D. V. Lytkina, V. D. Mazurov, On the periodic groups saturated with finite simple groups of lie type b_3 , *Sibirsk. Mat. Zh.*, 2020, Volume 61, Number 3, 634–640

DOI: <https://doi.org/10.33048/smzh.2020.61.311>

Use of the all-Russian mathematical portal Math-Net.Ru implies that you have read and agreed to these terms of use
<http://www.mathnet.ru/eng/agreement>

Download details:

IP: 54.197.130.99

April 26, 2023, 15:18:39

ПЕРИОДИЧЕСКИЕ ГРУППЫ,
НАСЫЩЕННЫЕ КОНЕЧНЫМИ ПРОСТЫМИ
ГРУППАМИ ЛИЕВА ТИПА B_3

Д. В. Лыткина, В. Д. Мазуров

Аннотация. Пусть $\mathfrak{M}$ — некоторое множество конечных групп. Для группы G через $\mathfrak{M}(G)$ обозначим множество всех подгрупп группы G , изоморфных элементам из $\mathfrak{M}$. Говорят, что группа G насыщена группами из $\mathfrak{M}$ (для краткости, насыщена множеством $\mathfrak{M}$), если любая конечная подгруппа группы G содержится в некотором элементе из $\mathfrak{M}(G)$. Доказывается, что периодическая группа G , насыщенная множеством $\mathfrak{M} = \{O_7(q) \mid q \equiv \pm 3 \pmod{8}\}$, изоморфна $O_7(F)$ для некоторого локально конечного поля F нечетной характеристики.

DOI 10.33048/smzh.2020.61.311

Ключевые слова: периодическая группа, группа лиева типа, ортогональная группа, насыщенность.

К 80-летию Юрия Леонидовича Ершова

Пусть $\mathfrak{M}$ — некоторое множество групп. Говорят, что группа G насыщена группами из $\mathfrak{M}$ (для краткости, насыщена множеством $\mathfrak{M}$), если все конечные подгруппы группы G лежат в подгруппах G , изоморфных элементам из $\mathfrak{M}$.

Пусть L — простая группа лиева типа [1] и X — лиев тип группы L , а именно, A_n , $n \geq 1$; B_n , $n \geq 2$; C_n , $n \geq 3$; D_n , $n \geq 4$; E_6 ; E_7 ; E_8 ; F_4 ; G_2 ; ${}^2A_n$, $n \geq 2$; ${}^2B_2$; ${}^2D_n$, $n \geq 4$; ${}^3D_4$; ${}^2E_6$; ${}^2F_4$ или ${}^2G_2$. Из [2–6] следует, что локально конечная группа G , насыщенная конечными простыми группами типа X , изоморфна группе $X(F)$ типа X над некоторым локально конечным полем F .

Известно, что условие локальной конечности группы можно заменить условием ее периодичности для типов A_1 , A_2 , ${}^2A_2$, B_2 , ${}^2B_2$, ${}^2G_2$ [7–11]. Кроме того, периодическая группа, насыщенная одним из множеств $\{{}^3D_4(q) \mid q \text{ нечетно}\}$ или $\{G_2(q) \mid q \text{ нечетно}\}$, изоморфна ${}^3D_4(F)$ или соответственно $G_2(F)$ для некоторого локально конечного поля F нечетной характеристики [12, 13].

Цель этой работы — получить аналогичный результат для множества, состоящего из групп $B_3(q)$, где $q \equiv \pm 3 \pmod{8}$.

Теорема. Пусть G — периодическая группа, насыщенная множеством $\mathfrak{M} = \{B_3(q) \mid q \equiv \pm 3 \pmod{8}\}$. Тогда G изоморфна группе $B_3(F)$ для некоторого локально конечного поля F нечетной характеристики.

Мы используем стандартные обозначения и определения. Их можно найти, например, в [14].

Работа Д. В. Лыткиной выполнена при поддержке Математического центра в Академгородке (соглашение с Министерством науки и высшего образования Российской Федерации номер 075–15–2019–1613); работа В. Д. Мазурова выполнена за счет Российского научного фонда (проект № 19–11–00039).

Нам будет удобно воспринимать простые группы лиева типа B_3 над полями нечетной характеристики как ортогональные группы размерности 7 и использовать соответствующий геометрический язык.

Для описания строения конечных групп используем обозначения из [15]. Вся информация об изучаемых группах, не упомянутую в тексте, можно найти в [15, 16].

§ 1. Предварительные результаты

Лемма 1.1. Пусть q — степень простого числа и $q \equiv \varepsilon 5 \pmod{8}$, где $\varepsilon \in \{+, -\}$. Обозначим через $L = L(q)$ простую группу $O_7(q) = \Omega_7(q)$ порядка $q^9(q^6 - 1)(q^4 - 1)(q^2 - 1)$.

(1) Силовская 2-подгруппа группы L изоморфна силовской 2-подгруппе знакопеременной группы $\text{Alt}(\Delta)$, где $\Delta = \{1, 2, \dots, 12\}$.

(2) Пусть

$$B_1 = \langle (9, 10)(11, 12), (9, 11)(10, 12), (9, 10) \rangle,$$

$$B_2 = \langle (1, 2)(3, 4), (1, 3)(2, 4), (1, 2), (1, 5)(2, 6)(3, 7)(4, 8) \rangle.$$

Тогда B_1 — силовская 2-подгруппа симметрической группы $\text{Sym}(\{9, 10, 11, 12\})$, B_2 — силовская 2-подгруппа группы $\text{Sym}(\{1, 2, \dots, 8\})$, $B = B_1 \times B_2$ — силовская 2-подгруппа группы $\text{Sym}(\Delta)$ и $A = B \cap \text{Alt}(\Delta)$ — силовская 2-подгруппа группы $\text{Alt}(\Delta)$.

Кроме того, $A = C \rtimes D$, где

$$C = \langle (9, 10)(11, 12), (9, 11)(10, 12) \rangle,$$

$$D = \langle (1, 2)(3, 4), (1, 3)(2, 4), (1, 5)(2, 6)(3, 7)(4, 8), (1, 2)(9, 10) \rangle \simeq (2 \wr 2) \wr 2.$$

Подгруппа

$$T = \langle (5, 6)(7, 8), (5, 7)(6, 8), (9, 10)(11, 12), (9, 11)(10, 12), \\ (1, 2)(3, 4), (1, 3)(2, 4)(5, 7)(6, 8) \rangle$$

является элементарной абелевой подгруппой порядка 64 в A .

(3) Пусть

$$a = (9, 10)(11, 12), \quad b = (1, 2)(3, 4)(5, 6)(7, 8), \quad c = ab.$$

Тогда $\langle a, b \rangle$ — центр A . Количество элементов $x \in A$, для которых выполнено $x^2 = a$, $x^2 = b$ или $x^2 = c$, равно 32, 48, 0 соответственно (условимся впредь инволюцию $i \in A$ такую, что A не содержит элемента x , для которого $x^2 = i$, называть инволюцией нулевого типа).

Существует в точности две элементарные абелевы подгруппы K_1 и K_2 порядков 4 в A такие, что $c \in K_1 \cap K_2$, K_i ($i = 1, 2$) содержит инволюцию нулевого типа, отличную от c , и $|C_A(K_i)| = 256$. Кроме того, K_1 и K_2 сопряжены в A .

(4) отождествим с A из п. (2) одну из силовских 2-подгрупп группы L . Тогда L содержит в точности три класса сопряженных инволюций. Их представителями являются a , b , c и

$$C_L(a) \simeq (\Omega_3(q) \times \Omega_4^+(q)).2^2 = ((SL_2(q) * SL_2(q)) \times L_2(q)) \cdot 2^2;$$

$$C_L(b) \simeq (\Omega_2^\varepsilon(q) \times \Omega_5(q)).2^2 = \Omega_5(q) : D_{q-\varepsilon 1};$$

$$C_L(c) \simeq \Omega_6^\varepsilon(q).2,$$

и $C_L(c)$ — максимальная подгруппа в L .

(5) Пусть K_1, K_2 — подгруппы, определенные в (3). Тогда $C_L(K_i) = K_i \times W_i$ при $i = 1, 2$, где $W_i \simeq \Omega_5(q)$ и $C_L(K_i)$ — максимальная подгруппа группы $C_L(c)$. Если T — группа, определенная в (2), то $C_L(T) = T$ и $N_L(T) = T : U$, где $U \simeq A_7$. Кроме того, $T \leq C_A(K_1) \cap C_A(K_2)$.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. (1) доказано в [17], (2) и (3) доказываются прямой проверкой (вручную или с использованием, например, GAP [18]).

(4) Пусть V — 7-мерное ортогональное пространство над полем порядка q , на котором действует L , и t — инволюция из A . Поскольку $t^2 = 1$ и $\det t = 1$, максимальная размерность d_t подпространства U_t в V , на котором t действует тривиально, равна 1, 3 или 5 и V — ортогональная прямая сумма $V = U_t \oplus W_t$, где t действует на W_t как скаляр -1 . Следовательно, $C_{GO(V)}(t) = GO(U_t) \times GO(W_t)$ и $C_L(t)$ содержит $\Omega(U_t) \times \Omega(W_t)$.

Сначала предположим, что $d_t = 1$. Табл. 8.39 в [16] показывает, что $C_L(t)$ максимальна в L и изоморфна $\Omega_6^+(q).2$ или $\Omega_6^-(q).2$. Поскольку для $\varepsilon = +$ центр группы $\Omega_6^-(q).2$ тривиален, в этом случае $C_L(t) \simeq \Omega_6^+(q).2$. Точно так же $C_L(t) \simeq \Omega_6^-(q).2$, если $\varepsilon = -$.

Аналогично если $d_t = 5$, то

$$C_L(t) \simeq (\Omega_2^\varepsilon(q) \times \Omega_5(q)).2^2 \simeq ((q - \varepsilon 1)/2 \times \Omega_5(q)).2^2 \simeq \Omega_5(q) \wr D_{2(q-\varepsilon 1)}.$$

Если $d_t = 3$, то

$$C_L(t) \simeq (\Omega_3(q) \times \Omega_4^+(q)).2^2 \simeq (L_2(q) \times (SL_2(q) * SL_2(q))).2^2.$$

В частности, по лемме Витта L содержит в точности три класса сопряженных инволюций и сравнение $|C_L(t)|$ с $|L|$ показывает, что все инволюции из L лежат в центре некоторой силовой 2-подгруппы группы L , т. е. сопряжены с a , b или c .

В случае, когда $d_t \neq 1$, $C_L(t)$ содержит такой элемент $x \in A$, что $x^2 = t$, поэтому в силу (3) если $d_t = 1$, то t сопряжена с c в L . Более того, если $d_t = 5$, то число элементов x , для которых $x^2 = t$ в $A \cap (SL_2(q) * SL_2(q)) \times L_2(q)$, больше 32. Значит, в силу (3) t сопряжена с b .

(5) Сохраним обозначения из (4), а также его доказательства. Пусть u — инволюция в $C_A(c)$, которая сопряжена с c в L и действует как -1 на U_c . Пусть $K = \langle c, u \rangle$. Тогда $W_c = W_c^- \oplus W_c^+$, где $wu = w$ для $w \in W_c^+$, $wu = -w$ для $w \in W_c^-$ и $\dim(W_c^+) = 1$, $\dim(W_c^-) = 5$. Более того, действие $C_L(K)$ на W_c^- содержит $\Omega(W_c^-)$ и, следовательно, $C_L(K)$ содержит подгруппу $K \times \Omega(W_c^-)$, изоморфную $2^2 \times \Omega_5(q)$. Далее, информация из [16, табл. 8.31, 8.33, 8.39] показывает, что $C_L(K)$ — максимальная подгруппа в $C_L(c) \simeq \Omega_6^\varepsilon(q).2$ и $C_L(K) \simeq 2^2 \times \Omega_5(q)$. Имеем $|A : C_A(K)| = 2$, поэтому $K = K_1$ или $K = K_2$ в силу (3), а поскольку $\Omega_5(q)$ содержит элементарную абелеву подгруппу порядка 16, $C_A(K)$ содержит элементарную абелеву подгруппу порядка 64 и в силу (3) эта подгруппа совпадает с T . Остальные утверждения п. (5) следуют из [16, табл. 8.39].

§ 2. Доказательство теоремы

Пусть G — периодическая группа, насыщенная множеством

$$\mathfrak{M} = \{\Omega_7(q) \mid q \equiv \varepsilon 5 \pmod{8}, \varepsilon \in \{+, -\}\},$$

и $\mathfrak{M}(G)$ — множество подгрупп группы G , изоморфных элементам из $\mathfrak{M}$. Зафиксируем $L \in \mathfrak{M}(G)$ и отождествим ее с $L = \Omega_7(q)$ из п. (1); сохраним также все введенные там обозначения. Для ясности пусть $K = K_1$. Положим $H = C_G(K)$.

Лемма 2.1. Все силовские 2-подгруппы группы G сопряжены с A . Если x, y лежат в центре A и сопряжены в G , то $x = y$.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Пусть $x = y^g$, где $g \in G$. Тогда $x \in Z(A^g)$ и $A^g \leq C_G(x)$. По лемме Шункова [19, предложение 8] A сопряжена с A^g в $C_G(x)$, т. е. $A = A^{gu}$, где $u \in C_G(x)$. По лемме 1.1(3) $x^{gu} = x$ и $y = x^{g^{-1}} = x^{u^{-1}g^{-1}} = x$.

Лемма 2.2. Пусть $\bar{H} = H/K$. Тогда $H \simeq \Omega_5(F)$ для некоторого локально конечного поля F нечетной характеристики и, в частности, H локально конечна. Более того, H является объединением возрастающей цепочки

$$H_1 \leq H_2 \leq \dots \leq H_i \leq \dots$$

подгрупп $H_i = K \times M_i$, где $M_i \simeq \Omega_5(q_i)$, $q_i \equiv \varepsilon 5 \pmod{8}$.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Пусть $\bar{R}$ — конечная подгруппа в $\bar{H}$ и R — ее полный прообраз в H . Тогда R конечна и, следовательно, содержится в $C_{L^*}(K) \leq C_{L^*}(c)$, где L^* — подгруппа G , изоморфная $\Omega_7(q^*)$ для некоторого конечного q^* .

Так как $c \in K$, по лемме 1.1(3) существует такая силовская 2-подгруппа A^* группы L^* , что $c \in Z(A^*)$, и, следовательно, A^* сопряжена с A в L^* , поскольку A — силовская 2-подгруппа группы G . По лемме 2.1 $A^x = A^*$ для некоторого $x \in G$ и $c^x \in Z(A^*)$. Снова по лемме 2.1 с A^* вместо A имеем $c^x = c$. Таким образом, c — инволюция нулевого типа в A^* и $K = K_1^*$ или K_2^* , где K_i^* удовлетворяет условиям для K_i , $i = 1, 2$, после замены A на A^* (см. лемму 1.1(3)). Следовательно, $C_{L^*}(K) = K \times M$, где $M \simeq \Omega_5(q^*)$ и $\bar{R}$ лежит в подгруппе группы $\bar{H}$, изоморфной $\Omega_5(q^*)$. Это доказывает, что $\bar{H}$ насыщена группами, изоморфными $\Omega_5(q)$. Поскольку $\Omega_5(q) \simeq S_4(q)$, то $\bar{H}$ изоморфна $\Omega_5(F)$ в силу [12]. Отсюда следует заключение леммы.

Лемма 2.3. Пусть T — подгруппа $C_L(K)$, определенная в лемме 1.1(5). Тогда

$$C_H(T) = C_G(T) = T, \quad N = N_G(T) = TU,$$

где $U \simeq \text{Alt}(7)$. Кроме того, $N \cap H = K \times N_0$, где $N_0 \simeq 2^4 : \text{Alt}(5)$; $N \cap C_G(c) = \langle c \rangle \times N_1$, где $N_1 \simeq 2^5 : \text{Alt}(6)$. Более того, N, N_0, N_1 действуют неприводимо сопряжением в G на $O_2(N), O_2(N_0), O_2(N_1)$ соответственно.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Пусть $r \in C_G(T)$. Тогда $\langle T, r \rangle$ — конечная группа, которая по условию содержится в подгруппе $R \simeq \Omega_7(q^*)$ для некоторого q^* . По лемме 1.1(5) с q^* вместо q имеем $C_R(T) = T$, откуда $C_G(T) = T$. Следовательно, $N_G(T)$ конечна, а потому лежит в подгруппе группы G , изоморфной $\Omega_7(q^*)$ для некоторого q^* . В силу леммы 1.1(5) $N_G(T) = TU$, где $U \simeq \text{Alt}(7)$. Остальные утверждения леммы следуют из информации о подгруппах группы $\Omega_7(q)$ в [16].

Лемма 2.4. H содержится в подгруппе P из $C_G(c)$, которая является объединением возрастающей цепочки подгрупп P_i , $i \in \mathbb{N}$, изоморфных $\Omega_6^\varepsilon(q_i).2$, $q_i \equiv \varepsilon 5 \pmod{8}$.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. По лемме 2.3 H является объединением возрастающей последовательности

$$H_1 < H_2 < \dots < H_n < \dots,$$

где

$$H_i = K \times M_i, \quad M_i \simeq \Omega_5(q_i), \quad i = 1, 2, \dots, \quad H_1 = C_L(K) \geq C_A(K) \geq T.$$

По условию $H_i \leq R_i \simeq \Omega_7(q_i^*)$ для некоторого q_i^* . Если $P_i = C_{R_i}(c)$, то $P_i \simeq \Omega_6^\varepsilon(q_i^*)$ .2 и H_i — максимальная подгруппа в P_i . Поскольку $P_i \geq N_1 \not\leq H_i$, то

$$P_i = \langle H_i, N_1 \rangle \leq \langle H_{i+1}, N_1 \rangle$$

и $P_1 \leq P_2 \leq \dots$ образуют возрастающую последовательность. Ее объединение — это искомая подгруппа P .

Лемма 2.5. $P = C$.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Предположим противное и рассмотрим $t \in C_G(c) \setminus P$. Тогда $\langle K, K^t \rangle$ конечна, а значит, содержится в подгруппе D , лежащей в $C_G(c)$ и изоморфной $\Omega_6^\varepsilon(q)$ .2 для некоторого q . Пусть Γ — граф с множеством вершин $\Sigma = \{K^d \mid d \in D\}$, где две различные вершины K^r и K^s соединены ребром тогда и только тогда, когда $[K^r, K^s] = 1$. Пусть Δ — компонента связности графа Γ , содержащая K . Поскольку $K \leq T$ и $N_1 \neq N_0$ (см. лемму 2.3), $K^{N_1} \neq \{K\}$, а следовательно, $|\Delta| \geq 2$. Таким образом, если $\Delta \neq \Sigma$, то D действует на Σ сопряжением транзитивно, но импримитивно, а значит, стабилизатор вершины K в D , который равен $N_D(K)$, не максимален в D , что противоречит лемме 1.1(5). Значит, $\Delta = \Sigma$ и существует такая последовательность $t_1, t_2, \dots, t_m = t$ элементов из $C_G(c)$, что

$$1 = [K, K^{t_1}] = [K^{t_i}, K^{t_{i+1}}], \quad i = 1, 2, \dots, m-1.$$

Докажем индукцией по m , что $K^{t_m} \leq P$. Если $m = 1$, то $K^{t_1} \leq C_G(K)$, и по лемме 2.3 $K^{t_1} \leq P$. Следовательно, для некоторого $u \in P$ выполнено $K^{t_1 u} = K$ и

$$1 = [K, K^{t_2 u}] = [K^{t_i u}, K^{t_{i+1} u}], \quad i = 2, \dots, m.$$

По предположению индукции $K^{t_m u} \leq P$ и $K^{t_m} \leq P$.

Итак, для любого $t \in C_G(c)$ выполнено $K^t \leq P$.

Отсюда следует, что $P^t = C_G(c) \cap C_G(K^t) \leq P$, а значит, $P \trianglelefteq C_G(c)$. Поскольку K^t и K сопряжены в P , то

$$C_G(c) = P N_G(K) = P(C_G(K) \cdot N_P(K)) \leq P,$$

и лемма доказана.

Лемма 2.6. $C_G(c)$ лежит в $M \leq G$, изоморфной $\Omega_7(F)$ для некоторого локально конечного поля F .

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. По лемме 2.5 $C_G(c)$ является объединением возрастающей цепочки

$$P_1 \leq P_2 \leq \dots \leq P_i \leq \dots, \quad i \in \mathbb{N},$$

подгрупп из G таких, что каждая из P_i изоморфна $\Omega_6^\varepsilon(q_i)$ .2 для некоторого $q_i \equiv \varepsilon 5 \pmod{8}$. Поскольку P_i конечна, она содержится в некоторой подгруппе $L_i^* \leq G$, изоморфной $\Omega_7(q_i^*)$ для некоторого q_i^* . В силу леммы 2.3 L_i^* содержит $N_G(T)$, а значит, G содержит возрастающую последовательность конечных подгрупп

$$L_i = \langle P_i, N_G(T) \rangle, \quad i \in \mathbb{N}. \quad (1)$$

Докажем, что $L_i \simeq \Omega_7(q_i)$. В самом деле, по предположению L_i лежит в подгруппе $L_i^* \simeq \Omega_7(q_i^*)$ и q_i делит q_i^* .

Очевидно, $A \leq L_i^*$, откуда $C_{L_i^*}(c) \simeq \Omega_6^\varepsilon(q_i^*)$ .2. Следовательно, $C_{L_i^*}(c) \geq P_i$, и L_i^* содержит подгруппу M_i , изоморфную $\Omega_7(q_i)$, которая содержит P_i как подгруппу группы $C_{L_i}(c)$. Таким образом,

$$M_i = \langle P_i, N_{L_i^*}(T) \rangle = \langle P_i, N_G(T) \rangle = L_i,$$

откуда $L_i \simeq \Omega_7(q)$ и $C_{L_i}(c) = P_i$. В частности, P_i — максимальная подгруппа группы L_i по лемме 1.1(3).

Пусть M — объединение последовательности (1). По любому из результатов из [3–6] $M \simeq \Omega_7(F)$, где F — локально конечное поле нечетной характеристики.

Лемма 2.7. $M = G$.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Пусть $g \in G$ и $t = c^g$. Тогда $\langle c, c^g \rangle$ конечна и, следовательно, содержится в подгруппе R группы G , изоморфной $\Omega_7(r)$ для некоторого r .

Пусть Δ — множество инволюций, принадлежащих R и сопряженных с c в G . Определим граф Γ с множеством вершин Δ , где вершины c^{g_1} и c^{g_2} соединены ребром тогда и только тогда, когда $[c^{g_1}, c^{g_2}] = 1$. Поскольку $C_R(c)$ — максимальная подгруппа группы R и $|C_R(c) \cap \Delta| \geq 2$, заключаем, как и в доказательстве леммы 2.5, что граф Γ связан. Отсюда вытекает, что $c^G \subseteq M$, $\langle c^G \rangle = M$, откуда $M \leq G$.

Пусть $g \in G$. Поскольку M локально конечна, $\langle c, g \rangle$ конечна и, значит, содержится в подгруппе R группы G , изоморфной $\Omega_7(r)$ для некоторого r . Так как $\langle c^R \rangle = R$, то g лежит в $\langle c^R \rangle \leq M$.

Лемма доказана. Она завершает доказательство теоремы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Carter R. W. Simple groups of Lie type. London: John Wiley & Sons, 1972.
2. Беляев В. В. Локально конечные группы Шевалле // Исследования по теории групп. Свердловск: УНЦ АН СССР, 1984. С. 39–50.
3. Боровик А. В. Вложения конечных групп Шевалле и периодические линейные группы // Сиб. мат. журн. 1983. Т. 24, № 6. С. 26–35.
4. Hartley B., Shute G. Monomorphisms and direct limits of finite groups of Lie type // Q. J. Math. Ser. 2. 1984. V. 35, N 137. P. 49–71.
5. Thomas S. The classification of the simple periodic linear groups // Arch. Math. 1983. V. 41. P. 103–116.
6. Larsen M. J., Pink R. Finite subgroups of algebraic groups // J. Amer. Math. Soc. 2011. V. 24, N 4. P. 1105–1158.
7. Шлепкин А. К. О некоторых периодических группах, насыщенных конечными простыми группами // Мат. тр. 1998. Т. 1, № 1. С. 129–138.
8. Рубашкин А. Г., Филиппов К. А. О периодических группах, насыщенных группами $L_2(p^n)$ // Сиб. мат. журн. 2005. Т. 46, № 6. С. 1388–1392.
9. Лыткина Д. В., Шлепкин А. А. Периодические группы, насыщенные конечными простыми группами типов U_3 и L_3 // Алгебра и логика. 2016. Т. 55, № 4. С. 441–448.
10. Филиппов К. А. Группы, насыщенные конечными неабелевыми простыми группами и их расширениями: Дис. ... канд. физ.-мат. наук. Красноярск, 2005.
11. Филиппов К. А. О периодических группах, насыщенных конечными простыми группами // Сиб. мат. журн. 2012. Т. 53, № 2. С. 430–438.
12. Лыткина Д. В., Мазуров В. Д. Характеризация простых симплектических групп размерности 4 над локально конечными полями в классе периодических групп // Алгебра и логика. 2018. Т. 57, № 3. С. 306–320.
13. Вей С., Го В., Лыткина Д. В., Мазуров В. Д. Характеризация локально конечных простых групп типа ${}^3D_4$ над полями нечетных характеристик в классе периодических групп // Сиб. мат. журн. 2018. Т. 59, № 5. С. 1013–1019.
14. Isaacs I. M. Finite group theory. Providence, RI: Amer. Math. Soc., 2008. (Grad. Stud. Math.; V. 92).
15. Conway J. H., Curtis R. T., Norton S. P., Parker R. A., Wilson R. A. Atlas of finite groups. Oxford: Clarendon Press, 1985.
16. Bray J. N., Holt D. F., Roney-Dougal C. M. The maximal subgroups of the low-dimensional finite classical groups. Cambridge: Camb. Univ. Press, 2013. (Lond. Math. Soc. Lect. Note Ser.).

17. Wong W. J. Twisted wreath products and Sylow 2-subgroups of classical simple groups // Math. Z. 1967. Bd 97, Heft 5. S. 406–424.
18. GAP: Groups, algorithms, and programming. <http://www/gap-system.org>.
19. Лыткина Д. В., Тухватуллина Л. Р., Филиппов К. А. Периодические группы, насыщенные конечными простыми группами $U_3(2^m)$ // Алгебра и логика. 2008. Т. 47, № 3. С. 288–306.

Поступила в редакцию 17 января 2020 г.

После доработки 17 января 2020 г.

Принята к публикации 19 февраля 2020 г.

Лыткина Дарья Викторовна

Сибирский государственный университет телекоммуникаций и информатики,

ул. Кирова, 86, Новосибирск 630102;

Новосибирский государственный университет,

ул. Пирогова, 1, Новосибирск 630090

daria.lytkin@gmail.com

Мазуров Виктор Данилович

Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН,

пр. Академика Коптюга, 4, Новосибирск 630090

mazurov@math.nsc.ru