Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

А. М. Асташов, И. В. Асташова, А. В. Бочаров, В. М. Бухштабер, В. А. Васильев, А. М. Вербовецкий, А. М. Вершик, А. П. Веселов, М. М. Виноградов, Л. Витальяно, Р. Ф. Витоло, Ф. Ф. Воронов, В. Г. Кац, И. Косманн-Шварцбах, И. С. Красильщик, И. М. Кричевер, А. П. Крищенко, С. К. Ландо, В. В. Лычагин, М. Марван, В. П. Маслов, А. С. Мищенко, С. П. Новиков, В. Н. Рубцов, А. В. Самохин, А. Б. Сосинский, Дж. Сташеф, Д. Б. Фукс, А. Я. Хелемский, Н. Г. Хорькова, В. Н. Четвериков, А. С. Шварц, Александр Михайлович Виноградов (некролог), *УМН*, 2020, том 75, выпуск 2, 185–190

DOI: <https://doi.org/10.4213/rm9931>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением <http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 52.205.19.152

26 апреля 2023 г., 15:15:10

Александр Михайлович Виноградов

20 сентября 2019 г. ушёл из жизни Александр Михайлович Виноградов, замечательный математик и неординарный человек.

А. М. Виноградов родился 18 февраля 1938 г. в Новороссийске, во время войны был с матерью в эвакуации в Кунгуре (отец служил в армии), затем его родители поселились в подмосковном Кунцеве, которое тогда ещё не было частью Москвы. В 1955 г. он стал студентом механико-математического факультета МГУ, а в 1960-м – аспирантом. После защиты в 1964 г. кандидатской диссертации год преподавал в Московском горном институте, затем по приглашению Н. В. Ефимова, который тогда был деканом, перешёл на кафедру высшей геометрии и топологии мехмата (кафедрой в то время руководил П. С. Александров), где и проработал до своего отъезда в Италию в 1990-м. Доктором физико-математических наук стал в 1984 г. В 1993–2010 гг. был профессором Университета Салерно (Италия).

Ещё будучи студентом второго курса, А. М. Виноградов опубликовал две работы по теории чисел (совместно с Б. Н. Делоне и Д. Б. Фуксом), однако к окончанию университета его интересы меняются: на старших курсах, занимаясь в семинаре А. С. Шварца, и в аспирантуре он начинает изучать алгебраическую топологию. Его кандидатская диссертация, формальным руководителем которой был В. Г. Болтянский, посвящена гомотопическим свойствам пространства вложений окружности в сферу или шар. Одна из первых работ А. М. Виноградова (1958 г.) была посвящена спектральной последовательности Адамса, которая в то время справедливо считалась вершиной алгебраической топологии. В заметке [1] было заявлено решение задачи Ф. Адамса о связи высших когомологических операций с фильтрацией Адамса в стабильных гомотопических группах сфер. На эту заметку Ф. Адамс написал

благожелательный отзыв. Задачами алгебраической и дифференциальной топологии А. М. Виноградов занимался до начала 1970-х годов. Той же проблематике был посвящён и научно-исследовательский семинар, который он стал вести с 1967 г.

Второй и последний раз Александр Михайлович кардинально меняет сферу своей математической деятельности на рубеже 1960–1970-х годов. Вдохновлённый идеями Софуса Ли, он начинает продумывать основы геометрической теории дифференциальных уравнений в частных производных. Ознакомившись с работами Д. Спенсера, Х. Гольдшмидта и Д. Квиллена по формальной разрешимости, обращает своё внимание на её алгебраическую и, в частности, когомологическую составляющую.

В 1972 г. в “Докладах АН СССР” появляется его короткая заметка (публиковать длинные тексты в те годы было непросто) “Алгебра логики теории линейных дифференциальных операторов” [2], в которой были построены, как он это называл, основные функторы дифференциального исчисления в коммутативных алгебрах. На четырёх страничках журнального текста было изящно продемонстрировано, что для определения и изучения фундаментальных свойств таких понятий, как векторное поле, дифференциальная форма, джет (струя), линейный дифференциальный оператор и т. п., достаточно категории модулей над коммутативной алгеброй с единицей, а их геометрические прототипы возникают, если в качестве этой алгебры выбрать алгебру гладких функций на многообразии, а в качестве модулей – пространства сечений векторных расслоений над этим многообразием. Позднее расширенный вариант этой заметки был преобразован в первую главу книги [3] и частично вошёл в [4] (уже относительно недавно модернизированная версия теории была опубликована в [5]), а пример её применения к построению алгебраической модели гамильтоновой механики можно найти в [6].

Здесь уместно заметить, что А. М. Виноградов был естественным “математическим полиглотом”: он легко переходил с языка алгебры на язык дифференциальной геометрии и часто пользовался “словарём” для – иногда вовсе не тривиального – перевода известных в классической дифференциальной геометрии утверждений на язык геометрии бесконечно продолженных уравнений. Такая многоязычность служила для него продуктивным источником содержательных конструкций, определений и утверждений¹. Его всегда привлекала возможность инвариантного, бескоординатного (и, значит, элегантного) изложения, будь то гамильтонова механика [8] или геометрия [9].

Подход Виноградова к нелинейным дифференциальным уравнениям как геометрическим объектам, с общей теорией и приложениями, подробно изложен в монографиях [3] и [10], а также в статьях [11], [12]. Он объединял бесконечно продолженные уравнения в категорию [13], объекты которой называл диффеотопами (англ. *diffiety* – differential variety), а аппарат их изучения – вторичным дифференциальным исчислением (англ. *secondary calculus*)² [14], [15]. Одно из центральных мест в этой теории занимает $\mathcal{C}$ -спектральная последовательность (спектральная последовательность Виноградова), которая была анонсирована в [16], а позднее подробно описана в [17]. Член E_1 этой спектральной последовательности дает единообразный когомологический подход ко многим ранее разрозненным понятиям и утверждениям, включая лагранжев формализм со связями, законы сохранения, косимметрии, теорему Нётер и критерий Гельмгольца в обратной задаче вариационного исчисления (для произвольных нелинейных дифференциальных операторов), позволяя пойти значительно дальше этих классических утверждений. Частным случаем $\mathcal{C}$ -спектральной

¹Например, таким образом он пришёл к понятию дифференциального накрытия [7], которое занимает центральное место в нелокальной геометрии дифференциальных уравнений и оказалось крайне важным для понимания ряда структур, связанных с интегрируемыми системами.

²По аналогии с вторичным квантованием.

последовательности (для “пустого” уравнения, т. е. пространства бесконечных джетов) является так называемый вариационный бикомплекс.

Результаты статьи [16] были впоследствии обобщены в работах Р. Л. Брайанта и П. А. Гриффитса [18] (на языке внешних дифференциальных систем), А. М. Вербовецкого [19] (с использованием горизонтального комплекса де Рама), Т. Цудзиситы [20]. По своей сути идеи, лежащие в основе построения $\mathcal{C}$ -спектральной последовательности, и результаты, естественно вытекающие из этих идей, были первыми шагами к тому, что теперь принято называть кохомологической физикой (см., например, статью Дж. Сташефа [21]).

К этой же области относятся важные работы [22] и [23]. В первой из них А. М. Виноградов ввел конструкцию новой скобки на градуированной алгебре линейных преобразований коцепного комплекса. Скобка Виноградова (которую он назвал L -коммутатором) кососимметрична и удовлетворяет тождеству Якоби с точностью до кограницы. Конструкция Виноградова превосходила общее понятие производной скобки на дифференциальной алгебре Лодэ (или алгебре Лейбница), введенной И. Косманн-Шварцбах в 1996 г., см. [24]. Скобка Виноградова есть кососимметричная версия производной скобки, построенной по оператору кограницы. Производные скобки и их обобщения играют чрезвычайно важную роль в современных приложениях гомотопических алгебр Ли, алгеброидов Ли и т. п., и работа А. М. Виноградова [22] – одна из пионерских работ в этом направлении.

А. М. Виноградов, в частности, показал, что классические скобки Схоутена (на поливекторных полях) и Нийенхейса (на векторных полях с коэффициентами в дифференциальных формах) являются ограничениями его скобки на соответствующие подалгебры супердифференциальных операторов на внешней алгебре форм. В последующей работе [23], совместной с А. Кабрас, он применил эти результаты к пуассоновой геометрии. В этой статье были построены новые примеры дифференциально-геометрических производных скобок.

В современных приложениях возникают обобщения (супер)алгебр Ли с “высшими скобками” (т. е. содержащими $n > 2$ аргументов). Помимо сильно-гомотопических алгебр Ли (или L_∞ -алгебр) Лады и Сташефа таковы “алгебры Филиппова”. Анализ и сопоставлению этих структур были посвящены работы [25]–[27], написанные А. М. Виноградовым с соавторами.

Следует отметить, что научные интересы Александра Михайловича всегда очень сильно мотивировались сложными и важными проблемами современной физики – от динамики звуковых пучков [28] до уравнений магнитогидродинамики (так называемых уравнений Кадомцева–Погутце, используемых в теории устойчивости высокотемпературной плазмы в токамаках) [29]. Математическому осмыслению фундаментального физического понятия наблюдаемой уделено много внимания в книге [4], написанной А. М. Виноградовым в соавторстве с участниками его семинара и вышедшей под псевдонимом Джет Неструев.

Чем бы ни занимался А. М. Виноградов – геометрией уравнений, скобками Схоутена и Нийенхейса [22], [23], математическими вопросами теории гравитации [30]–[32], n -арными обобщениями алгебр Ли [25]–[27] или структурным анализом последних [33], [34], – все его работы объединяет неортодоксальность подхода, глубина и нетривиальность результатов. Его печатное наследие составляют более сотни статей и десять монографий.

Научная деятельность А. М. Виноградова не ограничивалась кабинетной работой. В течение многих лет он вёл научно-исследовательский семинар на мехмате МГУ, состоявший из двух частей, математической и физической, и ставший заметным явлением московской математической жизни 1960–1980-х годов. Он воспитал плеяду учеников (в России, Италии, Швейцарии, Польше), 19 из них защитили кандидатские диссертации, 6 стали докторами наук и один – членом-корреспондентом РАН. По его

инициативе и под его руководством в Италии, России и Польше проходили диффеотопические школы (Diffiety Schools). Александр Михайлович был душой серии камерных конференций “Современная геометрия” (Current Geometry), проводившихся в Италии с 2000 по 2010 г., а также представительной московской конференции “Вторичное дифференциальное исчисление и когомологическая физика” (Secondary Calculus and Cohomological Physics, 1997), труды которой были опубликованы в [15].

Он был одним из инициаторов и активным участником создания Международного института математической физики им. Э. Шрёдингера в Вене (ESI), а также журнала Journal of Differential Geometry and its Applications, членом редколлегии которого состоял до последних дней. В 1985 г. А. М. Виноградов создал лабораторию в Институте программных систем в Переславле-Залеском и был её научным руководителем до своего отъезда в Италию. В лаборатории исследовались различные аспекты геометрии дифференциальных уравнений. Он читал лекции ребятам, которых не приняли на мехмат из-за их еврейского происхождения (Александр Михайлович называл это “университетом дружбы народов”).

Он был разносторонним человеком – играл на скрипке, писал стихи на итальянском, выступал за сборную мехмата по водному поло, был азартным футболистом. Но главным для него была, безусловно, математика.

Александр Михайлович продолжает жить в своих работах, в памяти учеников, родных и друзей.

А. М. Асташов, И. В. Асташова, А. В. Бочаров,
В. М. Бухитабер, В. А. Васильев, А. М. Вербовецкий,
А. М. Вершик, А. П. Веселов, М. М. Виноградов,
Л. Витальяно, Р. Ф. Витоло, Ф. Ф. Воронов, В. Г. Кац,
И. Косманн-Шварцбах, И. С. Красильщик, И. М. Кричевер,
А. П. Крищенко, С. К. Ландо, В. В. Лычагин, М. Марван,
В. П. Маслов, А. С. Мищенко, С. П. Новиков, В. Н. Рубцов,
А. В. Самохин, А. Б. Сосинский, Дж. Статшеф, Д. Б. Фукс,
А. Я. Хелемский, Н. Г. Хорькова, В. Н. Четвериков, А. С. Шварц

Список литературы

- [1] А. М. Виноградов, “О спектральной последовательности Адамса”, *Докл. АН СССР*, **133**:5 (1960), 999–1002; англ. пер.: А. М. Vinogradov, “On Adams’ spectral sequence”, *Soviet Math. Dokl.*, **1** (1960), 910–913.
- [2] А. М. Виноградов, “Алгебра логики линейных дифференциальных операторов”, *Докл. АН СССР*, **205**:5 (1972), 1025–1028; англ. пер.: А. М. Vinogradov, “The logic algebra for the theory of linear differential operators”, *Soviet Math. Dokl.*, **13** (1960), 1058–1062.
- [3] А. М. Виноградов, И. С. Красильщик, В. В. Лычагин, *Введение в геометрию нелинейных дифференциальных уравнений*, Наука, М., 1986, 336 с.
- [4] Дж. Неструев, *Гладкие многообразия и наблюдаемые*, МЦНМО, М., 2000, 300 с.; англ. пер.: J. Nestruev, *Smooth manifolds and observables*, Grad. Texts in Math., **220**, Springer-Verlag, New York, 2003, xiv+222 pp.
- [5] А. М. Vinogradov, “Logic of differential calculus and the zoo of geometric structures”, *Geometry of jets and fields*, Banach Center Publ., **110**, Polish Acad. Sci. Inst. Math., Warsaw, 2016, 257–285.
- [6] А. М. Виноградов, И. С. Красильщик, “Что такое гамильтонов формализм?”, *УМН*, **30**:1(181) (1975), 173–198; англ. пер.: А. М. Vinogradov, I. S. Krasil’shchik, “What is the Hamiltonian formalism?”, *Russian Math. Surveys*, **30**:1 (1975), 177–202.

- [7] I. S. Krasil'shchik, A. M. Vinogradov, "Nonlocal trends in the geometry of differential equations: symmetries, conservation laws, and Bäcklund transformations", *Acta Appl. Math.*, **15**:1-2 (1989), 161–209.
- [8] А. М. Виноградов, Б. А. Купершмидт, "Структура гамильтоновой механики", *УМН*, **32**:4(196) (1977), 175–236; англ. пер.: A. M. Vinogradov, B. A. Kupershmidt, "The structures of Hamiltonian mechanics", *Russian Math. Surveys*, **32**:4 (1977), 177–243.
- [9] Д. В. Алексеевский, А. М. Виноградов, В. В. Лычагин, "Основные идеи и понятия дифференциальной геометрии", *Геометрия – 1*, Итоги науки и техн. Сер. Соврем. пробл. матем. Фундам. направления, **28**, ВИНТИ, М., 1988, 5–289; англ. пер.: D. V. Alekseevskij, A. M. Vinogradov, V. V. Lychagin, "Basic ideas and concepts of differential geometry", *Geometry I*, *Encycl. Math. Sci.*, **28**, 1991, 1–264.
- [10] А. М. Виноградов, И. С. Красильщик (ред.), *Симметрии и законы сохранения уравнений математической физики*, 2-е изд., испр., Факториал Пресс, М., 2005, 380 с.; англ. пер. 1-го изд.: I. S. Krasil'shchik, A. M. Vinogradov (eds.), *Symmetries and conservation laws for differential equations of mathematical physics*, *Transl. Math. Monogr.*, **182**, Amer. Math. Soc., Providence, RI, 1999, xiv+333 pp.
- [11] А. М. Виноградов, "Local symmetries and conservation laws", *Acta Appl. Math.*, **2**:1 (1984), 21–78.
- [12] А. М. Виноградов, "Геометрия нелинейных дифференциальных уравнений", Итоги науки и техн. Сер. Пробл. геом., **11**, ВИНТИ, М., 1980, 89–134; англ. пер.: A. M. Vinogradov, "The geometry of nonlinear differential equations", *J. Soviet Math.*, **17**:1 (1981), 1624–1649.
- [13] А. М. Виноградов, "Категория нелинейных дифференциальных уравнений", *Уравнения на многообразиях*, Новое в глобальном анализе, Изд-во Воронеж. гос. ун-та, Воронеж, 1982, 26–51; англ. пер.: A. M. Vinogradov, "Category of nonlinear differential equations", *Global analysis – studies and applications I*, *Lecture Notes in Math.*, **1108**, Amer. Math. Soc., Providence, RI, 1984, 77–102.
- [14] А. Vinogradov, "Introduction to secondary calculus", *Secondary calculus and cohomological physics* (Moscow, 1997), *Contemp. Math.*, **219**, Amer. Math. Soc., Providence, RI, 1998, 241–272.
- [15] M. Henneaux, I. S. Krasil'shchik, A. M. Vinogradov (eds.), *Secondary calculus and cohomological physics* (Moscow, 1997), *Contemp. Math.*, **219**, Amer. Math. Soc., Providence, RI, 1998, xiv+287 pp.
- [16] А. М. Виноградов, "Одна спектральная последовательность, связанная с нелинейным дифференциальным уравнением и алгебро-геометрические основания лагранжевой теории поля со связями", *Докл. АН СССР*, **238**:5 (1978), 1028–1031; англ. пер.: A. M. Vinogradov, "A spectral sequence associated with a nonlinear differential equation, and algebro-geometric foundations of Lagrangian field theory with constraints", *Soviet Math. Dokl.*, **19** (1978), 144–148.
- [17] А. М. Виноградов, "The $\mathcal{C}$ -spectral sequence, Lagrangian formalism, and conservation laws. I. The linear theory", *J. Math. Anal. Appl.*, **100**:1 (1984), 1–40; "II. The nonlinear theory", 41–129.
- [18] R. L. Bryant, P. A. Griffiths, "Characteristic cohomology of differential systems. I. General theory", *J. Amer. Math. Soc.*, **8**:3 (1995), 507–596.
- [19] A. Verbovetsky, "Notes on the horizontal cohomology", *Secondary calculus and cohomological physics* (Moscow, 1997), *Contemp. Math.*, **219**, Amer. Math. Soc., Providence, RI, 1998, 211–231.
- [20] T. Tsujishita, "On variation bicomplexes associated to differential equations", *Osaka Math. J.*, **19**:2 (1982), 311–363.

- [21] J. Stasheff, “The (secret?) homological algebra of the Batalin–Vilkovisky approach”, *Secondary calculus and cohomological physics* (Moscow, 1997), Contemp. Math., **219**, Amer. Math. Soc., Providence, RI, 1998, 195–210.
- [22] А. М. Виноградов, “Объединение скобок Схоутена и Нийенхейса, когомологии и супердифференциальные операторы”, *Матем. заметки*, **47**:6 (1990), 138–140.
- [23] A. Cabras, A. M. Vinogradov, “Extensions of the Poisson bracket to differential forms and multi-vector fields”, *J. Geom. Phys.*, **9**:1 (1992), 75–100.
- [24] Y. Kosmann-Schwarzbach, “From Poisson algebras to Gerstenhaber algebras”, *Ann. Inst. Fourier (Grenoble)*, **46**:5 (1996), 1243–1274.
- [25] P. W. Michor, A. M. Vinogradov, “ n -ary Lie and associative algebras”, Geometrical structures for physical theories. II (Vietri, 1996), *Rend. Sem. Mat. Univ. Politec. Torino*, **54**:4 (1996), 373–392.
- [26] G. Marmo, G. Vilasi, A. M. Vinogradov, “The local structure of n -Poisson and n -Jacobi manifolds”, *J. Geom. Phys.*, **25**:1-2 (1998), 141–182.
- [27] A. M. Vinogradov, M. M. Vinogradov, “Graded multiple analogs of Lie algebras”, *Acta Appl. Math.*, **72**:1-2 (2002), 183–197.
- [28] А. М. Виноградов, Е. М. Воробьев, “Применение симметрии для нахождения точных решений уравнения Заболотской–Хохлова”, *Акустич. журн.*, **22**:1 (1976), 23–27.
- [29] V. N. Gusyatnikova, A. V. Samokhin, V. S. Titov, A. M. Vinogradov, V. A. Yumaguzhin, “Symmetries and conservation laws of Kadomtsev–Pogutse equations (their computation and first applications)”, *Acta Appl. Math.*, **15**:1-2 (1989), 23–64.
- [30] G. Sparano, G. Vilasi, A. M. Vinogradov, “Vacuum Einstein metrics with bidimensional Killing leaves. I. Local aspects”, *Differential Geom. Appl.*, **16**:2 (2002), 95–120.
- [31] G. Sparano, G. Vilasi, A. M. Vinogradov, “Vacuum Einstein metrics with bidimensional Killing leaves. II. Global aspects”, *Differential Geom. Appl.*, **17**:1 (2002), 15–35.
- [32] G. Sparano, G. Vilasi, A. M. Vinogradov, “Gravitational fields with a non-Abelian, bidimensional Lie algebra of symmetries”, *Phys. Lett. B*, **513**:1-2 (2001), 142–146.
- [33] A. M. Vinogradov, “Particle-like structure of Lie algebras”, *J. Math. Phys.*, **58**:7 (2017), 071703, 49 pp.
- [34] A. M. Vinogradov, “Particle-like structure of coaxial Lie algebras”, *J. Math. Phys.*, **59**:1 (2018), 011703, 42 pp.