Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

В. М. Бухштабер, С. М. Гусейн-Заде, М. Э. Казарян,
В. В. Козлов, С. К. Ландо, С. П. Новиков, Д. О. Орлов,
А. Г. Хованский, Виктор Анатольевич Васильев (к ше-
стидесятилетию со дня рождения), *УМН*, 2016, том 71,
выпуск 6, 167–171

DOI: <https://doi.org/10.4213/rm9753>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru под-
разумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 34.229.45.116

26 апреля 2023 г., 08:02:22

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЖИЗНЬ

Виктор Анатольевич Васильев

(к шестидесятилетию со дня рождения)

Формула Архимеда дает полиномиальное выражение для объема части шара, отсекаемой от него плоскостью, через расстояние этой плоскости до центра шара. С помощью аффинных преобразований эту формулу несложно распространить на объемы частей эллипсоидов. Более того, она без особого труда распространяется на объемы секторов эллипсоидов в произвольных нечетномерных пространствах.

С другой стороны, лемма 28 в великом труде Исаака Ньютона *Principia Mathematica* (1687 г.), из которого выросла вся современная математика, говорит, что на плоскости нет фигур, обладающих подобным свойством: *для всякой выпуклой ограниченной фигуры с бесконечно гладкой границей площадь ее части, отсекаемой прямой, не может быть алгебраической функцией от координат этой прямой*. В 2015 г. в “Бюллетене Лондонского математического общества” появилась статья Виктора Анатольевича Васильева, в которой содержится доказательство далекого обобщения леммы Ньютона:

объем отсекаемой гиперплоскостью части тела (не обязательно выпуклого) в четномерном пространстве, ограниченного бесконечно гладкой гиперповерхностью, не может быть алгебраической функцией координат гиперплоскости. Этот результат обобщает не только исходное утверждение Ньютона, но и теоремы 2002 г. самого Васильева относительно объемов отсекаемых частей выпуклых тел с гладкой границей в четномерном пространстве и не обязательно выпуклых областей на плоскости.

Из результатов статьи В. А. Васильева 2015 г. не следует, что задача об алгебраичности функции объема отсекаемой части тела с гладкой границей исследована полностью. Так, открытым остается вопрос о том, существуют ли в нечетномерных пространствах тела с гладкой границей, отличные от эллипсоидов, для которых объем отсекаемой гиперплоскостью части является алгебраической функцией координат гиперплоскости. Однако нет сомнений в том, что работы В. А. Васильева полностью объясняют характер исходных рассуждений Ньютона и топологическую природу его — безусловно, революционного на момент написания *Principia* — доказательства.

В работах Васильева, посвященных задаче Ньютона, проявились многие характерные черты математического творчества Виктора Анатольевича. Это и способность

обдумывать одну задачу в течение десятилетий, добиваясь окончательного ответа, и умение сочетать классическую постановку вопроса с современными подходами к его решению, и глубокое освоение огромных пластов накопленного за века математического знания.

Виктор Анатольевич Васильев родился в Москве 10 апреля 1956 г. Его отец Анатолий Михайлович Васильев (1923–1987) был профессором механико-математического факультета МГУ, специалистом в области дифференциальной геометрии. Мать Майя Владимировна, кандидат физико-математических наук, в течение многих лет преподавала математику в московских вузах. Так что несмотря на то, что Виктор не обучался систематически в специализированных математических классах, насыщенность семейной атмосферы математическими занятиями создавала несомненные предпосылки для формирования будущего исследователя. В своем интервью Наталье Деминой в 2012 г. он говорил: “Ученым я стал, потому что родители были учеными. Я смотрел на них, и получил представление о том, что наука – такая вещь, на которую не жалко жизнь потратить”.¹

Математическая жизнь В. А. Васильева, при всей ее видимой успешности (кандидат наук – в 26 лет, лауреат премии Московского математического общества для молодых математиков – в 29, доктор физико-математических наук – в 36, приглашенный пленарный докладчик на Международном конгрессе математиков в Цюрихе – в 38 лет, член-корреспондент РАН – в 41 год и почти без задержки – через 5 лет – академик), лишена соревновательного начала. Пожалуй, никогда он не выбирал себе задачи лишь по причине их популярности и востребованности в профессиональной среде, никогда не участвовал в гонке за получением первого решения той или иной классической проблемы. Он не добивался ярких успехов в школьных олимпиадах или математических кружках, не входил в круг победителей престижных интеллектуальных соревнований. Почти 40 лет его жизни связаны со знаменитым семинаром Владимира Игоревича Арнольда на механико-математическом факультете МГУ: первокурсником пришел Виктор Анатольевич к Арнольду, а после смерти учителя стал одним из руководителей семинара.

С самого начала своей профессиональной деятельности В. А. Васильев придерживался классического – который многие сегодня склонны считать устаревшим – книжного восприятия науки. Для него не существует задач вне общего математического контекста, а этот общий контекст требует для своего полноценного отражения книжного формата. Так, его монография [1], посвященная лагранжевым и лежандровым характеристическим классам, издана нью-йоркским издательством *Gordon and Breach Science Publishers* в 1988 г., до его первых публикаций по этой теме в – как сейчас выражаются – рецензируемых журналах. В 1990-е годы и в начале 2000-х его монографии выходили одна за другой, и именно развиваемые в них общие подходы давали в руки ему – и многим другим – инструменты для решения конкретных задач.

Разнообразие глубоких результатов, полученных В. А. Васильевым в конце 1980-х годов, поражает воображение профессионалов, знающих, насколько трудно достичь заметных продвижений даже в одном из многих направлений, которыми он тогда занимался. В это время принесли плоды усилия, предпринятые Виктором Анатольевичем на старших курсах университета и в аспирантуре, по освоению различных областей математики. Оттуда, от его учителя Владимира Игоревича Арнольда, растут выработанные им для себя принципы: “Знать надо все! И Арнольд, и Гельфанд учились у Колмогорова – тоже универсалиста. Надо стремиться к тому, чтобы знать все. Таким людям, как Арнольд, это почти удавалось. ... прогресс в науке движется очень быстро тогда, когда люди знают много разных вещей. Стремление к специализации очень вредно”.²

¹<http://www.polit.ru/article/2012/04/19/vasiliev2/>

²<http://polit.ru/article/2012/04/11/vasiliev1/>

Вот неполный список результатов, полученных В. А. Васильевым во второй половине 1980-х – первой половине 1990-х годов.

- В. А. Васильев построил абстрактные комплексы особенностей и мультиособенностей (обычно называемые *комплексами Васильева*) волновых фронтов и каустик, которые порождают характеристические классы лагранжевых и лежандровых многообразий. Эти многообразия используются для описания процессов движения. Изобретенные В. А. Васильевым характеристические классы позволяют доказать многочисленные ограничения на сосуществование и количество особых точек различных типов на таких многообразиях, что, в свою очередь, накладывает ограничения на изучаемые процессы движения.

Впоследствии эти результаты получили развитие в работах М. Э. Казаряна, который обнаружил далекие обобщения этих результатов и яркие приложения техники Васильева к задачам алгебраической геометрии, дифференциальной и симплектической топологии. Разработанный в результате универсальный подход к перечислительным задачам алгебраической геометрии позволил решить целый ряд широко известных задач, для которых раньше были известны лишь частичные решения, несмотря на усилия многих выдающихся математиков на протяжении всего двадцатого века.

- В. А. Васильев доказал, что резкость (т. е. регулярность фундаментальных решений) в точках волновых фронтов почти всех гиперболических операторов эквивалентна локальному топологическому условию Петровского (которое, анализируя результаты И. Г. Петровского, ввели в 1973 г. М. Атья, Р. Ботт и Л. Гординг), и показал, что для очень вырожденных фронтов эквивалентность нарушается. Он свел проверку условия Петровского к вычислению стандартных характеристик особенностей функций и нашел все локальные лакуны (области резкости), близкие к простым особенностям (типов A_k, D_k, E_k) волновых фронтов; в частности, сюда попадают все точки, близкие к общим фронтам в $\mathbb{R}^n$, $n \leq 7$. Эти результаты полностью изложены в монографии [3].

- Теория сложности вычислений позволяет оценить трудоемкость решения вычислительных задач, измеряемую временем, затрачиваемым на их решение компьютерными программами. Верхние оценки сложности обычно можно получить, анализируя конкретные алгоритмы, тогда как получение разумных нижних оценок представляется, как правило, гораздо более сложной задачей. В. А. Васильев получил точные верхние и нижние асимптотические оценки на топологическую сложность (количество ветвлений) алгоритмов, приближенно решающих полиномиальные уравнения одного комплексного переменного, дав тем самым ответ на вопрос, поставленный С. Смейлом; в 1992 г. он распространил эти результаты на случай полиномиальных уравнений многих комплексных переменных. Оказалось, что во всех практически значимых случаях топологическая сложность пропорциональна размерности пространства, в котором заданы уравнения.

- В. А. Васильев разработал “стратифицированный” вариант теории Пикара–Лефшеца для гомологий многообразий с особенностями [5], в том числе для гомологий Горески–Макферсона; осуществил вычисление стабильного гомотопического типа дополнений к наборам плоскостей в $\mathbb{R}^n$, обобщающее формулу Горески–Макферсона для гомологий таких дополнений.

- В. А. Васильев построил, совместно с И. М. Гельфандом и А. В. Зелевинским, теорию обобщенных гипергеометрических функций.

Приносящая Виктору Анатольевичу мировую известность теория инвариантов узлов конечного порядка является для него лишь одним из приложений осуществленного им гораздо более широкого исследования дискриминантов в функциональных пространствах [2]. Следуя Арнольду, он описывает топологию пространства невырожденных гладких отображений в терминах комбинаторики дискриминанта – состоящего из особых отображений дополнения к пространству невырожденных отображений в пространстве всех отображений. В случае, когда пространство всех отображений имеет простую топологию (а это обычно так и бывает), топологии любого его подмножества и дополнения к этому подмножеству тесно связаны друг с другом. Как следствие, разрабатываемые В. А. Васильевым инструменты порождаются самой задачей и носят изначально алгоритмический характер, позволяя строить новые инварианты. Этот подход применим и был применен не только к узлам в трехмерной сфере, но и к зацеплениям и узлам в произвольных трехмерных многообразиях. Он позволяет вычислять и высшие когомологии конечного порядка (*когомологии Васильева*) пространств отображений. За последнюю четверть века в этом направлении как самим В. А. Васильевым, так и его последователями был получен целый ряд важнейших результатов. К совершенно неожиданным последствиям стоит отнести исследование методами теории инвариантов конечного порядка текстильных структур.

Подобно своему учителю В. И. Арнольду, Виктор Анатольевич не любитель писать совместные тексты. Среди более чем 120 его научных работ по меньшей мере две трети написаны им в одиночку, и он с гордостью несет полную ответственность за них. Вообще, все, кто знаком с Виктором Анатольевичем лично, знают его как человека редкостной ответственности. Многочисленные обязанности, как взятые им на себя, так и возложенные на него, – будь то участие в журнальной редколлегии, руководство Экспертным советом ВАК по математике, президентство в Московском математическом обществе или представление России в Международном союзе математиков – похоже, воспринимаются им как естественное возвращение долгов тем, кто когда-то научил его математике. Однако и на этом фоне эпопея с анализом школьных учебников математики выделяется своей масштабностью и влиянием, которое она оказала на состояние российского школьного математического образования.

Изменение государственного строя в России повлекло за собой многочисленные перемены в повседневной жизни. Среди этих перемен – открывшаяся школам и учителям возможность использовать различные, не скованные единым жестким стандартом учебники. Неизбежным следствием открывшейся свободы стал приход в школу откровенно неграмотных, хотя зачастую по различным причинам востребованных изданий. Когда государственные структуры осознали глубину возникших проблем, была предпринята попытка поставить на пути халтуры заслон в виде экспертизы двух академий – Российской академии наук и Российской академии образования. Отделение математики РАН в 2005 г. предложило В. А. Васильеву возглавить математическую подкомиссию Комиссии РАН по экспертизе школьных учебников. В течение почти 10 лет сотни учебников от десятков российских издательств проходили ежегодно через его руки, и ни один из них не получал вождельного грифа, если Виктор Анатольевич не убеждался в корректности всех сформулированных там утверждений, осмысленности приведенных задач и правильности их решений. Можно с уверенностью утверждать, что без этой работы уровень обучения математике российских школьников уже сейчас скатился бы к среднемировому.

Имея за плечами огромный багаж выполненных исследований и различных административных дел, Виктор Анатольевич Васильев находится сейчас в расцвете творческих сил. Он определяет характер преподавания топологии на матфаке Высшей школы экономики, где заведует базовой кафедрой Математического института

В. А. Стеклова РАН, читает лекционные курсы, руководит научной работой студентов и аспирантов. Сильные студенты-математики всего мира учатся топологии по его учебнику [4], а школьники и студенты младших курсов со всей России имеют возможность знакомиться с его взглядами на современные проблемы математики на летней школе “Современная математика” в Дубне³.

*В. М. Бухштабер, С. М. Гусейн-заде, М. Э. Казарян, В. В. Козлов,
С. К. Ландо, С. П. Новиков, Д. О. Орлов, А. Г. Хованский*

Список цитированных работ В. А. Васильева

- [1] *Lagrange and Legendre characteristic classes*, Adv. Stud. Contemp. Math., **3**, Gordon and Breach Science Publishers, New York, 1988, x+268 pp.; рус. пер.: *Лагранжесвы и лежандровы характеристические классы*, Новые математические дисциплины, МЦНМО, М., 2000, 312 с.
- [2] *Complements of discriminants of smooth maps: topology and applications*, Transl. Math. Monogr., **98**, Amer. Math. Soc., Providence, RI, 1992, vi+208 pp.; рус. пер.: *Топология дополнений к дискриминантам*, Библиотека математика, **3**, Фазис, М., 1997, 536 с.
- [3] *Ramified integrals, singularities and lacunas*, Math. Appl., **315**, Kluwer Academic Publishers Group, Dordrecht, 1995, xviii+289 pp.; рус. пер.: *Ветвящиеся интегралы*, МЦНМО, М., 2000, 432 с.
- [4] *Введение в топологию*, Библиотека студента-математика, **3**, ФАЗИС, М., 1997, xii+127 с.; англ. пер.: *Introduction to topology*, Stud. Math. Libr., **14**, Amer. Math. Soc., Providence, RI, 2001, xiv+149 pp.
- [5] *Applied Picard–Lefschetz theory*, Math. Surveys Monogr., **97**, Amer. Math. Soc., Providence, RI, 2002, xii+324 pp.

³<http://www.mccme.ru/dubna/2016/courses/vassiliev.html>