Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

А. И. Вдовин, Д. С. Косов, В. Навроцка, Самосогласованное приближение случайных фаз в горячих конечных ферми-системах, *ТМФ*, 1997, том 111, номер 2, 279–288

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf1007>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.174.149.18

26 апреля 2023 г., 13:39:36

А. И. Вдовин*, Д. С. Косов*, В. Навроцка†

САМОСОГЛАСОВАННОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ СЛУЧАЙНЫХ ФАЗ В ГОРЯЧИХ КОНЕЧНЫХ ФЕРМИ-СИСТЕМАХ

Для изучения коллективных возбуждений в нагретых системах конечного числа фермионов (атомных ядрах, металлических кластерах) с помощью формализма термодинамики разработан метод, который учитывает влияние на среднее поле температуры системы и параметров, определяющих коллективные возбуждения системы. Более конкретно, чем в обычном тепловом приближении случайных фаз, учтена роль принципа Паули.

1. ВВЕДЕНИЕ

В последние годы усилился интерес к системам конечного числа фермионов, что связано, в частности, с увеличением разнообразия таких систем, создаваемых и исследуемых в лабораторных условиях. Помимо таких давно известных объектов, как атомные ядра, сейчас интенсивно изучаются двумерные системы из нескольких электронов (так называемые квантовые точки) и кластеры, образованные конечным числом атомов или молекул.

По крайней мере некоторые из перечисленных ферми-систем долго живут и в сильно возбужденном состоянии, а, значит, можно экспериментально исследовать эволюцию их свойств в зависимости от температуры. Довольно много известно о поведении так называемых горячих (с энергией возбуждения $E_x \sim 100\text{--}300\text{ МэВ}$) атомных ядер — об изменении их формы, коллективных колебаниях. Специфика экспериментов с металлическими кластерами такова, что исследуются именно нагретые кластеры.

Основная проблема теоретического изучения сильно возбужденных систем заключается в том, что плотность уровней в них чрезвычайно высока. “Квазиконтинуум” уровней делает невозможным реалистические расчеты в микроканоническом ансамбле и вынуждает прибегать к статистическому описанию, которое в той или иной мере опирается на методы квантовой теории поля при конечных температурах. Выбор конкретного квантово-полевого метода зависит от вида решаемой задачи.

*Объединенный институт ядерных исследований, Лаборатория теоретической физики им. Н. Н. Боголюбова, Дубна, Россия

†Институт теоретической физики Вроцлавского университета, Польша

Мы рассмотрим коллективное движение сильно возбужденной конечной ферми-системы, относительно которой предполагается, что она удерживается в связанном состоянии благодаря двухчастичному (быть может, эффективному) взаимодействию составляющих ее частиц. Кроме того, характер этого взаимодействия допускает существование в системе общего для всех частиц среднего поля. Предлагается новый подход, который, во-первых, принимает во внимание влияние на среднее поле температуры T и параметров, определяющих коллективные возбуждения системы, а во-вторых, более корректно, чем это присуще обычному тепловому приближению случайных фаз (ТПСФ), учитывает принцип Паули. Мы используем формализм термополевой динамики (ТПД) [1], который нам представляется наиболее подходящим для данной задачи.

2. ТЕРМОПОЛЕВАЯ ДИНАМИКА: КРАТКОЕ ИЗЛОЖЕНИЕ ФОРМАЛИЗМА

Формализм ТПД используется нами в том виде, как это было сделано в работах [2–5] для случая сильно возбужденных (горячих) ядер. Предположим, что нагретая система конечного числа фермионов в состоянии теплового равновесия описывается функцией распределения большого канонического ансамбля. Основная идея ТПД – построить для $T \neq 0$ формализм, обладающий преимуществами квантовой теории поля, и такой, в частности, чтобы среднее по ансамблю от некоторого оператора A при $T \neq 0$

$$\langle\langle A \rangle\rangle = \frac{1}{\text{Tr}(\exp(-H/T))} \text{Tr}[A \exp(-H/T)]$$

можно было вычислить как среднее по некоторому зависящему от T состоянию $|0(T)\rangle$, которое в дальнейшем мы будем называть тепловым вакуумом, т.е.

$$\langle\langle A \rangle\rangle = \langle 0(T) | A | 0(T) \rangle,$$

здесь H – гамильтониан системы, собственные состояния которого $|n\rangle$, а соответствующие собственные значения E_n .

Сформулированная выше цель достигается в ТПД формальным удвоением числа степеней свободы системы – введением “тильда-состояний” $|\tilde{n}\rangle$. “Тильда-состояния” – собственные состояния “тильда-гамильтониана” $\tilde{H}$ с теми же собственными значениями, что и исходные состояния $|n\rangle$, т.е. $\tilde{H}|\tilde{n}\rangle = E_n|\tilde{n}\rangle$. Любой оператор A , действующий в пространстве обычных состояний $|n\rangle$, имеет свой “тильда-образ”, действующий в пространстве состояний $|\tilde{n}\rangle$. Операция “тильда” задается следующими правилами:

$$(AB)^\sim = \tilde{A}\tilde{B}, \quad (aA + bB)^\sim = a^*\tilde{A} + b^*\tilde{B}, \quad (1)$$

где a, b – c -числа, а звездочка означает комплексное сопряжение. Операция “тильда” коммутирует с операцией эрмитова сопряжения. Обычные и “тильда-операторы” коммутируют или антикоммутируют друг с другом в зависимости от того, являются ли они бозонными или фермионными операторами. Двукратное применение операции “тильда” к одному и тому же оператору дает следующий результат: $(\tilde{\tilde{A}}) = \pm A$ (знак $(-)$ отвечает фермионному оператору A , а знак $(+)$ – бозонному).

Прямое произведение пространств обычных и “тильда-состояний” и составляет полное гильбертово пространство состояний нагретой системы. В этом пространстве оператор сдвига по оси времени – тепловой гамильтониан $\mathcal{H} = H - \tilde{H}$. Это означает, что для изучения возбужденных состояний нагретой системы нужно диагонализировать $\mathcal{H}$.

3. ПРИБЛИЖЕНИЕ СРЕДНЕГО ПОЛЯ В ТЕРМОПОЛЕВОЙ ДИНАМИКЕ

Рассмотрим находящуюся в термодинамическом равновесии систему N частиц с гамильтонианом, состоящим из кинетической энергии и двухчастичного взаимодействия:

$$H = \sum_{12} t_{12} a_1^\dagger a_2 + \frac{1}{4} \sum_{1234} V_{1234} a_1^\dagger a_2^\dagger a_4 a_3, \quad (2)$$

где $a^\dagger$, a – операторы рождения и уничтожения фермионов,

$$t_{12} = T_{12} - \lambda \delta_{12},$$

λ – химический потенциал, T_{12} – матрица кинетической энергии. Использование в ТПД усреднения по векторам из гильбертова пространства вместо усреднения по статистическому ансамблю позволяет представить гамильтониан (2) в нормальной форме, связанной с зависящим от температуры тепловым основным состоянием $|\Psi_0(T)\rangle$. Волновая функция $|\Psi_0(T)\rangle$ – это решение задачи на собственные значения [1]:

$$\mathcal{H}|\Psi_0(T)\rangle = (H - \tilde{H})|\Psi_0(T)\rangle = 0.$$

При помощи теоремы Вика для одно- и двухчастичных операторов получаются следующие выражения:

$$\begin{aligned} a_i^\dagger a_j &= \rho_{ji} + : a_i^\dagger a_j :, \\ a_1^\dagger a_2^\dagger a_4 a_3 &= \rho_{31} \rho_{42} - \rho_{41} \rho_{32} - \rho_{41} : a_2^\dagger a_3 : + \\ &+ \rho_{31} : a_2^\dagger a_4 : + \rho_{42} : a_1^\dagger a_3 : - \\ &- \rho_{32} : a_1^\dagger a_4 : + : a_1^\dagger a_2^\dagger a_4 a_3 :, \end{aligned}$$

здесь

$$\rho_{ij} = \langle a_j^\dagger a_i \rangle \quad (3)$$

– одночастичная матрица плотности, а $\langle \dots \rangle$ означает статистическое среднее (т.е. матричный элемент по тепловому основному состоянию $|\Psi_0(T)\rangle$).

Представим исходный гамильтониан в следующем виде:

$$H = h_0 + h_{11} + h_{22},$$

где

$$\begin{aligned} h_0 &= \sum_{12} t_{12} \rho_{21} + \frac{1}{2} \sum_{1234} V_{1234} \rho_{31} \rho_{42}, \\ h_{11} &= : \sum_{12} t_{12} a_1^+ a_2 + \sum_{1234} \rho_{42} a_1^+ a_3 :, \\ h_{22} &= : \frac{1}{4} \sum_{1234} V_{1234} a_1^+ a_2^+ a_4 a_3 :. \end{aligned}$$

Слагаемое h_{11} – квадратичная форма по фермионным операторам a^+ , a . Подобные квадратичные формы могут быть точно диагонализированы при помощи унитарного преобразования [6]:

$$a_l^+ = \sum_k D_{lk}^* \alpha_k^+, \quad a_l = \sum_k D_{lk} \alpha_k,$$

где $DD^+ = D^+D = I$. Операторы α_k^+ , α_k – операторы рождения и уничтожения новых фермионов (квазичастиц).

Условие диагональности h_{11} приводит к следующей системе уравнений для матричных элементов матрицы D :

$$\sum_2 \left(t_{12} + \sum_{34} V_{1234} \rho_{43} \right) D_{25} = \varepsilon_5 D_{15}, \quad (4)$$

которая должна быть дополнена условием сохранения среднего числа частиц

$$\sum_1 \rho_{11} = N. \quad (5)$$

Если отбросить слагаемое h_{22} , то оставшаяся часть гамильтониана H диагональна относительно операторов квазичастиц α_k^+ , α_k . Это стандартное приближение Хартри–Фока с зависимостью от температуры. Величины ε_i в системе уравнений (4) – энергии квазичастиц.

В таком подходе температура введена в теорию с помощью волновой функции основного состояния $|\Psi_0(T)\rangle$, которую в приближении Хартри–Фока следует отождествить с тепловым вакуумом ТПД $|0(T)\rangle$ [1–5]. Действительно, оказывается, что функция $|0(T)\rangle$ – вакуум для операторов уничтожения новых “тепловых” квазичастиц (и их “тильда-образов”) β , $\tilde{\beta}$:

$$\beta_i |0(T)\rangle = \tilde{\beta}_i |0(T)\rangle = 0.$$

Тепловые квазичастицы связаны с хартри-фоковскими квазичастицами α_k^+ , α_k и их “тильда-образами” следующим унитарным преобразованием [1]:

$$\alpha_i = x_i \beta_i + y_i \tilde{\beta}_i^+, \quad \alpha_i^+ = x_i \beta_i^+ + y_i \tilde{\beta}_i, \quad (6)$$

где

$$x_i = \sqrt{1 - n_i}, \quad y_i = \sqrt{n_i}, \quad n_i = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{\varepsilon_i}{T}\right)}.$$

Среднее значение некоторого оператора A по тепловому вакууму $|0(T)\rangle$ совпадает со средним значением этого оператора по большому каноническому ансамблю с гамильтонианом Хартри–Фока (см. раздел 1). Тепловой гамильтониан системы в приближении Хартри–Фока

$$\mathcal{H} = \sum_1 \varepsilon_1 (\alpha_1^+ \alpha_1 - \tilde{\alpha}_1^+ \tilde{\alpha}_1)$$

остается диагональным и после преобразования (6):

$$\mathcal{H} = \sum_1 \varepsilon_1 (\beta_1^+ \beta_1 - \tilde{\beta}_1^+ \tilde{\beta}_1). \quad (7)$$

В этом же приближении для одночастичной матрицы плотности справедливо выражение

$$\rho_{12} = \langle 0(T) | a_2^+ a_1 | 0(T) \rangle = \sum_k D_{2k}^* D_{1k} n_k.$$

4. УРАВНЕНИЯ САМОСОГЛАСОВАННОГО ТЕПЛОВОГО ПРИБЛИЖЕНИЯ СЛУЧАЙНЫХ ФАЗ

Перейдем к обсуждению роли взаимодействия хартри-фоковских квазичастиц. Выраженное через операторы α_k^+ , α_k взаимодействие h_{22} имеет вид

$$h_{22} = : \frac{1}{4} \sum_{1234} U_{1234} \alpha_1^+ \alpha_2^+ \alpha_4 \alpha_3 :,$$

где

$$U_{ijkl} = \sum_{1234} V_{1234} D_{1i}^* D_{2j}^* D_{3k} D_{4l}. \quad (8)$$

Тем самым полный тепловой гамильтониан системы выглядит следующим образом:

$$\mathcal{H} = : \sum_1 \varepsilon_1 (\alpha_1^+ \alpha_1 - \tilde{\alpha}_1^+ \tilde{\alpha}_1) + \frac{1}{4} \sum_{1234} U_{1234} (\alpha_1^+ \alpha_2^+ \alpha_4 \alpha_3 - \tilde{\alpha}_1^+ \tilde{\alpha}_2^+ \tilde{\alpha}_4 \tilde{\alpha}_3) :. \quad (9)$$

Чтобы найти спектр возбуждений горячей системы, следует записать гамильтониан (9) через операторы тепловых квазичастиц (6), как это было сделано выше для его хартри-фоковской части. В дальнейшем мы будем оперировать только с той частью взаимодействия h_{22} , которую учитывают в ТПСФ (см. приложение, формула (П.1)). В этом приближении сама структура $\mathcal{H}$ подсказывает нам, какие комбинации операторов тепловых квазичастиц можно использовать в качестве “строительных блоков” для конструирования волновой функции возбужденного состояния. Именно для этой цели следует взять бифермионные операторы

$$A_{12}^+ = \beta_1^+ \tilde{\beta}_2^+, \quad A_{12} = \tilde{\beta}_2 \beta_1.$$

Точный коммутатор этих операторов имеет вид

$$[A_{12}, A_{34}^+] = \delta_{13} \delta_{24} - \delta_{13} \tilde{\beta}_4^+ \tilde{\beta}_2 - \delta_{24} \beta_3^+ \beta_1. \quad (10)$$

Стандартное приближение ТПСФ состоит в том, что в правой части коммутатора оставляют только δ -символы, т.е. бифермионные операторы рассматриваются как бозонные. Мы сделаем шаг дальше и будем использовать для коммутатора (10) следующее выражение [7, 8]:

$$[A_{12}, A_{34}^+] = \delta_{13}\delta_{24}(1 - q_1 - q_2), \quad (11)$$

где q_i — c -числа:

$$\langle \beta_1^+ \beta_2 \rangle = \langle \tilde{\beta}_1^+ \tilde{\beta}_2 \rangle = \delta_{12} q_1.$$

В (11) среднее вычисляется уже не по хартри-фоковскому тепловому вакууму $|0(T)\rangle$ (такое среднее равно нулю), а по новому тепловому основному состоянию системы, которое будет определено ниже.

Подстановкой [7, 8]

$$b_{12} = \frac{A_{12}}{\sqrt{1 - q_{12}}}, \quad b_{12}^+ = \frac{A_{12}^+}{\sqrt{1 - q_{12}}},$$

где $q_{12} = q_1 + q_2$, бифермионные операторы, удовлетворяющие коммутационному соотношению (11), снова, как в ТПСФ, превращаются в бозонные:

$$[b_{12}, b_{34}^+] = \delta_{13}\delta_{24}.$$

Гармоническая часть теплового гамильтониана $\mathcal{H}$ — квадратичная форма по новым бозонным операторам b_{ik}^+, b_{ik} (см. (П.2)) и может быть точно диагонализирована при помощи преобразования Боголюбова [6]:

$$\begin{aligned} b_{12}^+ &= \sum_{\nu} \psi_{12}^{\nu} Q_{\nu}^+ + \phi_{12}^{\nu} Q_{\nu}, \\ b_{12} &= \sum_{\nu} \psi_{12}^{\nu} Q_{\nu} + \phi_{12}^{\nu} Q_{\nu}^+, \end{aligned}$$

где амплитуды ψ_{12}^{ν} и ϕ_{12}^{μ} удовлетворяют следующему условию:

$$\sum_{12} \psi_{12}^{\nu} \psi_{12}^{\mu} - \phi_{12}^{\nu} \phi_{12}^{\mu} = \delta_{\nu\mu}.$$

Поскольку операторы Q_{ν}^+, Q_{ν} (будем называть их операторами фононов) диагонализуют гамильтониан (П.2) и он приобретает вид гамильтониана системы невзаимодействующих осцилляторов с частотами ω_{ν} , волновые функции возбужденных состояний системы будут иметь вид $|\Psi_{\nu}(T)\rangle = Q_{\nu}^+ |\Psi_0(T)\rangle$, где $|\Psi_0(T)\rangle$ — тепловой фононный вакуум:

$$Q_{\nu} |\Psi_0(T)\rangle = 0.$$

Очевидно, что фононный вакуум является основным состоянием гармонического гамильтониана (П.2) с нулевой энергией. Числа заполнения тепловых квазичастиц q_i вычисляются усреднением оператора $\beta_i^+ \beta_i$ именно по этому состоянию.

Уравнения для амплитуд ψ_{12}^{ν} , ϕ_{12}^{ν} и частот ω_{ν} колебаний системы могут быть получены с помощью уравнений движения. Поскольку

$$[\mathcal{H}, Q_{\nu}^+] = \omega_{\nu} Q_{\nu}^+,$$

то имеем

$$\begin{aligned} \varepsilon_{24}\psi_{24}^\nu + \frac{1}{2} \sum_{13} U_{1234} \sqrt{1-q_{13}} \sqrt{1-q_{24}} x_2 y_4 (x_1 y_3 \phi_{13}^\nu + y_1 x_3 \psi_{31}^\nu) - \\ - \frac{1}{2} \sum_{13} U_{1234} \sqrt{1-q_{13}} \sqrt{1-q_{24}} x_4 y_2 (x_3 y_1 \phi_{13}^\nu + y_3 x_1 \psi_{31}^\nu) = \omega_\nu \psi_{24}^\nu, \\ \varepsilon_{42}\phi_{42}^\nu + \frac{1}{2} \sum_{13} U_{1234} \sqrt{1-q_{13}} \sqrt{1-q_{24}} x_4 y_2 (x_1 y_3 \phi_{13}^\nu + y_1 x_3 \psi_{31}^\nu) - \\ - \frac{1}{2} \sum_{13} U_{1234} \sqrt{1-q_{13}} \sqrt{1-q_{24}} x_2 y_4 (x_3 y_1 \phi_{13}^\nu + y_3 x_1 \psi_{31}^\nu) = -\omega_\nu \phi_{42}^\nu. \end{aligned} \quad (12)$$

Заменяя переменные $\psi_{24}^\nu, \phi_{42}^\nu$ их линейными комбинациями

$$X_{24}^\nu = \frac{1}{x_2 y_4 + y_2 x_4} (\psi_{24}^\nu - \phi_{42}^\nu), \quad Y_{24}^\nu = \frac{1}{x_2 y_4 - y_2 x_4} (\psi_{24}^\nu + \phi_{42}^\nu),$$

мы получаем для переменных X_{24}^ν, Y_{24}^ν две независимые системы уравнений:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{24} X_{24}^\nu + \frac{1}{2} \sum_{13} U_{1234} \sqrt{1-q_{13}} \sqrt{1-q_{24}} (n_1 - n_3) X_{31}^\nu = \omega_\nu X_{24}^\nu, \\ \varepsilon_{24} Y_{24}^\nu + \frac{1}{2} \sum_{13} U_{1234} \sqrt{1-q_{13}} \sqrt{1-q_{24}} (n_1 - n_3) Y_{31}^\nu = \omega_\nu Y_{24}^\nu, \end{aligned} \quad (13)$$

причем имеет место соотношение

$$X_{24}^\nu = \frac{\omega_\nu}{|\omega_\nu|} Y_{24}^\nu.$$

Система уравнений (13) связана с системой уравнений для термодинамически равновесного среднего поля (4), (5) через одночастичную матрицу плотности ρ_{ij} (3). В качестве теплового основного состояния, по которому проводится усреднение в (3), теперь следует взять фононный вакуум $|\Psi_0(T)\rangle$:

$$\rho_{12} = \langle \Psi_0(T) | a_2^\dagger a_1 | \Psi_0(T) \rangle = \sum_k D_{2k}^* D_{1k} (x_k^2 q_k + y_k^2 (1 - q_k)). \quad (14)$$

Квазичастичные числа заполнения q_i следующим образом выражаются через амплитуды фононных волновых функций и тепловые числа заполнения хартри-фоковских состояний [9]:

$$q_i = \sum_{\substack{\nu > 0 \\ k}} [(X_{ik}^\nu x_k y_i)^2 + (X_{ki}^\nu y_k x_i)^2], \quad (15)$$

здесь $\nu > 0$ означает, что суммирование проводится только по положительным решениям системы (13).

Выпишем теперь полную систему уравнений самосогласованного температурного приближения случайных фаз, объединив уравнения (4), (5) и уравнения (13)–(15):

$$\sum_2 \left[t_{12} + \sum_{345} V_{1234} D_{26}^* D_{46} (x_5^2 q_5 + y_5^2 (1 - q_5)) \right] D_{26} = \varepsilon_6 D_{16}, \quad (4')$$

$$\sum_{12} D_{12}^* D_{12} (x_2^2 q_2 + y_2^2 (1 - q_2)) = N, \quad (5')$$

$$\varepsilon_{24} X_{24}^\nu + \frac{1}{2} \sum_{13} \sum_{5678} (V_{5678} D_{51}^* D_{62}^* D_{73} D_{84}) \times \\ \times \sqrt{1 - q_{13}} \sqrt{1 - q_{24}} (n_1 - n_3) X_{31}^\nu = \omega_\nu X_{24}^\nu, \quad (13')$$

$$q_1 = \sum_{\substack{\nu > 0 \\ 2}} [(X_{12}^\nu x_2 y_1)^2 + (X_{21}^\nu y_2 x_1)^2]. \quad (15')$$

Эта система нелинейных уравнений с очевидностью демонстрирует не только зависимость среднего поля (другими словами, одночастичного движения) и параметров коллективных возбуждений от температуры, но и зависимость одночастичного движения от коллективного. Возникновение подобной зависимости представляется нетривиальным. Оно непосредственно связано с тем, что мы учли отличие основного состояния системы от теплового хартри-фоковского вакуума и наличие в этом основном состоянии виртуальных возбуждений тепловых квазичастиц. Учет таких виртуальных возбуждений приводит к появлению в уравнениях для коллективных амплитуд множителей $\sqrt{1 - q_{13}}$, $\sqrt{1 - q_{24}}$. Хотя и в обычном ТПСФ основное состояние, строго говоря, не совпадает с хартри-фоковским, ТПСФ-корреляции в основном состоянии недостаточны, для того чтобы возникла обратная связь между коллективными колебаниями и средним полем, т.к. в этом приближении $q_i = 0$. Как легко видеть, если в вышеприведенной системе сделать эту стандартную для ТПСФ подстановку (т.е. $q_i = 0$), то уравнения (4'), (5') замыкаются друг на друга, а их решение уже в качестве внешнего параметра входит в уравнение для коллективных возбуждений (13'), которое просто совпадает с уравнением ТПСФ.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Мы получили систему уравнений, согласованно описывающую одночастичное и коллективное движение в сильно возбужденной (нагретой) системе конечного числа фермионов. В нашем подходе коллективное движение в системе рассматривается более последовательно, чем в ТПСФ, в частности, учитывается влияние принципа Паули на фермионную структуру коллективных колебаний. Это приводит к возникновению зависимости среднего поля системы от параметров коллективного движения, хотя последнее, как и в ТПСФ, предполагается гармоническим. Предложенный нами метод открывает новые перспективы в изучении коллективного движения большой амплитуды в сильно возбужденных (нагретых) ядрах. В температурном самосогласованном приближении случайных фаз влияние сложных многоквартициальных конфигураций учитывается уже при построении среднего поля, т.к. принимается во внимание влияние остаточного взаимодействия хартри-фоковских квазичастиц на одночастичную матрицу плотности.

Авторы благодарны А. В. Авдеенкову за полезные обсуждения.

Настоящая работа выполнена при частичной поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант 95-02-05701) и гранта Республики Польша KBN № 2 P30201804. Один из авторов (Д. С. К.) признателен за гостеприимство Институту теоретической физики Вроцлавского университета.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Здесь мы приведем выражения для гармонической части теплового гамильтониана в терминах операторов тепловых квазичастиц β , $\tilde{\beta}$ и бозонных операторов b_{ik} , b_{ik}^+ . Переставив операторы под знаком нормального произведения, тепловой гамильтониан (9) можно переписать в следующем виде:

$$\mathcal{H} = : \sum_1 \varepsilon_1 (\alpha_1^+ \alpha_1 - \tilde{\alpha}_1^+ \tilde{\alpha}_1) + \frac{1}{4} \sum_{1234} U_{1234} (\alpha_1^+ \alpha_3 \alpha_2^+ \alpha_4 - \tilde{\alpha}_1^+ \tilde{\alpha}_3 \tilde{\alpha}_2^+ \tilde{\alpha}_4) : .$$

В терминах операторов тепловых квазичастиц оператор $\alpha_1^+ \alpha_3$ выглядит следующим образом:

$$\alpha_1^+ \alpha_3 = x_1 x_3 \beta_1^+ \beta_3 + x_1 y_3 \beta_1^+ \tilde{\beta}_3^+ + y_1 x_3 \tilde{\beta}_1 \beta_3 + y_1 y_3 \tilde{\beta}_1 \tilde{\beta}_3^+ .$$

Опустив в выражении для $\mathcal{H}$ члены, ответственные за взаимодействие коллективных возбуждений ($\sim \beta^+ \beta \beta \beta$ и $\sim \beta^+ \beta \beta^+ \beta$) [5], получим гармоническую часть теплового гамильтониана в виде

$$\mathcal{H} \simeq : \sum_1 \varepsilon_1 (\beta_1^+ \beta_1 - \tilde{\beta}_1^+ \tilde{\beta}_1) + \frac{1}{4} \sum_{1234} U_{1234} \left((x_1 y_3 \beta_1^+ \tilde{\beta}_3^+ + y_1 x_3 \tilde{\beta}_1 \beta_3) (x_2 y_4 \beta_2^+ \tilde{\beta}_4^+ + y_2 x_4 \tilde{\beta}_2 \beta_4) - (\text{t. c.}) \right) : , \quad (\text{П.1})$$

где (t. c.) означает “тильда-сопряженное” выражение.

Выразим теперь гамильтониан (П.1) через бозонные операторы b_{ik} , b_{ik}^+ . Так как фермионные пары $\beta_i^+ \beta_i$ и $\tilde{\beta}_i^+ \tilde{\beta}_i$ удовлетворяют тем же самым коммутационным соотношениям, что и операторы $\sum_k b_{ik}^+ b_{ik}$ и $\sum_k b_{ki}^+ b_{ki}$, последние можно считать их бозонными образами (в первом приближении).

Тогда для гамильтониана (П.1) получаем [10]

$$\begin{aligned} \mathcal{H} = & \sum_{12} \varepsilon_{12} b_{12}^+ b_{12} + \\ & + \frac{1}{4} \sum_{1234} U_{1234} \sqrt{1 - q_{13}} \sqrt{1 - q_{24}} \left[(x_1 y_3 b_{13}^+ + y_1 x_3 b_{31}) (x_2 y_4 b_{24}^+ + y_2 x_4 b_{42}) - \right. \\ & \left. - (x_1 y_3 b_{31}^+ + y_1 x_3 b_{13}) (x_2 y_4 b_{42}^+ + y_2 x_4 b_{24}) \right] , \end{aligned} \quad (\text{П.2})$$

где

$$\varepsilon_{12} = \varepsilon_1 - \varepsilon_2 .$$

Список литературы

- [1] *У. Умедзава, Х. Мацумото, М. Татики.* Термополевая динамика и конденсированные состояния. М.: Мир, 1985.
- [2] *T. Hatsuda.* Nucl. Phys. A. 1989. V. 492. P. 187.
- [3] *K. Tanabe.* Phys. Rev. C. 1988. V. 37. P. 2802.
- [4] *O. Civitarese, A. I. DePaoli.* Z. Phys. A. 1993. B. 344. S. 243.
- [5] *D. S. Kosov, A. I. Vdovin.* Mod. Phys. Lett. A. 1994. V. 9. P. 1735.
- [6] *Н. Н. Боголюбов, Н. Н. Боголюбов (мл.).* Введение в квантовую статистическую механику. М.: Наука, 1984.
- [7] *Ken-ji Hara.* Progr. Theor. Phys. 1964. V. 32. P. 88.
- [8] *D. J. Rowe.* Rev. Mod. Phys. 1968. V. 40. P. 1283.
- [9] *A. V. Avdeenkov, D. S. Kosov, A. I. Vdovin.* Mod. Phys. Lett. A. 1996. V. 11. P. 853.
- [10] *M. Yamamura et. al..* Progr. Theor. Phys. 1990. V. 83. P. 749.

Поступила в редакцию 11.XI.1996 г.

A. I. Vdovin, D. S. Kosov, W. Nawrocka

**SELFCONSISTENT RANDOM PHASE
APPROXIMATION FOR HOT FINITE FERMI-SYSTEMS**

By using a formalism of thermofield dynamics a new approach with the account of the influence of temperature and collective motion parameters on a mean field in hot finite Fermi-systems like atomic nuclei and metallic clusters is elaborated. Within the approach Pauli principle effects are considered in more correct way than in the standard thermal random phase approximation.