Math-Net.Ru

All Russian mathematical portal

G. M. Voskoboinikova, D. A. Karavaev, M. S. Khairtdinov, Numerical simulation of acoustic waves propagation in an atmosphere-forestland-ground system, *Sib. Zh. Ind. Mat.*, 2019, Volume 22, Number 1, 24–33

DOI: <https://doi.org/10.33048/sibjim.2019.22.103>

Use of the all-Russian mathematical portal Math-Net.Ru implies that you have read and agreed to these terms of use

<http://www.mathnet.ru/eng/agreement>

Download details:

IP: 18.234.197.8

April 26, 2023, 09:17:28

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН В СИСТЕМЕ АТМОСФЕРА–ЛЕСНОЙ МАССИВ–ГРУНТ*)

Г. М. Воскобойникова,
Д. А. Караваев, М. С. Хайретдинов

Рассматривается задача численного моделирования распространения акустических волн в двумерной неоднородной среде, представленной моделью атмосфера-лесной массив-грунт. Особенность моделирования характеризуется введением в основные уравнения акустики линейной демпфирующей функции, характеризующей потери энергии акустической волны по отношению к лесонасаждению. Рассмотрена задача взаимодействия акустических волн, падающих под заданным углом из атмосферы на систему лес-грунт, и сейсмических волн, возникающих в грунте. Исследован вопрос о влиянии лесного массива на уровни акустических и сейсмических волн, в том числе оценено влияние коэффициента трения на скорость затухания акустических колебаний в лесном слое. Разработаны и реализованы алгоритм и программа расчета уровней акустического давления в разных средах с применением волнового уравнения для атмосферы, уравнений газовой динамики Эйлера для леса, уравнения упругости для грунта. Представлены результаты численных экспериментов в виде мгновенных снимков волнового поля.

Ключевые слова: техногенные шумы, инфразвуковые волны, геоэкологическая опасность, шумопоглощение, лесной массив, численный эксперимент, уравнения газовой динамики, численные результаты.

DOI 10.33048/SIBJIM.2019.22.103

Введение. Среди современных геоэкологических проблем важное место занимает проблема предупреждения геоэкологических рисков для окружающей социальной и природной среды от воздействия шумов, порождаемых природно-техногенными источниками повышенной опасности. К числу их можно отнести акустические шумы, образуемые наземными карьерными и полигонными взрывами [1, 2], крупными транспортными магистралями [3], а также шумы от аэропортов [4] и полигонов запуска ракет [5]. В последнее время происходит утилизация накопленных запасов боеприпасов с истекшим сроком хранения путем их подрыва. Действенным способом по снижению влияния процессов утилизации боеприпасов на жилые постройки может быть размещение полигонов в лесных массивах [6].

Негативное воздействие шумов может многократно усиливаться под действием метеофакторов, в частности, обуславливающих образование явления пространственной фокусировки акустических колебаний в определенном азимутальном направлении по отношению к источнику шума [7–9]. Создание мер по снижению «шумоопасности» относится к числу актуальных задач, особенно по отношению к шумам на инфранизких частотах, наиболее угрожающих мозгу человека.

*) Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты 16-07-01052, 17-07-00872, 18-47-540006ра)

Одной из мер для борьбы с шумами являются защитные лесонасаждения вдоль крупных автомагистралей и железных дорог, а также вблизи других источников шума [10-12]. В связи с этим возникает задача изучения процесса взаимодействия акустических волновых фронтов с проницаемыми препятствиями, к которым относится лесной массив. Проблема распространения акустических волн в лесу с точки зрения их экологически защитных свойств от вредных техногенных акустических возмущений на сегодня является актуальной, но малоизученной.

В данной работе особенность подхода к численному моделированию решения рассматриваемой задачи связана с ориентацией на использование акустических колебаний от сейсмических вибрационных источников с прецизионными характеристиками, что позволит в дальнейшем проводить сопоставление результатов численного моделирования и натурных экспериментов. Подобная технология вибросейсмоакустического зондирования сложно построенных сред на сегодня хорошо отработана [13, 14] и обеспечивает высокие повторяемость и точность получаемых оценок параметров акустических полей.

1. Постановка задачи и аналитические решения. Рассматривается задача падения акустической волны под заданным углом на упругое полупространство со слоем леса на поверхности для случая дальнего распространения акустических волн от инфранизкочастотного источника. Для решения поставленной задачи рассматривается трехслойная модель, состоящая из воздуха, лесного массива и грунта (рис. 1).

Рис. 1. Трехслойная модель атмосфера-лесной массив-грунт со схемой падающих и отраженных волн в слоях

Распространяющаяся в атмосфере акустическая волна падает на кромку леса под некоторым углом θ , $0 \leq \theta \leq 90^\circ$, к вертикали. В данной модели воздух занимает верхнее полупространство со следующими параметрами: скорость звука c и плотность ρ . Лесной массив характеризуется коэффициентом трения α , физический смысл которого связан с эффектом поглощения энергии акустических колебаний. В лесном массиве коэффициент трения α зависит от коэффициента аэродинамического сопротивления c_d и удельной плотности S поверхности леса (листьев и ветвей) [10]. Грунт, занимающий нижнее полупространство, характеризуется плотностью ρ_g , скоростями продольных и поперечных волн V_p и V_s . Исследуется вопрос о том, насколько лесной массив

влияет на поглощение акустических колебаний и несколько уменьшается уровень акустической волны в зависимости от характеристик массива. При этом принимается условие об удаленности источника на расстоянии, много большем длины акустической волны, поэтому волновой фронт ее принимается локально-плоским и анализ проводится в рамках $2D$ моделирования. Предварительно заметим, что под мерой геоэкологического риска от воздействия акустических волн является принятая санитарными нормами удельная плотность акустической энергии $E = \frac{1}{\rho c} \int_0^T p^2(t) dt$. Здесь ρc — удельное акустическое сопротивление

воздуха, равное $42 \text{ г}/(\text{см}^2 \cdot \text{с})$; $p(t)$ — акустическое давление, регистрируемое в точке пространства; T — длительность акустической волны. Дальнейшие результаты расчетов привязаны к уровням акустического давления.

Для воздуха решаются волновые уравнения с постоянной плотностью и скоростью звука. Волновые уравнения для давления в воздухе, а также связь скоростей и давлений имеют вид

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - \Delta p = 0, \quad \rho \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \nabla p = 0, \quad (1)$$

где p , $\vec{u} = (u_x, u_z)$, ρ и c — соответственно давление, вектор скорости перемещения воздушных частиц, плотность воздуха и скорость звука. Решение уравнения (1) можно представить в виде суперпозиции плоских гармонических колебаний. Тогда результирующее давление в воздухе будет представлено как сумма давлений падающей и отраженной волн:

$$p = P_0 e^{-i\omega t + ik_x x + ik_z z} + P_1 e^{-i\omega t + ik_x x - ik_z z}. \quad (2)$$

Здесь k_x , k_z — проекции волновых векторов по осям x и z .

Модель лесного массива основана на системе уравнений Эйлера и может быть записана в виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) &= 0, \\ \frac{\partial u_x}{\partial t} &= \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{\alpha}{\rho} u_x, \\ \frac{\partial u_z}{\partial t} &= \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - \frac{\alpha}{\rho} u_z, \end{aligned} \quad (3)$$

где u_x , u_z — компоненты вектора скорости перемещения воздушных частиц, α — демпфирующий коэффициент трения для леса. Наличие неоднородной составляющей в уравнениях (3) представлено добавочным членом с коэффициентом α . В результате приходим к уравнению для давления $p(x, z, t, \alpha)$:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - \left(\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} \right) + \frac{\alpha}{\rho} \frac{\partial p}{\partial t} = 0. \quad (4)$$

Решение уравнения (4) можно представить также в виде суммы давлений преломленной и отраженной волн:

$$p = P_2 e^{-i\omega t + ik_x x + ik_{zf} z} + P_3 e^{-i\omega t + ik_x x - ik_{zf} z}, \quad (5)$$

где k_x , k_{zf} — проекции волновых векторов по осям x и z в лесном массиве.

Коэффициент трения α зависит от коэффициента аэродинамического сопротивления c_d и удельной плотности поверхности растительности (листьев и ветвей) S . В таблице приведены характеристики лесных массивов. Для реальных массивов характерно неравномерное распределение плотности поверхности растительности S по высоте h .

Характеристики лесных массивов

Тип древостоя	Высота h , м	S , м ²	c_d
мелколиственный лес	7–30	1,2	0,02
сосна	10–15	1,2	0,03
кустарник	1–5	7	0,05

Граничными условиям на границе раздела воздух-поверхность растительного массива является равенство давлений и скоростей по компоненте z в обеих средах:

$$u_{za}|_{z=0} = u_{zf}|_{z=0}, \quad p_a|_{z=0} = p_f|_{z=0}.$$

Акустическая преломленная волна с постоянной скоростью c и частотой ω , падающая на границу лесной массив-грунт, учитывается в граничных условиях следующим образом: давление акустической волны равно нормальному напряжению грунта; скорости по компоненте z равны в обеих средах. В итоге имеем равенства

$$\sigma_{xz}^{\text{gr}}|_{z=h} = 0, \quad \sigma_{zz}^{\text{gr}}|_{z=h} = p e^{-i(\omega t - kx)}, \quad u_{\text{air}}|_{z=h} = u_z^{\text{gr}}|_{z=h}. \quad (6)$$

Для грунта решаются динамические уравнения упругости с постоянными характеристиками $\lambda^{\text{gr}}, \mu^{\text{gr}}, \rho^{\text{gr}}$:

$$(\lambda^{\text{gr}} + \mu^{\text{gr}}) \text{grad} \cdot \text{div} u^{\text{gr}} + \mu^{\text{gr}} \Delta u^{\text{gr}} - \rho^{\text{gr}} \frac{\partial^2 u^{\text{gr}}}{\partial t^2} = 0. \quad (7)$$

Решение уравнения (7) будем искать в виде потенциалов:

$$\begin{aligned} \varphi &= \varphi(x, z, t) = P_4 e^{-i\omega t + ik_x + ik_{\varphi z} z}, \\ \psi &= \psi(x, z, t) = P_5 e^{-i\omega t + ik_x + ik_{\psi z} z}, \end{aligned} \quad (8)$$

где $k_{\varphi z}, k_{\psi z}$ — волновые числа, имеющие следующий вид:

$$k_{\varphi z} = k_z \sqrt{c^2/V_p^2 - 1}, \quad k_{\psi z} = k_z \sqrt{c^2/V_s^2 - 1},$$

V_p, V_s — соответственно скорости продольной и поперечной волн.

Потенциалы φ и ψ связаны с полем смещения следующими формулами в общем виде:

$$u_x = \frac{\partial \varphi}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial z}, \quad u_z = \frac{\partial \varphi}{\partial z} + \frac{\partial \psi}{\partial x}.$$

Подставляя в граничные условия (6) потенциалы φ и ψ из (8), получим неоднородную систему уравнений для коэффициентов P_4 и P_5 в общем виде:

$$\begin{aligned} \sigma_{xz}|_{z=0} &= \mu \left[2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right] = 0, \\ \sigma_{zz}|_{z=0} &= \left[\lambda \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + (\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} + 2\mu \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial z} \right] = \rho e^{-i(\omega t - kx)}. \end{aligned} \quad (9)$$

Имея значение амплитуды давления падающей волны P_0 , можно оценить вклад лесного массива в энергию акустической волны, переданной в грунт. Для этого необходимо:

- 1) определить коэффициенты P_1, P_2, P_3 , которые отражают амплитуды давлений отраженных и преломленных волн в лесу;
- 2) определить коэффициенты P_4, P_5 , которые отражают амплитуды давлений продольных и поперечных волн, возникающих в грунте;
- 3) построить $2D$ модель неоднородной среды воздух-лес и получить численное решение уравнений Эйлера газовой динамики.

2. Расчет уровней акустического давления. Для расчета уровней акустического давления разработана программа, основанная на уравнениях (2)–(9). Вычислены значения акустического давления для преломленной и отраженной волн в случае прохождения гармонической акустической волны через лесной массив и грунт с учетом коэффициента трения. В качестве примера на рис. 2 изображены графики акустического давления для обоих типов волн соответственно в зависимости от угла падения θ в случае прохождения акустической волны через лес при различных высотах 0, 5, 10, 50 м; частота $f = 10$ Гц.

Рис. 2. Графики зависимости акустического давления для преломленной и отраженной волн от угла падения θ (град) при прохождении акустической волны через лес при частоте $f = 10$ Гц и различных высотах h (м):
 — $h = 0$, --- $h = 5$, -.- $h = 10$, $h = 50$;
 падающая (а) и отраженная (б) волны в воздухе, преломленная (в) и отраженная (г) волны в лесном массиве, продольная (д) и поперечная (е) волны в грунте

Графики иллюстрируют хорошо выраженный эффект поглощения с ростом угла падения θ , т. е. когда направление распространения волнового фронта приближается к горизонтали. Это вполне согласуется с априорными представлениями. При $h = 50$ м и $\theta = 90^\circ$ амплитуда акустического давления может уменьшаться более чем на порядок.

На рис. 3 изображены графики акустического давления для преломленной и отраженной волн соответственно в зависимости от угла падения θ при частотах $f = 8, 15, 80$ Гц. Как видно из рис. 3, при увеличении частоты на порядок скорость затухания акустического давления выше почти в 10 раз.

3. Численное моделирование динамики волновой картины распространения акустических колебаний. Для решения поставленной в работе задачи целесообразным является численное моделирование распространения акустической волны от точечного источника, находящегося вне лесного массива вблизи границы с грунтом. Массив имеет конечную протяженность.

Рис. 3. Графики зависимости акустического давления для преломленной и отраженной волн от угла падения θ (град) при различных частотах f (Гц): — $f = 8$, --- $f = 15$, $f = 80$; падающая (а) и отраженная (б) волны в воздухе, преломленная (в) и отраженная (г) волны в лесном массиве, продольная (д) и поперечная (е) волны в грунте

Исследование распространения акустической волны в этом случае проведено с помощью численного моделирования. Последнее связано с решением системы уравнений газовой динамики (3) в двухмерном случае при наличии неоднородной составляющей, характеризующей наличие лесного покрова. Область моделирования представляет собой прямоугольник в двухмерной системе координат Oxz (рис. 4).

Система уравнений (3) решается при соответствующих нулевых граничных и начальных условиях. Для исключения нежелательных отраженных волн от боковых и верхней границ расчетной области применяется методология реализации PML (Perfectly Matched Layers) [15, 16]. Таким образом, на трех границах выделяются подобласти небольшого размера, где реализуются формулы расчетов для PML. Для генерации сигнала и моделирования распространения акустических волн применяется точечный источник. Источник может располагаться в любой точке внутри области моделирования, исключая зоны PML. В системе уравнений (1) источник представлен в виде компоненты силы. Для численного моделирования распространения акустических волн в неоднородной модели атмосфера-лес использован конечно-разностный метод на сдвинутых сетках [17]. Метод имеет второй порядок точности по пространству. В данной работе конечно-разностная схема реализована для одинакового размера пространственных шагов Δx и Δz соответственно. Конечно-разностная аппроксимация уравнений может быть представлена в виде

$$p_{i,j}^{n+1} = p_{i,j}^n - \rho_{i,j} c_{i,j}^2 \frac{1}{2} \frac{\Delta t}{\Delta x} ((u_{x,i+1/2,j}^n - u_{x,i-1/2,j}^n) + (u_{z,i,j+1/2}^n - u_{z,i,j-1/2}^n)),$$

$$\begin{aligned}
u_{x,i+1/2,j}^{n+1} &= u_{x,i+1/2,j}^n - \frac{1}{\rho_{x,i+1/2,j}} \frac{1}{2} \frac{\Delta t}{\Delta x} (p_{i+1,j}^{n+1} - p_{i,j}^{n+1}) - \frac{1}{\rho_{x,i+1/2,j}} \Delta t \alpha_{x,i+1/2,j} u_{x,i+1/2,j}^n, \\
\rho_{x,i+1/2,j} &= \frac{1}{2} (\rho_{i+1,j} + \rho_{i,j}), \quad \alpha_{x,i+1/2,j} = \frac{1}{2} (\alpha_{i+1,j} + \alpha_{i,j}).
\end{aligned}$$

Для исключения отражений волн от границ расчетной области применяется методология реализации PML в виде CPML (Convolutional PML). В связи с этим уравнения в зонах PML решаются для аппроксимации с учетом добавочного фактора и демпфирующих коэффициентов [16]. Подобный подход успешно применяется для решения динамической задачи теории упругости по численному моделированию сейсмических полей [18, 19].

Рис. 4. Схематическое изображение двумерной области моделирования:
1 — атмосфера, 2 — источник, 3 — лес

4. Результаты численного моделирования. Для проведения теоретических экспериментов по моделированию распространения акустических волн от точечного источника в неоднородных средах разработана вычислительная программа. Программа реализует предложенную конечно-разностную схему. При этом в многоядерных процессорах применяется технология распараллеливания с применением OpenMP (Open Multi-Processing). Для исследования взаимодействия акустической волны с лесным массивом было проведено численное моделирование на основе разработанной программы для неоднородной модели воздух-лес. Была выбрана двумерная область моделирования с линейными размерами $2,04 \times 2,04$ км (см. рис. 4). Неоднородная среда представлена двумя объектами: 1 — вмещающая воздушная среда (атмосфера); 3 — лес. Значения параметров для атмосферы были выбраны $c = 340$ м/с, $\rho = 1,2$ г/м³. Сеточная модель для расчетов составила 1200×1200 узлов. Точечный источник акустических волн с частотой 5 Гц располагался в воздушной среде с координатами 0,25 км по оси Ox и 1,95 км по оси Oz . В качестве леса была создана подобласть во вмещающей среде протяженностью от 0,5 до 1,5 км по оси Ox и высотой 0,05 км по оси Oz .

В результате работы созданной программы для расчета распространения акустических волн в двумерной модели неоднородной среды при наличии лесного массива получен набор снимков волнового поля, снятые во времена расчета $t = 0,5; 1,5; 4,0; 5,0$ с (рис. 5). На снимках показаны различные типы акустических волн: 1 — падающая волна, 2 — отраженные от нижней жесткой границы волны (грунта) (рис. 5, а, б), 3 — преломленные волны, обусловленные наличием лесного массива (рис. 5, б). Результаты были получены с использованием пакета Matlab. На представленных снимках можно проследить эволюцию изменений в поле давления. В частности, хорошо видно формирование отраженной волны после выхода акустической волны на переднюю границу лесного массива (рис. 5, б).

Рис. 5. Снимки волнового поля для акустического давления с различными типами акустических волн: 1 — падающая волна, 2 — отраженные от нижней жесткой границы волны, 3 — преломленные волны, обусловленные наличием лесного массива

Закключение. Рассмотрена задача взаимодействия акустической волны, падающей под заданным углом на упругое полупространство со слоем леса на поверхности в трехслойной модели атмосфера-лес-грунт для случая дальнего распространения акустических волн от инфранизкочастотного источника. Для данной задачи анализировались условия и результаты решения задачи распространения акустических колебаний сквозь проникаемое препятствие в виде лесного массива.

Выполнено математическое моделирование процессов распространения инфразвуковых акустических волн в атмосфере при наличии лесного массива с учетом вносимой при этом силы трения. Предполагалось, что на больших расстояниях от источника сферическое волновое поле локально плоское, что допускало $2D$ моделирование. Оценено влияние коэффициента трения на скорость затухания акустических колебаний в лесу.

Разработаны и реализованы алгоритм и программа расчета уровней акустического давления в разных средах с применением волнового уравнения для атмосферы, уравнений газовой динамики Эйлера для леса. В рамках созданной математической модели обоснован выбор начальных параметров и граничных условий и выполнены тестовые расчеты с помощью разработанных программ.

Представлена система уравнений акустики в двухмерном случае для изучения вопросов взаимодействия акустических волн с лесным массивом. Предложен способ решения системы уравнений, описывающий распространение акустических волн от точечного источника в неоднородной модели атмосфера-лес. При этом в основные уравнения акустики введена линейная демпфирующая

щая функция, характеризующая потери энергии акустической волны в лесном массиве. Для численной реализации разработана и представлена конечно-разностная схема.

На основе разработанного алгоритма осуществлена его программная реализация с использованием технологии параллельного программирования OpenMP. Такой подход позволяет проводить расчеты на нескольких процессорах и ядрах многоядерных вычислительных систем с общей памятью, даже на ПК. С помощью данной программы в работе была сгенерирована неоднородная модель атмосфера-лесной массив и проведены численные эксперименты по моделированию распространения акустических волн от точечного источника. Получены и представлены теоретические результаты модельных расчетов в виде двумерных снимков поля акустических волн. Разработанная программа может быть использована для расчетов на SMP системах, а также на вычислительных устройствах типа Xeon Phi.

ЛИТЕРАТУРА

1. Хайретдинов М. С., Авроров С. А., Воскобойникова Г. М., Седухина Г. Ф. Оценивание сейсмоакустических эффектов техногенных взрывов с помощью сейсмических вибраторов // Технологии сейсморазведки. 2012. № 2. С. 98–105.
2. Хайретдинов М. С., Ковалевский В. В., Воскобойникова Г. М., Седухина Г. Ф. Оценивание метеозависимых геоэкологических рисков от взрывов с помощью сейсмических вибраторов // Технологии сейсморазведки. 2016. № 3. С. 132–138.
3. Using natural means to reduce surface transport noise during propagation outdoors / T. Van Renterghem et al. // Appl. Acoustics. 2015. N 92. P. 86–101.
4. Клейн С. В., Кошурников Д. Н. Оценка шумовой экспозиции и связанного с ней риска здоровью населения, проживающего в зоне влияния аэропорта // Изв. Самар. науч. центра РАН. 2013. Т. 15, № 3(6). С. 1806–1812.
5. Краснов В. М., Дробжева Я. В., Маслов А. Н. Акустическое поле на земле при взрыве ракеты-носителя // Вестн. НЯЦ. 2006. Вып. 2. С. 79–85.
6. Орлов С. А. Математическое моделирование процессов аэродинамики в лесных массивах и насаждениях: Дис. ... канд. физ.-мат. наук. Томск, 2012.
7. Бреховских Л. М. Волны в слоистых средах. М.: Наука, 1973.
8. Prediction of environmental risks from explosions based on a set of coupled geophysical fields / V. V. Gubarev et al. // Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing. 2014. V. 50, N 4. P. 3–13.
9. Khairtdinov M., Kovalevsky V., Voskoboinikova G., Sedukhina G. Vibroseismoacoustic method in studying of geophysical fields interaction in ground atmosphere // Proc. 14 Internat. Multidisciplinary Scientific Geoconference «Informatics, GeoInformatics and Remote Sensing SGEM-2014». Albena, 2014. V. 1. P. 925–931.
10. Ситник В. В. Моделирование влияния массива растительности на распространение акустических возмущений // Мат. моделирование, 2007. Т. 19, № 8. С. 90–96.
11. Chobeau P. Modeling of Sound Propagation in Forests Using the Transmission Line Matrix Method. Study of Multiple Scattering and Ground Effects Related to Forests. Le Mans: Univ. du Maine, 2014.
12. Johansson E. The Sound Amplifying Forest with Emphasis on Sounds from Wind Turbines. Chalmers Univ. of Technology, 2010.
13. Эффект акустосейсмической индукции при вибросейсмическом зондировании / А. С. Алексеев и др. // Докл. АН. 1996. Т. 346, № 5. С. 664–667.
14. Mikhailenko B. G., Mikhailov A. A. Numerical modeling of seismic and acoustic-gravity waves propagation in an «earth-atmosphere» model in the presence of wind in the air // Numer. Analysis and Applications. 2014. V. 7, N 2. С. 124–135.
15. Komatitsch D., Tromp J. A perfectly matched layer (PML) absorbing condition for the second-order elastic wave equation // Geophys. J. Internat. 2003. N 154. P. 146–153.
16. Komatitsch D., Martin R. An unsplit convolutional perfectly matched layer improved at grazing incidence for the seismic wave equation // Geophysics. 2007. V. 72. P. 155–167.
17. Virieux J. P-SV wave propagation in heterogeneous media: Velocity-stress finite-difference method // Geophysics. 1986. N 51. P. 889–901.

18. Karavaev D. A., Glinsky B. M., Kovalevsky V. V. A technology of 3D elastic wave propagation simulation using hybrid supercomputers // CEUR Workshop Proc. 1 Russian Conf. on Supercomputing Days. 2015. V. 1482. P. 26–33.
19. Yakimenko A. A., Morozov A. E., Karavaev D. A. Practical aspects of using a neural network to solve inverse geophysical problems // IOP Conf. J. Physics. Conf. Ser. 1015. 2018. 032148; DOI 10.1088/1742-6596/1015/3/032148

Поступила в редакцию 21 сентября 2018 г.

После доработки 29 октября 2018 г.

Принята к публикации 15 декабря 2018 г.

Воскобойникова Гюльнара Маратовна

Караваев Дмитрий Алексеевич

Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН

просп. Акад. Лаврентьева, 6

630090 г. Новосибирск

Хайретдинов Марат Саматович

Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН

Новосибирский государственный технический университет

просп. К. Маркса, 20

630073 г. Новосибирск

E-mail: gulya@opg.sgcc.ru; kda@opg.sgcc.ru; marat@opg.sgcc.ru