контактной поверхности пластин обусловлено автоколебаниями среды в окрестности точки контакта. Происходят автоколебания в окрестности области высокого давления в зоне вязкоупругих деформаций металлов, промежуточной между областями применимости чисто упругого и газодинамического подходов. Указанная окрестность служит своеобразным “резонатором”, ответственным за дальнейшее развитие колебательных процессов. Использование предложенных моделей при расчете деформаций под влиянием взрывных нагрузок началось в совместных работах [46], [47]. Результаты проведенных расчетов опубликованы в статье [53], доложены на пленарной лекции [52] в Институте А. Пуанкаре (Париж, январь 2008 г.) и на Международном конгрессе по вычислительной гидродинамике (Санкт-Петербург, 2010 г.) [75].

Несколько лет назад С. К. Годунов вернулся к задаче о сварке взрывом, где все еще оставалась нерешенной поставленная М. А. Лаврентьевым проблема о волнообразовании на контактной границе при косом взрывном соударении пластин. Эксперименты показали, что физические процессы внутри области контакта происходят на уровне наноструктур и для адекватного их описания нужны уже более тонкие, основанные на методах молекулярной динамики, математические модели. Была предложена новая математическая модель нелинейного неупругого деформирования твердого тела в лагранжевых координатах. Затем на основе схемы Годунова был создан и реализован на многопроцессорном компьютере численный алгоритм, позволяющий описы-

вать высокоскоростное взаимодействие твердых тел. Проведенные расчеты подтвердили возникновение волн на контактной поверхности твердых тел при высокоскоростном косом соударении [76].

Таким образом, результаты математического моделирования процессов в механике сплошной среды на основе релаксационной модели Максвелла и методов молекулярной динамики качественно верно отражают основные экспериментальные закономерности, проявляющиеся при косом соударении пластин при сварке взрывом.

Труды С. К. Годунова в области вычислительной математики не ограничиваются его исследованиями лишь вышеупомянутых проблем. С начала 1950-х годов он начал активно изучать спектральные задачи, возникающие при расчете критических параметров ядерных реакторов, с помощью метода сферических гармоник. Совместно с ученицей И. А. Адамской он создал и обосновал новую технологию построения численного решения краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений, названную ортогональной прогонкой и получившую широчайшее распространение [77], [78].

Изучая вместе с Г. П. Прокоповым спектральные задачи для эллиптических операторов, С. К. Годунов открыл ряд вычислительных парадоксов, связанных с наличием в компьютерном процессе ошибок округления, которые могут привести к вычислительной катастрофе. Эти результаты опубликованы в 1970 г. [79]. Независимо их получил в 1971 г. С. Пейдж [80], [81], ученик Дж. Голуба.

Таким образом, осуществляя компьютерные расчеты, нельзя не принимать во внимание ошибки округления. Численные алгоритмы, приемлемые с точки зрения теоретической математики, зачастую оказываются неэффективными с точки зрения математики компьютерной. Проводимые округления означают не только потерю операционных свойств вещественных чисел, но и ужесточают требования к алгоритмам и к их устойчивости. Не воздав должное специфике компьютерных вычислений, легко ошибиться как в выборе самого численного метода, так и в оценке фактического качества результата вычислений. В этой связи в вычислительной практике сформировалось представление, акцентирующее внимание на нетривиальности воздействия ошибок округления на процесс компьютерных вычислений. Пришлось даже вынужденно отказаться от части традиционных математических идей и методов и заменить их новыми, специально приспособленными для нужд реальных вычислений.

Вопрос о том, что чем управляет – ошибки округления процессом вычислений или процесс вычислений ошибками округления – в этой связи абсолютно надуман: компьютерных вычислений без ошибок округления (в арифметике вещественных чисел) не существует, да и ошибки округления без компьютерных вычислений отсутствуют. Именно по этой причине так важно уметь адаптировать численный метод к выполнению операций над числами конечной разрядности. Ошибки округления особенно в спектральных задачах линейной алгебры, обычно проявляются в форме катастрофического искажения результата вычислений [82], [83].

Вопрос о корректных с точки зрения компьютерных вычислений постановках спектральных задач для конечномерных операторов (матриц) был детально исследован С. К. Годуновым [83]. Тем самым был внесен весьма существенный концептуальный вклад в выработку новых представлений и новых компьютерных постановок спектральных задач линейной алгебры. Им же были указаны примеры патологических матриц, для которых спектральная проблема поставлена плохо.

На современном этапе развития вычислительных методов ясно осознается, что решаемые задачи могут быть “хорошо” и “плохо” поставлены. При этом качество (или корректность) компьютерной постановки задачи характеризует устойчивость ее решения по отношению к погрешностям входных данных и к ошибкам округлений арифметических операций. Как правило, это качество выражается конкретной числовой характеристикой, например, числом обусловленности матрицы. Таким образом, алгоритм численного решения задачи вместе с решением должен выдавать и числовые

характеристики качества ее постановки. Если эти характеристики велики, то следует отнестись к полученному численному решению с большой осторожностью: ведь компьютерное решение не может внушать большого доверия из-за плохой его устойчивости к погрешностям входных данных или ошибок округлений.

Поставив под сомнение бытующее еще среди вычислителей-практиков мнение о том, что теория и практика методов линейной алгебры давно сложилась и даже обрела характер некой образцовой каноничности, С. К. Годунов акцентировал внимание на вычислительном аспекте этой проблематики. Seriously переосмыслив само понятие точности численного решения, Сергей Константинович ввел в математический обиход понятие гарантированной точности компьютерных вычислений [81]–[84].

Благодаря сформулированной им концепции гарантированной точности, пришлось отказаться от использования классических понятий пространства А. Н. Крылова и жордановой формы матриц и ввести взамен новые фундаментальные понятия, такие как ε -спектр, спектральный портрет, критерий качества дихотомии и расслоения спектра, обобщенное уравнение А. М. Ляпунова и некоторые другие [83], [85]. При этом основное внимание фокусировалось на одномерных спектральных портретах, визуализирующих разбиение – дихотомию – спектра матрицы на подобласти, ограниченные прямыми, окружностями и эллипсами [86]–[88]. Эти новые определения и ассоциированные с ними визуализации С. К. Годунов продемонстрировал на Международной конференции, посвященной 90-летию И. Г. Петровского (Москва, МГУ, 1991 г.) [89]. В настоящее время теория ε -спектров и соответствующих вычислительных алгоритмов активно разрабатывается Л. Н. Третьяком в Оксфорде [90], [91].

Отметим, что подсказка к введению в математический обиход понятий ε -спектра матрицы и ее спектрального портрета содержится уже в работе [92], совместной с В. С. Рябенкиным. Осознанию практической важности понятий спектрального портрета матрицы и дихотомии ее спектра способствовали лекции С. К. Годунова [93], прочитанные им в университетах Ренна и Бреста (Франция) при активном сотрудничестве с М. Садкане.

Введенные в вычислительную практику новые математические понятия возникли, по существу, как оригинальная визуализация чувствительности вычислительных методов к параметрам, присутствующим в классических теоремах Ляпунова об устойчивости. С их помощью был, в частности, решен вопрос устойчивости или неустойчивости нулевого решения системы линейных обыкновенных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами без вычисления собственных значений матрицы ее коэффициентов. При этом предложен новый числовой критерий оценки качества устойчивости, на основе которого эффективно решен вопрос о том, лежат ли все собственные значения заданной несимметричной матрицы коэффициентов системы в левой комплексной полуплоскости [88]. На этом же пути и с тем же инструментарием был решен также и следующий вопрос: верно ли, что собственные значения матрицы разбиваются на две группы – лежащих в левой полуплоскости и соответственно в правой полуплоскости, и при этом собственных значений на мнимой оси нет [94]. Положительный ответ на этот вопрос, полученный в результате работы численного алгоритма, гарантирует, что разбиение спектра матрицы на две части устойчиво. В то же время отрицательный ответ означает, что некоторые из собственных значений матрицы или малого ее возмущения могут лежать на мнимой оси. Были также предложены алгоритмы дихотомии спектра матрицы окружностью, эллипсом и параболой [95]. Чрезвычайно важно, что для ответа на эти ключевые вопросы теории устойчивости не требуется вычислять собственные значения матрицы. В этой связи отметим лекцию “Приложения нового математического аппарата одномерных спектральных портретов матриц к задачам об аэроупругих колебаниях”, которую С. К. Годунов прочитал на Международном симпозиуме по нестационарной аэродинамике, аэроакустике и аэроупругости турбомашин (Москва, 2006 г.) [96], [97].

Правильность решения задач математической физики существенно зависит от эффективности, корректности и качества компьютерных программ, предназначенных

для решения основных задач линейной алгебры. Отметим, что, к примеру, с точки зрения математика-теоретика решение системы линейных уравнений, основанное на теореме Крамера, неоспоримо корректно. В то же время с точки зрения математика-вычислителя наличия этого алгоритма Крамера для компьютерных расчетов еще недостаточно: вычислительно требуются помимо всего устойчивость алгоритма и разумное количество математических операций в нем. Ни тем, ни другим свойством алгоритм Крамера не обладает из-за эффектов машинной арифметики – ошибок округления. Цикл исследований соответствующего профиля для решения основных задач линейной алгебры был выполнен под руководством С. К. Годунова в Институте математики им. С. Л. Соболева СО РАН. При этом существенное внимание уделялось анализу влияния на ответ ошибок округлений, совершенных в ходе практической реализации численных алгоритмов. Цель проведенных исследований была связана с выработкой нового принципиально важного понятия гарантированности количества точных десятичных разрядов в конструируемом числовом ответе. В итоге были получены фундаментальные результаты, базирующиеся на новых методах ортогональных преобразований матриц и векторов с использованием арифметики вынесенных порядков. Предложенные численные алгоритмы всегда дают недвусмысленный числовой ответ: пользователь либо получает результат с гарантированной оценкой погрешности, либо же мотивированный отказ от решения поставленной задачи [82].

Книга [82] – одна из наиболее основательных работ, посвященных детальному анализу влияния компьютерных округлений на точность результата вычислений. Ее специфическая особенность состоит в том, что все описанные в ней численные алгоритмы допускают эффективные оценки погрешностей. Таким образом, вместе с решением задачи пользователь всегда получает соответствующие гарантированные оценки всех погрешностей. Это при правильной организации цифровых вычислений позволяет осуществлять реализацию доказательных компьютерных вычислений. Последнее означает, что по уровню строгости конструируемый числовой ответ представляет собой математическую теорему, суть которой – в описании окрестности, содержащей точное решение задачи. Доказательством же теоремы служит сам процесс компьютерных расчетов, организованный в соответствии с концепцией гарантированной точности.

В результате всей этой деятельности по изучению вычислительных методов решения задач линейной алгебры был развит математический аппарат и затем на его основе создана специализированная библиотека прикладных программ, учитывающих предъявляемые компьютерными технологиями требования. Пакет программ, получивший название PALINA, предназначен для решения систем линейных уравнений, симметричной проблемы собственных значений, для сингулярного разложения матриц и других родственных задач. Пакет PALINA появился ранее популярного ныне пакета LAPACK.

Работы [86], [98]–[100], выполненные С. К. Годуновым совместно с учениками, посвящены выяснению причин многочисленных вычислительных парадоксов в задачах линейной алгебры. Важный вклад С. К. Годунов внес и в развитие общей теории разностных схем: широкой популярностью до сих пор пользуется написанная им совместно с В. С. Рябенским и изданная в 1962 г. монография “Введение в теорию разностных схем” [101] (см. также [102]). В дополнение к этому, с 1960-х годов С. К. Годунов периодически возвращается к фундаментальной проблеме построения разностных сеток, поскольку нелинейный характер исследуемых уравнений (в двумерном, а тем более трехмерном случае) проявляется прежде всего в ее эффективном конструктивном разрешении. По поводу нетривиальности постановки этой проблемы даже для двумерного случая можно ознакомиться по его совместным с коллегами работам [103]–[107].

С. К. Годунов – основоположник ряда новых научных направлений, объединяющих теорию гиперболических уравнений с гидродинамикой и теорией упругости, разностные методы решения дифференциальных уравнений и математическую физику, линейную алгебру и задачи термодинамики сплошных сред. Его научные труды в значительной степени определили современный облик численного анализа, задав наиболее перспективные направления развития этой важнейшей математической отрасли.

Его уникальный научный стиль отличают удивительная цельность и глубокое понимание существа исследуемой проблемы, обилие новых идей, сочетающееся с широтой и глубиной исследования, умение в каждой конкретной задаче видеть влияние всей математики. Его труды формируют ясное понимание значимости фундаментальной математики в прикладных науках и ее определяющей роли в формировании правильных представлений о мире. Все это совмещается с выдающейся способностью находить в математике объединяющие концепты и с концентрацией внимания на самых трудных проблемах. Соратники и ученики называют С. К. Годунова ученым, который всегда впереди остальных.

Научные достижения С. К. Годунова неизменно воспринимаются с большим интересом и привлекают внимание многочисленных специалистов из различных областей науки, постоянно напоминая о недопустимости замкнутости в узких специализированных рамках. С. К. Годунов твердо убежден в том, что все существенные продвижения в современной науке, включая прикладную, происходят за счет использования глубоких междисциплинарных связей в форме взаимного проникновения идей и результатов из разнообразных и зачастую отдаленных друг от друга областей фундаментальной науки. Правильность этого его мнения подтверждается уже тем, что в современном научном мире приоритетом становится подготовка кадров высшей квалификации в определяющих основных направлениях развития научных дисциплин: дифференциальных уравнениях, вычислительной математике и математическом моделировании. С. К. Годунов – председатель Диссертационного Совета по подготовке научных кадров высшей квалификации по перечисленным специальностям. В свой юбилейный год С. К. Годунов руководит работой активно действующих в Институте математики им. С. Л. Соболева СО РАН и широко известных в России и за рубежом научных семинаров “Математика в приложениях” (см. <http://math.nsc.ru/seminar/godunov/2014.html>) и “Постановки задач, допускающих распараллеливание на многопроцессорных вычислительных системах” (см. <http://math.nsc.ru/seminar/parall/2014.html>).

С. К. Годунов – автор более 300 научных публикаций, в том числе 17 монографий и учебников, часть из которых издана на английском языке. Его печатные труды сыграли важную роль в придании современного вида многим отраслям прикладной науки. Они не только изменили представления о подходах к решению широкого спектра прикладных задач, но и указали практические алгоритмы их компьютерного разрешения. В 2009 г. был издан Библиографический указатель [108] со списком трудов С. К. Годунова, опубликованных к тому времени.

С. К. Годунов широко известен не только как авторитетный ученый, но и как великодушный педагог: его глубокие и содержательные лекции отличаются предельной ясностью, логичностью и доступностью изложения. При освещении почти всех вопросов, и даже следуя каким-то известным образцам, он вносит в свои лекции существенные усовершенствования, проясняющие излагаемый материал в максимально возможной и доступной степени. В преподавании математики С. К. Годунов был и остается неутомимым реформатором, а его учебники по дифференциальным уравнениям, механике сплошных сред и линейной алгебре давно составляют неотъемлемую часть университетских курсов по математике в МГУ и НГУ. Во всем мире известны результаты научно-педагогической школы С. К. Годунова по корректности постановок задач для дифференциальных уравнений механики сплошных сред, а также по разработке численных алгоритмов их решения и численным методам линейной алгебры.

Педагогическую работу сначала в Московском, а затем в Новосибирском государственных университетах Сергей Константинович вел более полувека. В НГУ он работал по совместительству с 1969 г., сначала профессором кафедры дифференциальных уравнений, затем с 1974 по 1990 г. заведовал той же кафедрой. На механико-математическом и физическом факультетах НГУ им прочитаны лекционные курсы: “Механика сплошной среды”, “Уравнения математической физики”, “Методы приближенных вычислений”, “Дифференциальные уравнения”, “Численные методы линейной алгебры”, “Современные аспекты линейной алгебры”, а также “Теория гиперболических систем” и “Уравнения нелинейной теории упругости”. В 2000 г. на механико-математическом факультете НГУ он прочитал обязательный лекционный курс для магистрантов “Лекции по современным аспектам линейной алгебры”. Этот курс отличает высочайшая степень новаторства и ярко выраженный авторский подход; в дальнейшем курс продолжили читать другие преподаватели НГУ.

Широта и многогранность исследований С.К. Годунова, его увлеченность, прекрасное владение всем математическим арсеналом, работоспособность, последовательность в отстаивании своих идей, взглядов и принципов способствовали привлечению к научным исследованиям талантливой молодежи. В 1975 г. на кафедре дифференциальных уравнений НГУ начал регулярную работу научный семинар по гиперболическим уравнениям под руководством С.К. Годунова. Вокруг семинара сформировался коллектив преподавателей, аспирантов и студентов, активно занимавшихся проблемами математической физики и составивших ядро научно-педагогической школы С.К. Годунова в Новосибирске. Все началось с изучения известных работ О. Крайса [109] и Р. Сакамото [110], посвященных корректности смешанных задач для гиперболических уравнений и систем. Целью изучения было конструктивное доказательство корректности такого рода задач на основе техники интегралов энергии [111], [112]. С этой точки зрения были исследованы смешанные задачи для волнового уравнения, для векторного волнового уравнения и для линеаризованной системы уравнений газовой динамики с граничными условиями на ударной волне [112]–[120]. Одновременно с гиперболическими уравнениями активно изучались вычислительные проблемы линейной алгебры, инициированные парадоксами в численных расчетах. В частности, рассматривалась проблема собственных значений для несимметричных матриц, связанная с выяснением асимптотической устойчивости нулевого решения системы линейных обыкновенных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами [121]. Требовалось решить эту проблему без фактического использования собственных значений матрицы системы [122]. Эти разработки послужили основой для формулировки задач в совершенно новых постановках и для создания новых вычислительных алгоритмов линейной алгебры [82], [83].

С.К. Годунов являлся научным руководителем у многих студентов, стажеров и аспирантов. Его учеников – среди которых есть и члены Российской академии наук, много докторов и кандидатов наук – можно встретить как в университетах и научных центрах Российской Федерации, так и за рубежом. Работы, выполненные учениками Сергея Константиновича, получили заслуженное признание научного сообщества, отмечены Ленинской и Государственной премиями, золотыми медалями АН СССР для молодых ученых, а также именными премиями Академии наук.

Свидетельством мирового признания научных заслуг академика С.К. Годунова явилось проведение за рубежом международных конференций, посвященных его методам. Первая из них, “Godunov’s Method for Dynamics: Current Applications and Future Developments” (Энн-Арбор, 1–3 мая 1997 г.), прошла в США, вторая, “Godunov’s Methods: Theory and Applications” (Оксфорд, 12–22 мая 1999 г.), – в Великобритании.

С.К. Годунов входит в редколлегии научных журналов: “Математические труды”, “Сибирский математический журнал”, “Журнал вычислительной математики и математической физики” и “International Journal of Computational Fluid Dynamics”.

Сергей Константинович Годунов имеет звание почетного доктора Мичиганского университета (США, 1997 г.), премирован фондом имени академика М. А. Лаврентьева “За выдающийся вклад в развитие исследований в области математики, механики и прикладной физики” (2005 г.), отмечен знаком отличия “За заслуги перед Новосибирской областью” (2004 г.).

За выполнение специальных заданий Правительства и решение важных задач новой оборонной техники С. К. Годунов удостоен звания Лауреата Ленинской премии (1959 г.). Он награжден орденами Трудового Красного знамени (дважды, 1956 г. и 1975 г.), “Знак Почета” (дважды, 1954 г. и 1981 г.) и орденом Почета (2010 г.), юбилейной медалью “За доблестный труд в ознаменование 100-летия со дня рождения В. И. Ленина” (1970 г.), медалью “Ветеран труда” (1996 г.).

За работы в области исследования эффектов, сопутствующих сварке взрывом, ему присуждена премия АН СССР им. А. Н. Крылова (1972 г.), а за книгу “Элементы механики сплошных сред” – премия РАН им. М. А. Лаврентьева (1993 г.).

Свой юбилей Сергей Константинович встретил, как всегда, полный энергии и творческих планов. Мы желаем ему дальнейших научных достижений, крепкого здоровья и многих лет вдохновенной творческой жизни на благо отечественной и мировой науки. Уверены, что еще много лет он будет радовать всех своими яркими результатами.

В. Н. Бельх, К. В. Брушлинский, В. Л. Васкевич,
С. П. Киселёв, А. Н. Крайко, А. Г. Куликовский, В. И. Мали,
В. В. Пухначёв, Е. И. Роменский, В. С. Рябенький

Список цитированных работ

- [1] С. К. Годунов, “О задаче Минковского”, *Докл. АН СССР*, **59**:9 (1948), 1525–1528.
- [2] С. К. Годунов, *Разностные методы решения уравнений газовой динамики*, Лекции для студентов НГУ, Изд-во Новосиб. ун-та, Новосибирск, 1962, 96 с.
- [3] С. К. Годунов, “Разностный метод численного расчета разрывных решений уравнений гидродинамики”, *Матем. сб.*, **47(89)**:3 (1959), 271–306.
- [4] С. К. Годунов, *Воспоминания о разностных схемах*, Междунар. симпозиум “Метод Годунова в газовой динамике” (Мичиган. ун-т, май 1997), Науч. кн., Новосибирск, 1997, 40 с.
- [5] S. K. Godunov, “Reminiscences about difference schemes”, *J. Comput. Phys.*, **153**:1 (1999), 6–25.
- [6] S. K. Godunov, *Reminiscences about difference schemes*, Preprint №6666, INRIA, France, 2008, 24 pp., <http://hal.inria.fr/docs/00/32/63/77/PDF/RR-6666.pdf>.
- [7] И. М. Гельфанд, “Некоторые задачи теории квазилинейных уравнений”, *УМН*, **14**:2(86) (1959), 87–158; англ. пер.: I. M. Gel’fand, “Some problems in the theory of quasilinear equations”, *Amer. Math. Soc. Transl. Ser. 2*, **29**, Amer. Math. Soc., Providence, RI, 1963, 295–381.
- [8] С. К. Годунов, “Термодинамика газов и дифференциальные уравнения”, *УМН*, **14**:5(89) (1959), 97–116.
- [9] С. К. Годунов, “О понятии обобщенного решения”, *Докл. АН СССР*, **134**:6 (1960), 1279–1282; англ. пер.: S. K. Godunov, “On the concept of generalized solution”, *Soviet Math. Dokl.*, **1** (1960), 1194–1196.
- [10] С. К. Годунов, Ю. Д. Манузина, М. А. Назарьева, “Экспериментальный анализ сходимости численного решения к обобщенному решению в газовой динамике”, *Журн. вычисл. матем. и матем. физ.*, **51**:1 (2011), 96–103; англ. пер.: S. K. Godunov, Yu. D. Manuzina, M. A. Nazar’eva, “Experimental analysis of convergence of the numerical solution to a generalized solution in fluid dynamics”, *Comput. Math. Math. Phys.*, **51**:1 (2011), 88–95.

- [11] С. К. Годунов, “Интересный класс квазилинейных систем”, *Докл. АН СССР*, **139**:3 (1961), 521–523; англ. пер.: S. K. Godunov, “An interesting class of quasilinear systems”, *Soviet Math. Dokl.*, **2** (1961), 947–949.
- [12] В. П. Колган, “Применение принципа минимальных значений производной к построению конечно-разностных схем для расчета разрывных решений газовой динамики”, *Ученые записки ЦАГИ*, **3**:6 (1972), 68–77; англ. пер.: V. P. Kolgan, “Application of the principle of minimizing the derivative to the construction of finite-difference schemes for computing discontinuous solutions of gas dynamics”, *J. Comput. Phys.*, **230**:7 (2011), 2384–2390; “Конечно-разностная схема для расчета двумерных разрывных решений нестационарной газовой динамики”, **6**:1 (1975), 9–14.
- [13] Н. И. Тилляева, “Обобщение модифицированной схемы С. К. Годунова на произвольные нерегулярные сетки”, *Ученые записки ЦАГИ*, **17**:2 (1986), 18–26.
- [14] В. И. Копчёнов, А. Н. Крайко, “Монотонная разностная схема второго порядка для гиперболических систем с двумя независимыми переменными”, *Журн. вычисл. матем. и матем. физ.*, **23**:4 (1983), 848–859; англ. пер.: V. I. Kopchenov, A. N. Kraiko, “A monotonic second-order difference scheme for hyperbolic systems with two independent variables”, *U.S.S.R. Comput. Math. Math. Phys.*, **23**:4 (1983), 50–56.
- [15] А. В. Родионов, “Монотонная схема второго порядка аппроксимации для сквозного расчета неравновесных течений”, *Журн. вычисл. матем. и матем. физ.*, **27**:4 (1987), 585–593; англ. пер.: A. V. Rodionov, “Monotonic scheme of the second order of approximation for the continuous calculation of non-equilibrium flows”, *U.S.S.R. Comput. Math. Math. Phys.*, **27**:2 (1987), 175–180.
- [16] B. van Leer, “Towards the ultimate conservative difference scheme. V: A second-order sequel to Godunov’s method”, *J. Comput. Phys.*, **135**:2 (1997), 229–248.
- [17] A. Harten, “High resolution schemes for hyperbolic conservation laws”, *J. Comput. Phys.*, **49**:3 (1983), 357–393.
- [18] P. Colella, P. R. Woodward, “The piecewise parabolic method (PPM) for gas-dynamic simulations”, *J. Comput. Phys.*, **54**:1 (1984), 174–201.
- [19] A. Harten, B. Engquist, S. Osher, S. R. Chakravarthy, “Uniformly high order accurate essentially non-oscillatory schemes. III”, *J. Comput. Phys.*, **71**:2 (1987), 231–303.
- [20] Chi-Wang Shu, S. Osher, “Efficient implementation of essentially non-oscillatory shock-capturing schemes. II”, *J. Comput. Phys.*, **83**:1 (1989), 32–78.
- [21] Xu-Dong Liu, S. Osher, T. Chan, “Weighted essentially non-oscillatory schemes”, *J. Comput. Phys.*, **115**:1 (1994), 202–212.
- [22] E. F. Toro, *Riemann solvers and numerical methods for fluid dynamics*, A practical introduction, 3rd ed., Springer-Verlag, Berlin, 2009, xxiv+724 pp.
- [23] J. Glimm, “Solutions in the large for nonlinear hyperbolic systems of equations”, *Comm. Pure Appl. Math.*, **18**:4 (1965), 697–715.
- [24] С. К. Годунов, А. В. Забродин, Г. П. Прокопов, “Разностная схема для двумерных нестационарных задач газовой динамики и расчет обтекания с отошедшей ударной волной”, *Журн. вычисл. матем. и матем. физ.*, **1**:6 (1961), 1020–1050; англ. пер.: S. K. Godunov, A. V. Zabrodin, G. P. Prokopov, “A computational scheme for two-dimensional nonstationary problems of gas dynamics and calculation of the flow from a shock wave approaching a stationary state”, *U.S.S.R. Comput. Math. Math. Phys.*, **1**:4 (1962), 1187–1219.
- [25] М. Я. Иванов, А. Н. Крайко, “Численное решение прямой задачи о смешанном течении в соплах”, *Изв. АН СССР. Мех. жидк. и газа*, 1969, № 5, 77–83.
- [26] М. Я. Иванов, А. Н. Крайко, Н. В. Михайлов, “Метод сквозного счета для двумерных и пространственных сверхзвуковых течений. I”, *Журн. вычисл. матем. и матем. физ.*, **12**:2 (1972), 441–463; “II”, **12**:3 (1972), 805–813; англ. пер.: M. Ya. Ivanov, A. N. Kraiko, N. V. Mikhailov, “A method of through computation for two- and three-dimensional supersonic flows. I”, *U.S.S.R. Comput. Math. Math. Phys.*, **12**:2 (1972), 196–221; “II”, **12**:3 (1972), 309–320.

- [27] T. D. Taylor, B. S. Masson, “Application of the unsteady numerical method of Godunov to computation of supersonic flows past bell-shaped bodies”, *J. Comput. Phys.*, **5**:3 (1970), 443–454.
- [28] С. К. Годунов, А. В. Забродин, М. Я. Иванов, А. Н. Крайко, Г. П. Прокопов, *Численное решение многомерных задач газовой динамики*, Наука, М., 1976, 400 с.
- [29] S. Godunov, A. Zabrodine, M. Ivanov, A. Kraiko, G. Prokopov, *Résolution numérique des problèmes multidimensionnels de la dynamique des gaz*, Mir, Moscou, 1979, 414 pp.
- [30] С. К. Годунов, “О единственном ‘размазывании’ разрывов в решениях квазилинейных систем”, *Докл. АН СССР*, **136**:2 (1961), 272–273; англ. пер.: S. K. Godunov, “On nonunique ‘blurring’ of discontinuities in solutions of quasilinear systems”, *Soviet Math. Dokl.*, **2** (1961), 43–44.
- [31] С. К. Годунов, “Проблема обобщенного решения в теории квазилинейных уравнений и в газовой динамике”, *УМН*, **17**:3(105) (1962), 147–158; англ. пер.: S. K. Godunov, “The problem of a generalized solution in the theory of quasilinear equations and in gas dynamics”, *Russian Math. Surveys*, **17**:3 (1962), 145–156.
- [32] С. де Гроот, П. Мазур, *Неравновесная термодинамика*, Мир, М., 1964, 456 с.; пер. с англ.: S. R. de Groot, P. Mazur, *Non-equilibrium thermodynamics*, Series in Physics, North-Holland Publishing Co., Amsterdam; Interscience Publishers Inc., New York, 1962, x+510 pp.
- [33] K. O. Friedrichs, P. D. Lax, “Systems of conservation equations with a convex extension”, *Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.A.*, **68**:8 (1971), 1686–1688.
- [34] I. Müller, T. Ruggeri, *Rational extended thermodynamics*, 2nd ed., Springer Tracts Nat. Philos., **37**, Springer-Verlag, New York, 1998, xvi+396 pp.
- [35] P. T. Barton, R. Deiterding, D. Meiron, D. Pullin, “Eulerian adaptive finite-difference method for high-velocity impact and penetration problems”, *J. Comput. Phys.*, **240** (2013), 76–99.
- [36] N. Favrie, S. L. Gavrilyuk, “Diffuse interface model for compressible fluid-compressible elastic-plastic solid interaction”, *J. Comput. Phys.*, **231**:7 (2012), 2695–2723.
- [37] С. К. Годунов, “Симметрическая форма уравнений магнитной гидродинамики”, *Числ. методы механики сплошной среды*, **3**:1 (1972), 26–34.
- [38] S. K. Godunov, E. I. Romensky, “Thermodynamical foundations for special evolution differential equations of continuous media”, *Trends in applications of mathematics to mechanics* (Lisbon, 1994), Pitman Monogr. Surveys Pure Appl. Math., **77**, Longman, Harlow, 1995, 25–35.
- [39] S. K. Godunov, E. I. Romensky, “Thermodynamics and wellposedness of differential equations of continuous media”, *Advanced mathematics, computations and applications* (AMCA-95), NCC Publisher, Novosibirsk, 1995, 126–127.
- [40] С. К. Годунов, Е. И. Роменский, *Элементы механики сплошных сред и законы сохранения*, Науч. кн., Новосибирск, 1998, 267 с.
- [41] S. K. Godunov, E. I. Romensky, *Elements of continuum mechanics and conservation laws*, Kluwer Academic/Plenum Publishers, New York, 2003, viii+258 pp.
- [42] С. К. Годунов, *Элементы механики сплошной среды*, Наука, М., 1978, 303 с.
- [43] С. К. Годунов, Т. Ю. Михайлова, Е. И. Роменский, “Системы термодинамически согласованных законов сохранения, инвариантных относительно вращения”, *Сиб. матем. журн.*, **37**:4 (1996), 790–806; англ. пер.: S. K. Godunov, T. Yu. Mikhailova, E. I. Romenskiĭ, “Systems of thermodynamically coordinated laws of conservation invariant under rotations”, *Sib. Math. J.*, **37**:4 (1996), 690–705.
- [44] С. К. Годунов, В. М. Гордиенко, “Простейшие галилеево-инвариантные и термодинамически согласованные законы сохранения”, *ПМТФ*, **43**:1 (2002), 3–16; англ. пер.: S. K. Godunov, V. M. Gordienko, “The simplest Galilean-invariant and thermodynamically consistent conservation laws”, *J. Appl. Mech. Tech. Phys.*, **43**:1 (2002), 1–12.

- [45] С. К. Годунов, В. М. Гордиенко, “Усложненные структуры галилеев-инвариантных законов сохранения”, *ПМТФ*, **43:2** (2002), 3–21; англ. пер.: S. K. Godunov, V. M. Gordienko, “Complicated structures of Galilean-invariant conservation laws”, *J. Appl. Mech. Tech. Phys.*, **43:2** (2002), 175–189.
- [46] С. К. Годунов, И. М. Пешков, “К симметризации нелинейной системы уравнений газовой динамики”, *Сиб. матем. журн.*, **49:5** (2008), 1046–1053; англ. пер.: S. K. Godunov, I. M. Peshkov, “Symmetrization of the nonlinear system of gas dynamics equations”, *Sib. Math. J.*, **49:5** (2008), 829–834.
- [47] С. К. Годунов, И. М. Пешков, “Симметрические гиперболические уравнения нелинейной теории упругости”, *Журн. вычисл. матем. и матем. физ.*, **48:6** (2008), 1034–1055; англ. пер.: S. K. Godunov, I. M. Peshkov, “Symmetric hyperbolic equations in the nonlinear elasticity theory”, *Comput. Math. Math. Phys.*, **48:6** (2008), 975–995.
- [48] С. К. Годунов, “Галилеев-инвариантная и термодинамически согласованная модель составной изотропной среды”, *ПМТФ*, **45:5** (2004), 3–12; англ. пер.: S. K. Godunov, “Galilean-invariant and thermodynamically consistent model of a composite isotropic medium”, *J. Appl. Mech. Tech. Phys.*, **45:5** (2004), 613–621.
- [49] С. К. Годунов, “Новый вариант термодинамически согласованной модели максвелловской вязкости”, *ПМТФ*, **45:6** (2004), 3–13; англ. пер.: S. K. Godunov, “A new version of the thermodynamically consistent model of Maxwell viscosity”, *J. Appl. Mech. Tech. Phys.*, **45:6** (2004), 775–783.
- [50] С. К. Годунов, У. М. Султангазин, “О дискретных моделях кинетического уравнения Больцмана”, *УМН*, **26:3(159)** (1971), 3–51; англ. пер.: S. K. Godunov, U. M. Sultangazin, “On discrete models of the kinetic Boltzmann equation”, *Russian Math. Surveys*, **26:3** (1971), 1–56.
- [51] С. К. Годунов, У. М. Султангазин, “О диссипативности граничных условий В. С. Владимирова для симметрической системы метода сферических гармоник”, *Журн. вычисл. матем. и матем. физ.*, **11:3** (1971), 688–704; англ. пер.: S. K. Godunov, U. M. Sultangazin, “The dissipativity of V. S. Vladimirov’s boundary conditions for a symmetric system of the method of spherical harmonics”, *U.S.S.R. Comput. Math. Math. Phys.*, **11:3** (1971), 183–202.
- [52] S. K. Godunov, *Les équations symétriques hyperboliques et la thermodynamique*, Séminaire de mécanique des fluides numérique, Institut Henri Poincaré, 2008, 27 pp., <http://www-mecaflu.cea.fr/streaming/domain20/2008/03/m348/index.html>.
- [53] С. К. Годунов, И. М. Пешков, “Термодинамически согласованная нелинейная модель упругопластической среды Максвелла”, *Журн. вычисл. матем. и матем. физ.*, **50:8** (2010), 1481–1498; англ. пер.: S. K. Godunov, I. M. Peshkov, “Thermodynamically consistent nonlinear model of an elastoplastic Maxwell medium”, *Comput. Math. Math. Phys.*, **50:8** (2010), 1409–1426.
- [54] С. К. Годунов, “Термодинамическая формализация уравнений гидродинамики заряженного диэлектрика в электромагнитном поле”, *Журн. вычисл. матем. и матем. физ.*, **52:5** (2012), 916–929; англ. пер.: S. K. Godunov, “Thermodynamic formalization of the fluid dynamics equations for a charged dielectric in an electromagnetic field”, *Comput. Math. Math. Phys.*, **52:5** (2012), 787–799.
- [55] С. К. Годунов, “О включении уравнений Максвелла в системы релятивистски инвариантных уравнений”, *Журн. вычисл. матем. и матем. физ.*, **53:8** (2013), 1356–1359; англ. пер.: S. K. Godunov, “About inclusion of Maxwell’s equations in systems relativistic of the invariant equations”, *Comput. Math. Math. Phys.*, **53:8** (2013), 1179–1182.
- [56] С. К. Годунов, С. П. Киселев, И. М. Куликов, В. И. Мали, “Численное и экспериментальное моделирование образования волн при сварке взрывом”, *Современные проблемы механики*, Сборник статей. К 80-летию со дня рождения академика Андрея Геннадьевича Куликовского, Тр. МИАН, **281**, МАИК, М., 2013, 16–31; англ. пер.: S. K. Godunov, S. P. Kiselev, I. M. Kulikov, V. I. Mali, “Numerical and experimental simulation of wave formation during explosion welding”, *Proc. Steklov Inst. Math.*, **281** (2013), 12–26.

- [57] С. К. Годунов, И. М. Куликов, “Расчет разрывных решений уравнений гидродинамики с гарантией неубывания энтропии”, *Журн. вычисл. матем. и матем. физ.*, **54**:6 (2014), 1008–1021; англ. пер.: S. K. Godunov, I. M. Kulikov, “Computation of discontinuous solutions of fluid dynamics equations with entropy nondecrease guarantee”, *Comput. Math. Math. Phys.*, **54**:6 (2014), 1012–1024.
- [58] Я. И. Френкель, *Кинетическая теория жидкостей*, 2-е изд., Наука, Л., 1975, 592 с.; англ. пер. 1-го изд.: J. Frenkel, *Kinetic theory of liquids*, Clarendon Press, Oxford, 1946, 488 pp.
- [59] С. К. Годунов, В. В. Денисенко, Н. С. Козин, Н. К. Кузьмина, “Применение релаксационной модели вязкоупругости при расчете одноосных однородных деформаций и уточнении интерполяционных формул максвелловской вязкости”, *ПМТФ*, 1975, № 5, 162–167; англ. пер.: S. K. Godunov, V. V. Denisenko, N. S. Kozin, N. K. Kuz'mina, “Use of relaxation viscoelastic model in calculating uniaxial homogeneous strains and refining the interpolation equations for Maxwellian viscosity”, *J. Appl. Mech. Tech. Phys.*, **16**:5 (1975), 811–814.
- [60] С. К. Годунов, А. А. Дерибас, Н. С. Козин, “Волнообразование при сварке взрывом”, *ПМТФ*, 1971, № 3, 63–72; англ. пер.: S. K. Godunov, A. A. Deribas, N. S. Kozin, “Wave formation in explosive welding”, *J. Appl. Mech. Tech. Phys.*, **12**:3 (1971), 398–406.
- [61] С. К. Годунов, А. А. Дерибас, В. И. Мали, “О влиянии вязкости материала на процесс образования струй при соударениях металлических пластин”, *Физика горения и взрыва*, 1975, № 1, 3–18; англ. пер.: S. K. Godunov, A. A. Deribas, V. I. Mali, “Influence of material viscosity on the jet formation process during collisions of metal plates”, *Combustion, Explosion and Shock Waves*, **11**:1 (1975), 1–13.
- [62] S. K. Godunov, A. A. Deribas, A. V. Zabrodin, N. S. Kozin, “Hydrodynamics effects in colliding solids”, *J. Comput. Phys.*, **5**:3 (1970), 517–539.
- [63] С. К. Годунов, А. А. Дерибас, И. Д. Захаренко, В. И. Мали, “Исследование вязкости металлов при высокоскоростных соударениях”, *Физика горения и взрыва*, 1971, № 1, 135–141; англ. пер.: S. K. Godunov, A. A. Deribas, I. D. Zakharenko, V. I. Mali, “Investigation of the viscosity of metals in high-velocity collisions”, *Combustion, Explosion and Shock Waves*, **7**:1 (1971), 114–118.
- [64] С. К. Годунов, А. Ф. Демчук, Н. С. Козин, В. И. Мали, “Интерполяционные формулы зависимости максвелловской вязкости некоторых металлов от интенсивности касательных напряжений и температур”, *ПМТФ*, 1974, № 4, 114–118; англ. пер.: S. K. Godunov, A. F. Demchuk, N. S. Kozin, V. I. Mali, “Interpolation formulas for Maxwell viscosity of certain metals as a function of shear-strain intensity and temperature”, *J. Appl. Mech. Tech. Phys.*, **15**:4 (1974), 526–529.
- [65] С. К. Годунов, Е. И. Роменский, “Нестационарные уравнения нелинейной теории упругости в эйлеровых координатах”, *ПМТФ*, 1972, № 6, 124–144; англ. пер.: S. K. Godunov, E. I. Romenskii, “Nonstationary equations of nonlinear elasticity theory in Eulerian coordinates”, *J. Appl. Mech. Tech. Phys.*, **13**:6 (1972), 868–884.
- [66] С. К. Годунов, Н. Н. Сергеев-Альбов, “Уравнения линейной теории упругости с точечными максвелловскими источниками релаксации напряжений”, *ПМТФ*, 1977, № 4, 140–152; англ. пер.: S. K. Godunov, N. N. Sergeev-Al'bov, “Equations of the linear theory of elasticity with point Maxwellian sources of stress relaxation”, *J. Appl. Mech. Tech. Phys.*, **18**:4 (1977), 549–561.
- [67] Л. А. Мерзжиевский, А. Д. Реснянский, В. М. Титов, “Прочностные эффекты в обратной кумуляции”, *Докл. АН СССР*, **290**:6 (1986), 1310–1314; англ. пер.: L. A. Merzhievskii, A. D. Resnyanskii, V. M. Titov, “Strength effects in inverted jet formation”, *Soviet Phys. Dokl.*, **31** (1986), 812–814.
- [68] *Fundamentals of shaped charges*, eds. W. P. Walters, J. A. Zukas, John Wiley and Sons, New York, 1989, 398 pp.

- [69] С. К. Годунов, Н. С. Козин, Е. И. Роменский, “Уравнение состояния упругой энергии металлов при нешаровом тензоре деформации”, *ПМТФ*, 1974, № 2, 123–128; англ. пер.: S. K. Godunov, N. S. Kozin, E. I. Romenskii, “Equations of state of the elastic energy of metals in the case of a nonspherical strain tensor”, *J. Appl. Mech. Tech. Phys.*, **15**:2 (1974), 246–250.
- [70] С. К. Годунов, “Галилеево-инвариантная и термодинамически согласованная модель составной изотропной среды”, *ПМТФ*, 2004, № 5, 3–12; англ. пер.: S. K. Godunov, “Galilean-invariant and thermodynamically consistent model of a composite isotropic medium”, *J. Appl. Mech. Tech. Phys.*, **45**:5 (2004), 613–621.
- [71] С. К. Годунов, “Новый вариант термодинамически согласованной модели максвелловской вязкости”, *ПМТФ*, 2004, № 6, 3–13; англ. пер.: S. K. Godunov, “New version of the thermodynamically consistent model of Maxwell viscosity”, *J. Appl. Mech. Tech. Phys.*, **45**:6 (2004), 775–783.
- [72] Д. П. Бабий, С. К. Годунов, В. Т. Жуков, О. Б. Феодоритова, “О разностных аппроксимациях переопределенных гиперболических уравнений классической математической физики”, *Журн. вычисл. матем. и матем. физ.*, **47**:3 (2007), 445–459; англ. пер.: D. P. Babii, S. K. Godunov, V. T. Zhukov, O. B. Feodoritova, “On the difference approximations of overdetermined hyperbolic equations of classical mathematical physics”, *Comput. Math. Math. Phys.*, **47**:3 (2007), 427–441.
- [73] С. К. Годунов, Н. С. Козин, “Структура ударных волн в упруговязкой среде с нелинейной зависимостью максвелловской жидкости от параметров вещества”, *ПМТФ*, 1974, № 5, 101–108; англ. пер.: S. K. Godunov, N. K. Kozin, “Shock structure in a viscoelastic medium with a nonlinear dependence of the Maxwellian viscosity on the parameters of the material”, *J. Appl. Mech. Tech. Phys.*, **15**:5 (1974), 666–671.
- [74] Е. И. Роменский, “Метод расчета двумерных динамических уравнений нелинейной упругопластической среды Максвелла”, Тр. Ин-та матем. СО АН СССР, **18**, Новосибирск, 1990, 83–100.
- [75] *Computational fluid dynamics 2010*, Proceedings of the 6th International Conference on Computational Fluid Dynamics, ICCFD6 (St. Petersburg, Russia, July 12–16, 2010), ed. A. Kuzmin, Springer, Heidelberg, 2011, xxix+954 pp.; <http://elementy.ru/events/429132>.
- [76] С. К. Годунов, С. П. Киселев, И. М. Куликов, В. И. Мали, *Моделирование ударно-волновых процессов в упругопластических материалах на различных (атомный, мезо и термодинамический) структурных уровнях*, Ижевский институт компьютерных исследований, М., Ижевск, 2014, 296 с.; http://www.rfbr.ru/rffi/ru/books/o_1920745.
- [77] И. А. Адамская, С. К. Годунов, “Метод сферических гармоник в задаче о критических параметрах”, *Журн. вычисл. матем. и матем. физ.*, **4**:3 (1964), 473–484; англ. пер.: I. A. Adamskaya, S. K. Godunov, “The method of spherical harmonics in a problem of critical paramaters”, *U.S.S.R. Comput. Math. Math. Phys.*, **4**:3 (1964), 104–120.
- [78] С. К. Годунов, “Метод ортогональной прогонки для решения систем разностных уравнений”, *Журн. вычисл. матем. и матем. физ.*, **2**:6 (1962), 972–982; англ. пер.: S. K. Godunov, “A method of orthogonal successive substitution for the solution of systems of difference equations”, *U.S.S.R. Comput. Math. Math. Phys.*, **2**:6 (1963), 1151–1165.
- [79] С. К. Годунов, Г. П. Прокопов, “Применение метода минимальных итераций для вычисления собственных значений эллиптических операторов”, *Журн. вычисл. матем. и матем. физ.*, **10**:5 (1970), 1180–1190; англ. пер.: S. K. Godunov, G. P. Prokopyov, “A method of minimal iterations for evaluating the eigenvalues of an elliptic operator”, *U.S.S.R. Comput. Math. Math. Phys.*, **10**:5 (1970), 141–154.
- [80] C. C. Paige, *The computation of eigenvalues and eigenvectors of very large sparse matrices*, Ph. D. Thesis, Univ. of London, London, 1971, 161 pp.

- [81] C. C. Paige, "Error analysis of the Lanczos algorithm for tridiagonalizing a symmetric matrix", *J. Inst. Math. Appl.*, **18**:3 (1976), 341–349.
- [82] С. К. Годунов, А. Г. Антонов, О. П. Кирилук, В. И. Костин, *Гарантированная точность решения систем линейных уравнений в евклидовых пространствах*, 2-е изд., Наука, Новосибирск, 1988, 456 с.; англ. пер.: S. K. Godunov, A. G. Antonov, O. P. Kiriljuk, V. I. Kostin, *Guaranteed accuracy in numerical linear algebra*, Math. Appl., **252**, Kluwer Acad. Publ. Group, Dordrecht, 1993, xii+535 pp.
- [83] С. К. Годунов, *Лекции по современным аспектам линейной алгебры*, Науч. кн., Новосибирск, 2002, 202 с.
- [84] С. К. Годунов, "Проблема гарантированной точности в численных методах линейной алгебры", *Proceedings of the International Congress of Mathematicians* (Berkeley, CA, 1986), Amer. Math. Soc., Providence, RI, 1987, 1353–1361; англ. пер.: S. K. Godunov, "The problem of guaranteed precision in numerical methods of linear algebra", Amer. Math. Soc. Transl. Ser. 2, **147**, Amer. Math. Soc., Providence, RI, 1990, 65–73.
- [85] С. К. Годунов, *Современные аспекты линейной алгебры*, Науч. кн., Новосибирск, 1997, 390 с.; англ. пер.: S. K. Godunov, *Modern aspects of linear algebra*, Transl. Math. Monogr., **175**, Amer. Math. Soc., Providence, RI, 1998, xvi+303 pp.
- [86] С. К. Годунов, "Задача о дихотомии спектра матрицы", *Сиб. матем. журн.*, **27**:5 (1986), 24–37; англ. пер.: S. K. Godunov, "Problem of the dichotomy of the spectrum of a matrix", *Sib. Math. J.*, **27**:5 (1986), 649–660.
- [87] А. Я. Булгаков, С. К. Годунов, "Круговая дихотомия матричного спектра", *Сиб. матем. журн.*, **29**:5 (1988), 59–70; англ. пер.: A. Ya. Bulgakov, S. K. Godunov, "Circular dichotomy of the spectrum of a matrix", *Sib. Math. J.*, **29**:5 (1988), 734–744.
- [88] С. К. Годунов, А. Я. Булгаков, "Расчет положительно определенных решений уравнения Ляпунова", *Тр. Ин-та матем. СО АН СССР*, **6**, Новосибирск, 1985, 17–38.
- [89] S. K. Godunov, "Spectral portraits of matrices and criteria of spectrum dichotomy", *Computer arithmetic and enclosure methods* (Oldenburg, 1991), North-Holland, Amsterdam, 1992, 25–35.
- [90] L. N. Trefethen, "Pseudospectra of matrices", *Numerical analysis 1991* (Dundee, 1991), Pitman Res. Notes Math. Ser., **260**, Longman Sci. Tech., Harlow, 1992, 234–266.
- [91] L. N. Trefethen, M. Embree, *Spectra and pseudospectra. The behavior of nonnormal matrices and operators*, Princeton Univ. Press, Princeton, NJ, 2005, xviii+606 pp.
- [92] С. К. Годунов, В. С. Рябенкий, "Спектральные признаки устойчивости краевых задач для несамосопряженных разностных уравнений", *УМН*, **18**:3(111) (1963), 3–14; англ. пер.: S. K. Godunov, V. S. Ryaben'kii, "Spectral stability criteria for boundary-value problems for non-self-adjoint difference equations", *Russian Math. Surveys*, **18**:3 (1965), 1–12.
- [93] S. K. Godunov, M. Sadkane, "Elliptic dichotomy of a matrix spectrum", *Linear Algebra Appl.*, **248** (1996), 205–232.
- [94] А. Я. Булгаков, "Оценка матрицы Грина, непрерывность параметра дихотомии", *Сиб. матем. журн.*, **30**:1 (1989), 178–182; англ. пер.: A. Ya. Bulgakov, "An estimate of the Green matrix, continuity of the dichotomy parameter", *Sib. Math. J.*, **30**:1 (1989), 139–142.
- [95] S. K. Godunov, M. Sadkane, "Spectral analysis of symplectic matrices with application to the theory of parametric resonance", *SIAM J. Matrix Anal. Appl.*, **28**:4 (2006), 1083–1096 (electronic).
- [96] S. K. Godunov, V. B. Kurzin, V. G. Bunkov, M. Sadkane, "Application of a new mathematical tool 'one-dimensional spectral portraits of matrices' to the problem of aeroelastic vibrations of turbine-blade cascades", *Turbomachines: aeroelasticity, aeroacoustics, and unsteady aerodynamics*, Torus Press Ltd., Moscow, 2006, 9–23.

- [97] С. К. Годунов, В. Б. Курзин, В. Г. Буньков, М. Садкейн, “Применение нового математического аппарата ‘одномерные спектральные портреты матриц’ к решению проблемы аэроупругих колебаний решеток лопастей”, *Ученые записки ЦАГИ*, **40**:6 (2009), 3–13.
- [98] С. К. Годунов, В. И. Костин, А. Д. Митченко, “Вычисление собственного вектора симметрической трехдиагональной матрицы”, *Сиб. матем. журн.*, **26**:5 (1985), 71–85; англ. пер.: S. K. Godunov, V. I. Kostin, A. D. Mitchenko, “Computation of an eigenvector of a symmetric tridiagonal matrix”, *Sib. Math. J.*, **26**:5 (1985), 684–696.
- [99] С. К. Годунов, А. Н. Малышев, “О специальном базисе из приближенных собственных векторов с локализованными носителями для изолированного узкого кластера собственных значений симметричной трехдиагональной матрицы”, *Журн. вычисл. матем. и матем. физ.*, **48**:7 (2008), 1156–1166; англ. пер.: S. K. Godunov, A. N. Malyshev, “On a special basis of approximate eigenvectors with local supports for an isolated narrow cluster of eigenvalues of a symmetric tridiagonal matrix”, *Comput. Math. Math. Phys.*, **48**:7 (2008), 1089–1099.
- [100] С. К. Годунов, Ю. М. Нечепуренко, “Оценки для главной и жесткой компонент на основе интегрального критерия качества дихотомии”, *Журн. вычисл. матем. и матем. физ.*, **40**:1 (2000), 35–42; англ. пер.: S. K. Godunov, Yu. M. Nechipurenko, “Bounds for the principal and stiff components based on the integral performance criterion for dichotomy”, *Comput. Math. Math. Phys.*, **40**:1 (2000), 32–39.
- [101] С. К. Годунов, В. С. Рябенский, *Введение в теорию разностных схем*, Физматгиз, М., 1962, 340 с.; англ. пер.: S. K. Godunov, V. S. Ryabenki, *Theory of difference schemes. An introduction*, North-Holland Publishing Co., Amsterdam; Interscience Publishers John Wiley and Sons, New York, 1964, 289 pp.
- [102] С. К. Годунов, В. С. Рябенский, *Разностные схемы. Введение в теорию*, Учеб. пособие для студентов ун-тов и вузов, 2-е изд., перераб. и доп., Наука, М., 1977, 439 с.; англ. пер. 1-го изд.: S. K. Godunov, V. S. Ryaben’kii, *Difference schemes. An introduction to the underlying theory*, Stud. Math. Appl., **19**, North-Holland Publishing Co., Amsterdam, 1987, xviii+489 pp.
- [103] П. П. Белинский, С. К. Годунов, Ю. Б. Иванов, И. К. Яненко, “Применение одного класса квазиконформных отображений для построения разностных сеток в областях с криволинейными границами”, *Журн. вычисл. матем. и матем. физ.*, **15**:6 (1975), 1499–1511; англ. пер.: P. P. Belinskii, S. K. Godunov, J. B. Ivanov, I. K. Yanenko, “The use of a class of quasiconformal mappings to construct difference nets in domains with curvilinear boundaries”, *U.S.S.R. Comput. Math. Math. Phys.*, **15**:6 (1975), 133–144.
- [104] С. К. Годунов, Е. И. Роменский, Г. А. Чумаков, “Построение разностных сеток в сложных областях с помощью квазиконформных отображений”, *Тр. Ин-та матем. СО АН СССР*, **18**, Новосибирск, 1990, 75–83.
- [105] С. К. Годунов, В. М. Гордиенко, Г. А. Чумаков, “Квазиизометрическая параметризация криволинейного четырехугольника и метрика постоянной кривизны”, *Тр. Ин-та матем. СО РАН*, **26**, Новосибирск, 1994, 3–19; англ. пер.: S. K. Godunov, V. M. Gordienko, G. A. Chumakov, “Quasi-isometric parametrization of a curvilinear quadrangle and a metric of constant curvature”, *Sib. Adv. Math.*, **5**:2 (1995), 48–67.
- [106] S. K. Godunov, V. M. Gordienko, G. A. Chumakov, “Variational principle for 2-D regular quasi-isometric grid generation”, *Int. J. Comput. Fluid Dyn.*, **5**:1-2 (1995), 99–118.
- [107] S. K. Godunov, O. B. Feodoritova, V. T. Zhukov, “On one class of quasi-isometric grids”, *Advances in grid generation*, Nova Sci. Publ., New York, 2007, 53–69.
- [108] *Годунов Сергей Константинович: библиографический указатель*, Сост. М. Л. Коноводченко, 2-е изд., перераб. и доп., ред. В. Н. Бельх, Изд-во Ин-та матем., Новосибирск, 2009, 77 с.

- [109] О. Крайс, “Смешанная задача для гиперболических систем”, Математика. Сб. пер., **14**, №4, Мир, М., 1970, 98–115; пер. с англ.: Н.-О. Kreiss, “Initial boundary value problems for hyperbolic systems”, *Commun. Pure Appl. Math.*, **23** (1970), 277–298.
- [110] Р. Сакамото, “Смешанные задачи для гиперболических уравнений. I, II”, Математика. Сб. пер., **16**, №1, Мир, М., 1972, 62–100; пер. с англ.: R. Sakamoto, “Mixed problems for hyperbolic equations. I, II”, *J. Math. Kyoto Univ.*, **10** (1970), 349–373, 403–417.
- [111] С. К. Годунов, *Уравнения математической физики*, Учеб. пособие для ун-тов, Наука, М., 1971, 416 с.; фр. пер.: S. Godounov, *Équations de la physique mathématique*, Mir, Moscou, 1973, 452 pp.; исп. пер.: S. K. Godunov, *Ecuaciones de la física matemática*, Mir, Moscú, 1978, 478 pp.; польск. пер.: S. K. Godunow, *Równania fizyki matematycznej*, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa, 1975, 467 pp.
- [112] С. К. Годунов, *Уравнения математической физики*, Учеб. пособие для ун-тов, 2-е изд., испр. и доп., Наука, М., 1979, 391 с.
- [113] С. К. Годунов, В. М. Гордиенко, “Смешанная задача для волнового уравнения”, *Дифференциальные уравнения с частными производными*, Тр. семинара С. Л. Соболева, **2**, Изд-во Ин-та матем. СО АН СССР, Новосибирск, 1977, 5–31.
- [114] С. К. Годунов, “Смешанная задача для гиперболических систем уравнений”, *Нелинейные волны деформации*, т. 1, Материалы симпозиума, Ин-т кибернетики АН ЭССР, Таллин, 1978, 39–48.
- [115] С. К. Годунов, В. И. Костин, “Приведение гиперболического уравнения к симметрической гиперболической системе в случае двух пространственных переменных”, *Сиб. матем. журн.*, **21**:6 (1980), 3–20; англ. пер.: S. K. Godunov, V. I. Kostin, “Reduction of a hyperbolic equation to a symmetric hyperbolic system in the case of two space variables”, *Sib. Math. J.*, **21**:6 (1980), 755–768.
- [116] С. К. Годунов, “Интегралы энергии уравнений гиперболических по Петровскому”, *Comment. Math. Univ. Carolin.*, **26**:1 (1985), 41–74.
- [117] А. М. Блохин, *Интегралы энергии в задаче об устойчивости ударной волны*, Изд-во Ин-та матем. СО АН СССР, Новосибирск, 1982, 176 с.
- [118] V. M. Gordienko, “Un problème mixte pour l'équation vectorielle des ondes: cas de dissipation de l'énergie; cas mal posés”, *C. R. Acad. Sci. Paris Sér. A-B*, **288**:10 (1979), A547–A550.
- [119] В. М. Гордиенко, “Симметризация смешанной задачи для гиперболического уравнения второго порядка с двумя пространственными переменными”, *Сиб. матем. журн.*, **22**:2 (1981), 84–104; англ. пер.: V. M. Gordienko, “Symmetrization of a mixed problem for a hyperbolic equation of second order with two spatial variables”, *Sib. Math. J.*, **22**:2 (1981), 231–248.
- [120] Н. Г. Марчук, “О существовании решений смешанной задачи для векторного волнового уравнения”, *Докл. АН СССР*, **252**:3 (1980), 546–550; англ. пер.: N. G. Marchuk, “On the existence of solutions of a mixed problem for the vector wave equation”, *Soviet Math. Dokl.*, **21**:3 (1980), 785–788.
- [121] С. К. Годунов, “Гарантированная точность в несимметричных спектральных задачах”, Дополнение в кн.: А. Н. Малышев, *Введение в вычислительную линейную алгебру. С приложением алгоритмов на ФОРТРАНе*, Наука, Новосибирск, 1991, 204–223.
- [122] С. К. Годунов, *Обыкновенные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами*, т. 1: *Краевые задачи*, Учеб. пособие, Изд-во НГУ, Новосибирск, 1994, 264 с.; англ. пер.: S. K. Godunov, *Ordinary differential equations with constant coefficients*, Transl. Math. Monogr., **169**, Amer. Math. Soc., Providence, RI, 1997, x+282 pp.