Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

Л. А. Бокуть, Е. И. Зельманов, П. Зусманович, В. Г. Кац,
Л. Г. Макар-Лиманов, Ю. И. Манин, С. П. Новиков,
А. Н. Паршин, В. П. Платонов, И. А. Тайманов,
У. У. Умирбаев, И. П. Шестаков, Аскар Серкулович
Джумадильдаев (к шестидесятилетию со дня рождения), *УМН*, 2017, том 72, выпуск 4, 199–202

DOI: <https://doi.org/10.4213/rm9782>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 34.229.45.116

26 апреля 2023 г., 16:00:50

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЖИЗНЬ

Аскар Серкулович Джумадильдаев

(к шестидесятилетию со дня рождения)

А. С. Джумадильдаев, академик Национальной академии наук Республики Казахстан, профессор, доктор физико-математических наук, родился 25 февраля 1956 г. на станции Чиили Кзыл-Ординской области. Его прадед Шон был человеком знатным, служил волостным. Имел большой высокий дом, что было необычно для тех мест, фактически держал караван-сарай. Во время коллективизации все имущество было конфисковано и дети Шона были репрессированы. Один из его сыновей – Джумадильда – чудом спасся, покинув дом за день до ареста, и вместе с детьми бежал в Узбекистан. После смерти Сталина возвратились в родной аул. Отец Аскара – Серкул – окончил четыре класса. Дед по материнской линии Усен сорок лет проработал путевым обходчиком на железной дороге и был награжден орденом Ленина. Суровый климат 27-го разъезда, где он жил, соответствовал исконному названию “Боройнак” (“Волчье логово”). Там не было школ, поэтому мать Кульшат осталась неграмотной. Связь с внешним миром осуществлялась через проходящие поезда. Жизнь путевого обходчика, подобная жизни на Боройнаке, прекрасно изображена в романе Чингиза Айтматова “Буранный полустанок”. Хотя родители не получили образования, в семье царил культ знаний. Дед поощрял страсть Аскара к книгам. Аскар увлекался поэзией, историей и писал статьи в “Казахстан пионери”. В 6-м классе он попал в Кзыл-Орду на областную олимпиаду по математике. В то время с областных олимпиад победители сразу попадали на всесоюзную олимпиаду. Недельная поездка на поезде из Чиили в Киев через Москву произвела на Аскара сильное впечатление. В Москве он увидел, что книги бывают не только художественные, но и посвященные математике. Он накупил много книг по математике и решил, что математика – достойное занятие, раз позволяет попадать в большие города и покупать интересные книги.

В 1972 г. Аскар подал документы на механико-математический факультет МГУ. Как выпускнику национальной школы, ему было разрешено писать изложение вместо сочинения. Изложение писали по отрывку из романа “Война и мир”. Попытка писать в стиле Толстого привела к краху – экзамен по русскому языку он завалил.

По дороге в приемную комиссию, находившуюся на 12-м этаже, в лифте он встретил человека, которого видел на различных олимпиадах. Тот тоже узнал в пареньке победителя олимпиад, а узнав причину его грусти, посоветовал подать апелляцию и помог написать заявление. Произошло чудо: из десятков поданных заявлений поддержано было и его. Аскар сделал два вывода: 1) если ты не Лев Николаевич, не пиши сложносочиненными предложениями; 2) следуй совету Аль-Хорезми: минусы старайся превратить в плюсы, недостатки – в преимущества.

Лекции по высшей алгебре читал А. И. Кострикин. Из его лекций Аскар понял, что самый комфортный для него объект – поле характеристики $p > 0$, особенно поле характеристики 2, где не надо следить за знаками. Слабое знание русского языка, согласно правилу 2), он превратил в сильное оружие. Он конспектировал лекции дважды: сначала в аудитории, а потом дома – переписывая их со словарем. Таким способом он, в частности, преодолел страх перед историей КПСС. Предмет, бывший грозой советских студентов, приучил его к чтению трудов классиков – как основоположников диалектического материализма, так и классиков русской литературы и математики.

В 1981 г. в Математическом институте им. В. А. Стеклова А. С. Джумадильдаев защитил кандидатскую диссертацию (научный руководитель – А. И. Кострикин), а в 1988 г. в Ленинградском отделении института – докторскую. Диссертации были посвящены когомологиям алгебр Ли положительной характеристики. Научные интересы Аскара Серкуловича разнообразны – теория алгебр Ли, теория неассоциативных алгебр и комбинаторика. Остановимся на некоторых результатах.

Когомологии и расширения. В основе теории алгебр Ли над полем нулевой характеристики лежит теорема Леви–Мальцева об отщепляемости радикала. Она, в свою очередь, следует из леммы Уайтхеда, которая гласит, что когомологии полупростых алгебр Ли с коэффициентами в неприводимом модуле тривиальны, если модуль нетривиален. В случае характеристики $p > 0$ лемма Уайтхеда неверна. Джекобсон доказал, что любая модулярная алгебра Ли имеет неразложимый модуль. Селигман высказал гипотезу о том, что для любого $0 \leq k \leq n$ любая модулярная алгебра Ли размерности n имеет модуль с нетривиальной k -когомологией. А. С. Джумадильдаев доказал гипотезу Селигмана. А именно, он установил [1], [2], что для любой конечномерной алгебры Ли характеристики $p > 0$:

- (а) существует модуль с нетривиальными когомологиями;
- (б) неприводимый модуль с ненулевыми когомологиями является ограниченным; число таких модулей конечно;
- (с) для любого коцикла со значениями в конечномерном модуле существует конечномерное расширение этого модуля, в котором коцикл становится кограницей.

Эти результаты в одномерном и двумерном случаях дают следующие модулярные аналоги теорем Леви–Мальцева:

- (i) любая конечномерная алгебра Ли характеристики p обладает нерасщепляемым расширением;
- (ii) число таких расширений с помощью неприводимых модулей конечно;
- (iii) любое нерасщепляемое расширение с помощью разрешимого идеала эквивалентно подрасширению расщепляемого расширения; любой модуль эквивалентен подмодулю (фактормодулю) некоторого неразложимого модуля.

А. С. Джумадильдаев заметил, что эти результаты имеют бесконечномерные аналоги в случае характеристики 0. В качестве приложения он построил все центральные расширения алгебр Ли картановских типов и алгебр Ли псевдодифференциальных

операторов. Он также вычислил нерасщепляемые расширения алгебр Ли картановских типов с помощью неприводимых модулей [3]–[5]. В работе [6] он развил теорию когомологий правосимметрических алгебр.

Обобщенные коммутаторы и тождества. Для многообразия алгебр $\mathcal{C}$ рассмотрим класс $\mathcal{C}^{(q)}$, состоящий из алгебр многообразия $\mathcal{C}$ с умножением, заданным q -коммутатором: $a \circ_q b = a \circ b + q b \circ a$. Оказывается, что при $q^2 \neq 1$ класс $\mathcal{C}^{(q)}$ также является многообразием; более того, многообразия $\mathcal{C}$ и $\mathcal{C}^{(q)}$ изоморфны как категории. Это означает, что с категорной точки зрения интересные классы алгебр вида $\mathcal{C}^{(q)}$ могут возникнуть только при изучении лиевых и йордановых коммутаторов [12].

Более ста лет назад Софус Ли заметил, что композиция векторных полей $X_1 = a_i \partial_i$ и $X_2 = b_j \partial_j$ не обязательно является векторным полем, но их коммутатор

$$[X_1, X_2] = a_i \partial_i (b_j) \partial_j - b_j \partial_j (a_i) \partial_i$$

таким является. Это наблюдение лежит в основе теории алгебр и групп Ли. В работе [10] доказано, что конструкция Ли обобщается и на N -арный случай:

$$[X_1, \dots, X_N] = \sum_{\sigma \in \text{Sym}_N} (\text{sign } \sigma) X_{\sigma(1)} \cdots X_{\sigma(N)} \in \text{Vect}(n),$$

если $N = n^2 + 2n - 2$. Таким образом, установлено, что пространство векторных полей на n -мерном многообразии наряду с коммутатором Ли допускает новые тензорные операции [15], [16].

Алгебры Новикова и их обобщения [7], [8], [14]. Алгебры Новикова определяются тождеством правосимметричности ассоциатора и тождеством левокоммутативности. Основным пример алгебры Новикова – алгебра многочленов относительно умножения $a \circ b = a'b$, где a' – производная. А. С. Джумадиляев начал изучать тождества алгебр многочленов относительно умножений, построенных с помощью операции производных и интегрирования. Он построил ряд новых классов алгебр, обобщающих алгебры Новикова. Выяснилось, что такие алгебры имеют много неэквивалентных тождеств, но, если принять во внимание отношение слабой эквивалентности, картина становится достаточно обозримой и интересной. Например, пространство многочленов относительно умножения, порожденного дифференциальными операторами степени 1, т. е. умножениями вида $a \star b = \alpha a'b + \beta ab'$, порождают три класса алгебр: алгебры Витта ($a \star b = a'b - ab'$), алгебры Новикова ($a \star b = a'b$) и алгебры с умножением $a \star b = (ab)'$. Последняя алгебра удовлетворяет тождеству степени 4:

$$(a \star b) \star (c \star d) - (a \star d) \star (c \star b) = (a, b, c) \star d - (a, d, c) \star b.$$

А. С. Джумадиляев был избран депутатом Верховного Совета Республики Казахстан 12-го (1991–1993) и 13-го (1993–1995) созывов, был избран заместителем председателя комитета по науке и образованию. Одним из пунктов его предвыборной платформы было предложение о создании специального фонда поддержки талантливой молодежи. В рамках программы “Болашақ” (“Будущее”) более десяти тысяч казахстанских студентов получили возможность продолжить образование в престижных зарубежных университетах. А. С. Джумадиляев принимал участие в принятии исторических решений парламента, таких как закон о независимости Казахстана и первая конституция Республики Казахстан. В 1995–1996 гг. он был стипендиатом фонда Гумбольдта, в 2011 г. получил Государственную премию Республики Казахстан, в 2012 г. – международную премию Аль-Хорезми.

Аскар Серкулович – прекрасный педагог; свой энтузиазм и любовь к математике он передает новым и новым поколениям студентов. По результатам опроса студентов он трижды был избран лучшим профессором Казахско-Британского технического университета.

Мы желаем Аскару Серкуловичу крепкого здоровья, долгих лет жизни и новых свершений.

*Л. А. Бокуть, Е. И. Зельманов, П. А. Зусманович, В. Г. Кац,
Л. Г. Макарыч-Тиманов, Ю. И. Манин, С. П. Новиков, А. Н. Паршин,
В. П. Платонов, И. А. Тайманов, У. У. Умирбаев, И. П. Шестаков*

Избранные публикации А. С. Джумадиляева

- [1] “О когомологиях модулярных алгебр Ли”, *Матем. сб.*, **119(161)**:1(9) (1982), 132–149; англ. пер.: “On the cohomology of modular Lie algebras”, *Math. USSR-Sb.*, **47**:1 (1984), 127–143.
- [2] “Когомологии срезанных коиндуцированных представлений алгебр Ли положительной характеристики”, *Матем. сб.*, **180**:4 (1989), 456–468; англ. пер.: “Cohomology of truncated coinduced representations of Lie algebras of positive characteristic”, *Math. USSR-Sb.*, **66**:2 (1990), 461–473.
- [3] “Центральные расширения бесконечномерных алгебр Ли”, *Функц. анализ и его прил.*, **26**:4 (1992), 21–29; англ. пер.: “Central extensions of infinite-dimensional Lie algebras”, *Funct. Anal. Appl.*, **26**:4 (1992), 247–253.
- [4] “Дифференцирования и центральные расширения алгебры Ли формальных дифференциальных операторов”, *Алгебра и анализ*, **6**:1 (1994), 140–158; англ. пер.: “Derivations and central extensions of the Lie algebra of formal pseudodifferential operators”, *St. Petersburg Math. J.*, **6**:1 (1995), 121–136.
- [5] “Virasoro type Lie algebras and deformations”, *Z. Phys. C*, **72**:3 (1996), 509–517.
- [6] “Cohomologies and deformations of right-symmetric algebras”, *J. Math. Sci. (N. Y.)*, **93**:6 (1999), 836–876.
- [7] “Minimal identities for right-symmetric algebras”, *J. Algebra*, **225**:1 (2000), 201–230.
- [8] “Trees, free right-symmetric algebras, free Novikov algebras and identities”, *Homology Homotopy Appl.*, **4**:2, part 1 (2002), 165–190 (with C. Löfwall).
- [9] “Novikov–Jordan algebras”, *Comm. Algebra*, **30**:11 (2002), 5207–5240.
- [10] “ N -commutators”, *Comment. Math. Helv.*, **79**:3 (2004), 516–553.
- [11] “Алгебры Цинбиля над q -коммутатором”, *Фундамент. и прикл. матем.*, **11**:3 (2005), 57–78; англ. пер.: “Zinbiel algebras under q -commutators”, *J. Math. Sci. (N. Y.)*, **144**:2 (2007), 3909–3925.
- [12] “ q -Leibniz algebras”, *Serdica Math. J.*, **34**:2 (2008), 415–440.
- [13] “Anti-commutative algebras with skew-symmetric identities”, *J. Algebra Appl.*, **8**:2 (2009), 157–180.
- [14] “ S_n - and GL_n -module structures on free Novikov algebras”, *J. Algebra*, **416** (2014), 287–313 (with N. A. Ismailov).
- [15] “ $2p$ -commutator on differential operators of order p ”, *Lett. Math. Phys.*, **104**:7 (2014), 849–869.
- [16] “Path decompositions of digraphs and their applications to Weyl algebra”, *Adv. in Appl. Math.*, **67** (2015), 36–54 (with D. Yeliussizov).