Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

А. Я. Силенко, Использование представления Фолди–Ваутхойзена в стандартной модели электрослабого взаимодействия, *ТМФ*, 1997, том 112, номер 1, 161–169

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf1036>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 3.81.55.215

26 апреля 2023 г., 13:22:51

А. Я. Силенко*

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ФОЛДИ–ВАУТХОЙЗЕНА В СТАНДАРТНОЙ МОДЕЛИ ЭЛЕКТРОСЛАБОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

Получен оператор Гамильтона в представлении Фолди–Ваутхойзена, описывающий в рамках стандартной модели электрослабое взаимодействие частиц со спином $1/2$. Исследовано взаимодействие, обусловленное нейтральными токами. Найдено операторное уравнение движения спина в электрослабом поле. Рассмотрено нарушение четности в тяжелых атомах.

1. ВВЕДЕНИЕ

Представление Фолди–Ваутхойзена (ФВ) занимает особое место в теории частиц со спином $1/2$. Это обусловлено прежде всего квазидиагональным видом оператора Гамильтона в данном представлении. В результате уравнения на спиноры ϕ, χ , составляющие биспинор $\Psi = \begin{pmatrix} \phi \\ \chi \end{pmatrix}$, разделяются. Поэтому для полного описания состояния частицы в представлении ФВ достаточно одного из спиноров. В этом случае гамильтониан двухкомпонентен. В представлении ФВ при использовании одного спинора другие операторы также двухкомпонентны, а в четырехкомпонентной форме они, как и оператор Гамильтона, имеют квазидиагональный вид.

Помимо возможности использовать только один из спиноров, к преимуществам представления ФВ относится более простой вид некоторых операторов по сравнению с представлением Дирака. Это имеет место прежде всего для оператора поляризации, который в представлении ФВ сводится к матрице $\vec{\Pi} = \beta \vec{\Sigma}$ [1], где

$$\vec{\Pi} = \begin{pmatrix} \vec{\sigma} & 0 \\ 0 & -\vec{\sigma} \end{pmatrix}, \quad \beta \equiv \gamma^0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad \vec{\Sigma} = \begin{pmatrix} \vec{\sigma} & 0 \\ 0 & \vec{\sigma} \end{pmatrix},$$

где γ^0 – дираковская матрица, $\vec{\sigma}$ – матрицы Паули, а $0, \pm 1$ обозначают соответствующие матрицы 2×2 . В других представлениях оператор поляризации неизбежно теряет свойство квазидиагональности и приобретает зависимость от импульса.

Однако широкому использованию представления ФВ долгое время мешала трудность перехода к этому представлению при описании релятивистских частиц во внешнем поле.

* Научно-исследовательский институт ядерных проблем при Белорусском государственном университете, Минск, Беларусь

Точный вид гамильтониана установлен только для нескольких частных случаев [2, 3]. В работах Сатторпа и де Гроота [4, 5] получено уравнение для гамильтониана релятивистской частицы с аномальным магнитным моментом (АММ) в электромагнитном поле, соответствующее уравнению Дирака–Паули [6] в представлении Дирака. Однако в [4, 5] не учитывались члены с производными от напряженностей поля. В работах Незнамова [7] получены результаты, которые справедливы и для случая неоднородного поля. В этих статьях учтены также члены второго порядка относительно потенциалов и напряженностей внешнего поля. В отличие от других работ в [7] использовалось импульсное представление. В статье Эриксона [3] приведен явный вид слагаемых, содержащих производные от напряженностей. Однако в [3] исследован очень частный случай взаимодействия незаряженной частицы (например, нейтрона) с электростатическим полем, а результаты, полученные в работах [7], справедливы только для частиц, не обладающих АММ ($\mu' = 0$). Необходимость учета последнего для релятивистских частиц обусловлена известным эффектом возрастания вклада АММ в гамильтониан и во вращение спина при увеличении энергии частиц.

Во всех указанных выше работах переход к представлению ФВ производился путем нахождения соответствующих унитарных преобразований, приводящих гамильтониан к диагональному виду. Перейти к этому представлению можно также с помощью операторного метода, основы которого были заложены Берестецким и Ландау [8] (позднее независимо Паули [9])¹⁾. Эквивалентность операторного метода стандартному методу перехода к представлению ФВ путем унитарных преобразований доказана в [11]. При помощи определенной модификации операторного метода в [12] было получено уравнение Дирака (Дирака–Паули) в представлении ФВ. Это уравнение было найдено для частиц с АММ, и в отличие от [4, 5] в [12] были учтены производные всех порядков от потенциалов (и, следовательно, напряженностей) поля. Полученные в [12] соотношения согласуются с результатами, найденными в [2–5].

В настоящей работе с помощью предложенного в [12] варианта операторного метода найден гамильтониан в представлении ФВ для электрослабого взаимодействия частиц со спином $1/2$, а также исследовано P -неинвариантное вращение спина релятивистских частиц и рассмотрено несохранение четности в тяжелых атомах. При этом используется стандартная модель и учитывается взаимодействие, обусловленное нейтральными токами.

2. ГАМИЛЬТониАН ЭЛЕКТРОСЛАБОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ЧАСТИЦ СО СПИНОМ $1/2$ В ПРЕДСТАВЛЕНИИ ФОЛДИ–ВАУТХОЙЗЕНА

Для учета слабого взаимодействия, переносимого нейтральными токами, к гамильтониану Дирака–Паули, описывающему частицы с АММ в электромагнитном поле, необходимо добавить члены, обусловленные обменом Z^0 -бозоном. Уравнение Дирака–Паули имеет вид²⁾

$$[\gamma^\mu (p_\mu - eA_\mu) - m + i\mu' \sigma^{\mu\nu} F_{\mu\nu}/2]\Psi = 0,$$

¹⁾Мы используем название метода, данное в [10].

²⁾Мы используем релятивистскую систему единиц ($\hbar = c = 1$).

где $\gamma^\mu = (\gamma^0, \vec{\gamma})$ – матрицы Дирака; $A^\mu = (\Phi, \vec{A})$ и $p^\mu = (\varepsilon, \vec{p})$ – четырехмерные потенциал внешнего поля и импульс частицы; $\vec{p} \equiv -i\nabla$; $F_{\mu\nu}$ – тензор электромагнитного поля; $\sigma^{\mu\nu} = (\gamma^\mu\gamma^\nu - \gamma^\nu\gamma^\mu)/2$; m – масса покоя. Если внешнее поле постоянно, то оператор $\varepsilon \equiv i\frac{\partial}{\partial t}$ можно заменить величиной полной энергии стационарных состояний частицы $\mathcal{E}$. Гамильтониан в представлении Дирака имеет вид [5]

$$H_D = \vec{\alpha}(\vec{p} - e\vec{A}) + \beta m + e\Phi + \mu'(-\vec{\Pi}\vec{H} + i\vec{\gamma}\vec{E}),$$

где $\vec{\alpha} = \gamma^0\vec{\gamma}$; $\vec{E}$ и $\vec{H}$ – электрический и магнитный векторы напряженности внешнего поля. К этому гамильтониану необходимо добавить гамильтониан слабого взаимодействия. Для взаимодействия, переносимого нейтральными токами, в приближении малого переданного импульса гамильтониан частицы, взаимодействующей с частицами вещества, которые мы считаем неподвижными, в рамках стандартной модели имеет вид [13, 14]

$$H_{\text{PNC}} = -\frac{G}{\sqrt{2}}(C_1\gamma^5 + C_2\vec{\sigma}'\vec{\alpha})n(\vec{r}), \quad (1)$$

где G – константа Ферми; $\vec{\sigma}'$ – матрицы Паули для частиц вещества; $n(\vec{r})$ – плотность частиц вещества, в общем случае являющаяся суперпозицией δ -функций. При взаимодействии с ядрами $n(\vec{r})$ характеризует плотность нуклонов определенного вида, а $\vec{\sigma}'$ следует заменить спином ядра. Коэффициенты C_1 , C_2 различны для различных пар взаимодействующих частиц. Гамильтонианы типа (1), соответствующие взаимодействию с различными частицами вещества, необходимо суммировать. Знаки в формуле (1) зависят от определения коэффициентов C_1 и C_2 и матрицы γ^5 . В настоящей работе принимается, что

$$\gamma^5 = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Как и в [12], здесь используется приближение слабого поля, когда энергия взаимодействия мала по сравнению с полной энергией частицы $\mathcal{E}$, включающей энергию покоя ($|W_{\text{int}}| \ll \mathcal{E}$). Суммарный гамильтониан электрослабого взаимодействия записывается следующим образом:

$$H = H_D + H_{\text{PNC}}. \quad (2)$$

В развернутой форме записи уравнение (2) имеет вид

$$\begin{aligned} \varepsilon\phi &= (m + e\Phi - \mu'\vec{\sigma}\vec{H})\phi + \left[\vec{\sigma}\vec{\pi} + i\mu'\vec{\sigma}\vec{E} + \frac{G}{\sqrt{2}}(C_1 - C_2\vec{\sigma}\vec{\sigma}')n(\vec{r})\right]\chi, \\ \varepsilon\chi &= (-m + e\Phi + \mu'\vec{\sigma}\vec{H})\chi + \left[\vec{\sigma}\vec{\pi} - i\mu'\vec{\sigma}\vec{E} + \frac{G}{\sqrt{2}}(C_1 - C_2\vec{\sigma}\vec{\sigma}')n(\vec{r})\right]\phi. \end{aligned}$$

Исключая спиноры противоположной четности, находим

$$\begin{aligned} \varepsilon\phi &= (m + e\Phi - \mu'\vec{\sigma}\vec{H} + A_1U^{-1}A_2)\phi, \\ \varepsilon\chi &= (-m + e\Phi + \mu'\vec{\sigma}\vec{H} + A_2T^{-1}A_1)\chi, \\ A_1 &= \vec{\sigma}\vec{\pi} + i\mu'\vec{\sigma}\vec{E} + \frac{G}{\sqrt{2}}(C_1 - C_2\vec{\sigma}\vec{\sigma}')n(\vec{r}), \\ A_2 &= \vec{\sigma}\vec{\pi} - i\mu'\vec{\sigma}\vec{E} + \frac{G}{\sqrt{2}}(C_1 - C_2\vec{\sigma}\vec{\sigma}')n(\vec{r}) = A_1^\dagger. \end{aligned} \quad (3)$$

Связь между спинорами дается уравнениями

$$\begin{aligned}\phi &= T^{-1} A_1 \chi = R \chi, & \chi &= U^{-1} A_2 \phi = Q \phi, \\ U &= \varepsilon + m - e\Phi - \mu' \vec{\sigma} \vec{H}, & T &= \varepsilon - m - e\Phi + \mu' \vec{\sigma} \vec{H}, & \vec{\pi} &= \vec{p} - e\vec{A}.\end{aligned}\quad (4)$$

Используем следующую формальную запись первого из уравнений (3) (напряженности поля выражаются через коммутатор операторов A^μ и $\vec{p}$):

$$\varepsilon \phi = H_0(\varepsilon, A^\mu, \vec{p}) \phi \equiv H_0 \phi, \quad (5)$$

где H_0 — обозначение некоторого двухкомпонентного оператора, который, как следует из (3), эрмитов. Оператор H_0 не является оператором Гамильтона, поскольку зависит от ε . Одной из характерных черт операторного метода является введение двухкомпонентного спинора ψ , переходящего в нерелятивистском приближении в ϕ , но в отличие от последнего нормированного на единицу. Поскольку биспинор Ψ также нормирован на единицу, можно записать следующую цепочку равенств:

$$\int \Psi^\dagger \Psi dV = \int (\phi^\dagger \phi + \chi^\dagger \chi) dV = \int \phi^\dagger (1 + Q^\dagger Q) \phi dV = \int \psi^\dagger \psi dV = 1. \quad (6)$$

Записывая

$$\int \phi^\dagger P^\dagger P \phi dV = 1,$$

где P — некоторый неунитарный оператор, связь между спинорами ψ и ϕ можно аналогично [10, 12, 15] представить следующим образом:

$$\psi = P \phi, \quad P^\dagger P = 1 + Q^\dagger Q = 1 + A_1 U^{-2} A_2. \quad (7)$$

Как и в [12], будем в дальнейшем рассматривать стационарные состояния частицы, когда энергия постоянна и равна $\mathcal{E}$. Уравнение (7) показывает наличие некоторого произвола в выборе вида оператора P . Аналогично [12] нетрудно показать, что оператор P в используемом здесь приближении слабого поля удовлетворяет соотношению

$$P = \sqrt{\frac{2\mathcal{E}}{\mathcal{E} + m}} (1 + \gamma), \quad (8)$$

где γ — малый оператор. Отмеченный выше произвол в выборе оператора P позволяет выбрать такое представление, в котором оператор γ эрмитов ($\gamma = \gamma^\dagger$). Как показано в [12], если ввести оператор H , удовлетворяющий уравнению $H\psi = \mathcal{E}\psi$, но зависящий, вообще говоря, от $\mathcal{E}$, то для него справедливо следующее операторное уравнение:

$$H = \frac{1}{2} [P H_0 P^{-1} + P^{-1\dagger} H_0 P^\dagger].$$

При $\gamma = \gamma^\dagger$ с помощью формулы (8) находим

$$H = H_0 = m + e\Phi - \mu' \vec{\sigma} \vec{H} + A_1 U^{-1} A_2. \quad (9)$$

Формула (9) определяет гамильтониан только неявным образом, поскольку U зависит от $\mathcal{E}$. Однако она дает возможность построить уравнение для собственных значений оператора энергии и собственных волновых функций в стационарных состояниях. После преобразований, аналогичных произведенным в работе [12], находим

$$\begin{aligned} \mathcal{E}^2 \psi = & \left\{ \vec{\pi}^2 + m^2 + 2\mathcal{E}e\Phi + \left(\frac{\mu_0 m}{\mathcal{E} + m} + \mu' \right) (\Delta\Phi - 2\vec{\sigma}[\vec{E}\vec{p}]) - \right. \\ & - 2(\mu_0 m + \mu' \mathcal{E})\vec{\sigma}\vec{H} + \frac{\mu'}{\mathcal{E} + m} \left[(\vec{H}\vec{p})(\vec{\sigma}\vec{p}) + (\vec{\sigma}\vec{p})(\vec{p}\vec{H}) + \right. \\ & \left. \left. + (\nabla \times \vec{H} \cdot \vec{p}) + \frac{1}{2}(\vec{\sigma} \cdot \nabla \times \nabla \times \vec{H}) \right] + \frac{G}{\sqrt{2}}w \right\} \psi, \\ w = & C_1 \{ \vec{\sigma}\vec{p}, n(\vec{r}) \}_+ - C_2 \{ \vec{\sigma}'\vec{p}, n(\vec{r}) \}_+ + iC_2 [\vec{\sigma}\vec{\sigma}'] [\vec{p}, n(\vec{r})], \end{aligned} \quad (10)$$

где $\mu_0 = e/2m$. Это уравнение при $C_1 = C_2 = 0$ соответствует полученному в [12]. Полагая также в уравнении (10) $\Phi = 0$, $\vec{E} = 0$, $\mu' = 0$ или $\vec{A} = 0$, $\vec{H} = 0$, $\mu_0 = 0$ и производя формальное извлечение корня из операторов, приходим к формулам, полученным в [2] и [3], соответственно³⁾.

Для нахождения оператора Гамильтона нужно разрешить (10) относительно $\mathcal{E}$ с точностью до членов первого порядка относительно потенциалов поля и их производных. После этого в малых членах следует заменить $\mathcal{E}$ на $\epsilon' = \sqrt{\vec{\pi}^2 + m^2}$. Появление антикоммутаторов $\{ \dots, \dots \}_+$ является следствием того, что оператор H эрмитов:

$$\begin{aligned} H\psi = & \left\{ \epsilon' + e\Phi + \frac{1}{4} \left\{ \left(\frac{\mu_0 m}{\epsilon' + m} + \mu' \right) \frac{1}{\epsilon'}, (\Delta\Phi - 2\vec{\sigma}[\vec{E}\vec{p}]) \right\}_+ - \right. \\ & - \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{\mu_0 m}{\epsilon'} + \mu' \right), \vec{\sigma}\vec{H} \right\}_+ + \frac{\mu'}{4} \left\{ \frac{1}{\epsilon'(\epsilon' + m)}, \left[(\vec{H}\vec{p})(\vec{\sigma}\vec{p}) + (\vec{\sigma}\vec{p})(\vec{p}\vec{H}) + \right. \right. \\ & \left. \left. + (\nabla \times \vec{H} \cdot \vec{p}) + \frac{1}{2}(\vec{\sigma} \cdot \nabla \times \nabla \times \vec{H}) \right] \right\}_+ + \frac{G}{4\sqrt{2}} \left\{ \frac{1}{\epsilon'}, w \right\}_+ \right\} \psi = \mathcal{E}\psi. \end{aligned} \quad (11)$$

Формулы (10), (11) согласуются с приведенными в [12] при пренебрежении слабым взаимодействием. P -нечетное слагаемое, не зависящее от спина частицы вещества $\vec{\sigma}'$, совпадает с полученным в [16]. В нерелятивистском приближении ($\epsilon' \cong m$) P -неинвариантная часть гамильтониана (11) переходит в известное выражение для гамильтониана слабого взаимодействия, обусловленного нейтральными токами [13, 14].

Следуя работе [12], можно вывести выражение для четырехкомпонентного гамильтониана в представлении ФВ $\mathcal{H}$, вводя второй спинор ζ с четностью, противоположной четности ψ . Приведем окончательное выражение

$$\begin{aligned} \mathcal{H} = & \beta\epsilon' + e\Phi + \frac{1}{4} \left\{ \left(\frac{\mu_0 m}{\epsilon' + m} + \mu' \right) \frac{1}{\epsilon'}, (\Delta\Phi - 2\vec{\Sigma}[\vec{E}\vec{p}]) \right\}_+ - \\ & - \frac{1}{2}\beta \left\{ \left(\frac{\mu_0 m}{\epsilon'} + \mu' \right), \vec{\Sigma}\vec{H} \right\}_+ + \frac{\mu'}{4}\beta \left\{ \frac{1}{\epsilon'(\epsilon' + m)}, \left[(\vec{H}\vec{p})(\vec{\Sigma}\vec{p}) + (\vec{\Sigma}\vec{p})(\vec{p}\vec{H}) + \right. \right. \\ & \left. \left. + (\nabla \times \vec{H} \cdot \vec{p}) + \frac{1}{2}(\vec{\Sigma} \cdot \nabla \times \nabla \times \vec{H}) \right] \right\}_+ + \frac{G}{4\sqrt{2}}\beta \left\{ \frac{1}{\epsilon'}, W \right\}_+ \Bigg\}, \\ W = & C_1 \{ \vec{\Sigma}\vec{p}, n(\vec{r}) \}_+ - C_2 \{ \vec{\sigma}'\vec{p}, n(\vec{r}) \}_+ + iC_2 [\vec{\Sigma}\vec{\sigma}'] [\vec{p}, n(\vec{r})]. \end{aligned} \quad (12)$$

³⁾ В используемом нами приближении слабого поля можно пренебречь величиной $\vec{E}^2$.

При пренебрежении слабым взаимодействием эта формула переходит в формулу, полученную в [12]. Для однородного внешнего поля, когда производные от напряженностей равны нулю, формула (12) согласуется с найденной в [4, 5].

3. ВРАЩЕНИЕ СПИНА ЧАСТИЦЫ В ЭЛЕКТРОСЛАБОМ ПОЛЕ

Полученное выражение для гамильтониана электрослабого взаимодействия позволяет рассчитать вращение спина частицы в электрослабом поле. Этот вопрос представляет большой интерес, поскольку при движении частицы в изотропном веществе только слабое взаимодействие, приводящее к P -неинвариантному вращению спина, приводит к отличному от нуля значению среднего угла поворота. При этом спин вращается вокруг направления импульса. Подобные задачи ранее решались только методами теории рассеяния [17, 18]. Однако в работе [19] был предложен подход, позволяющий с помощью операторного уравнения движения спина определить средний угол поворота спина, измеряемый экспериментально. Этот подход заключается во введении оператора угловой скорости прецессии спина $\vec{\Omega}$. Данный оператор определяется из уравнения

$$\frac{d\vec{O}}{dt} = [\vec{\Omega}\vec{O}],$$

где $\vec{O}$ — оператор поляризации, в представлении ФВ совпадающий с матрицей $\vec{\Pi}$. Операторное уравнение движения спина находится путем коммутации оператора поляризации с гамильтонианом:

$$\frac{d\vec{\Pi}}{dt} = i[\mathcal{H}, \vec{\Pi}]. \quad (13)$$

Средние значения компонент оператора $\vec{\Omega}$ определяют средние углы поворота спина Φ_i ($i = x, y, z$) за единицу времени вокруг соответствующих осей:

$$\langle \Omega_i \rangle = \int \Psi^\dagger \Omega_i \Psi dV = d\Phi_i/dt.$$

Поскольку скорость v частицы, движущейся в веществе, можно считать приблизительно постоянной, то в этом случае угол поворота спина на единицу длины пройденного расстояния равен

$$\frac{d\Phi_i}{dl} = \frac{1}{v} \frac{d\Phi_i}{dt}.$$

При исследовании спиновых эффектов наиболее ярко проявляются достоинства представления ФВ. Оператор поляризации (т.е. матрица $\vec{\Pi}$) имеет очень простой вид по сравнению с оператором поляризации в представлении Дирака (см. [1]). Поэтому нахождение уравнения движения спина в представлении ФВ значительно проще, чем получение аналогичного уравнения в представлении Дирака (см. [20]).

Уравнение (12) можно несколько преобразовать, используя соотношение

$$\nabla \times \nabla \times \vec{H} = \vec{H}p^2 + p^2\vec{H} - \vec{p}(\vec{p}\vec{H}) - (\vec{H}\vec{p})\vec{p} - [\vec{p}\vec{H}]\vec{p} - [\vec{p}[\vec{H}\vec{p}]]. \quad (14)$$

С помощью преобразованного уравнения (12) и формулы (13) находим следующее операторное уравнение движения спина:

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{\Pi}}{dt} = & \left\{ \left(\frac{\mu_0 m}{\epsilon' + m} + \mu' \right) \frac{1}{\epsilon'}, [\vec{\Pi}[\vec{E}\vec{p}]] \right\}_+ + \left\{ \left(\frac{\mu_0 m}{\epsilon'} + \mu' \right), [\vec{\Sigma}\vec{H}] \right\}_+ - \\ & - \frac{\mu'}{4} \left\{ \frac{1}{\epsilon'(\epsilon' + m)}, \left([\vec{\Sigma}\vec{H}]p^2 + p^2[\vec{\Sigma}\vec{H}] + (\vec{H}\vec{p})[\vec{\Sigma}\vec{p}] + \right. \right. \\ & \left. \left. + [\vec{\Sigma}\vec{p}](\vec{p}\vec{H}) - [\vec{\Sigma}[\vec{p}\vec{H}]\vec{p}] - [\vec{\Sigma}[\vec{p}[\vec{H}\vec{p}]]] \right) \right\}_+ - \\ & - \frac{G}{2\sqrt{2}} \left\{ \frac{1}{\epsilon'}, \left(C_1 \{ [\vec{\Sigma}\vec{p}], n(\vec{r}) \}_+ + C_2 [\vec{\Sigma}[\vec{\sigma}' \cdot \nabla n(\vec{r})]] \right) \right\}_+. \end{aligned} \quad (15)$$

Отсюда получаем выражение для оператора угловой скорости прецессии:

$$\begin{aligned} \vec{\Omega} = & - \left\{ \left(\frac{\mu_0 m}{\epsilon' + m} + \mu' \right) \frac{1}{\epsilon'}, [\vec{E}\vec{p}] \right\}_+ - \beta \left\{ \left(\frac{\mu_0 m}{\epsilon'} + \mu' \right), \vec{H} \right\}_+ + \\ & + \frac{\mu'}{4} \beta \left\{ \frac{1}{\epsilon'(\epsilon' + m)}, \left(\vec{H}p^2 + p^2\vec{H} + (\vec{H}\vec{p})\vec{p} + \vec{p}(\vec{p}\vec{H}) - [\vec{p}\vec{H}]\vec{p} - [\vec{p}[\vec{H}\vec{p}]] \right) \right\}_+ + \\ & + \frac{G}{2\sqrt{2}} \beta \left\{ \frac{1}{\epsilon'}, \left(C_1 \{ \vec{p}, n(\vec{r}) \}_+ + C_2 [\vec{\sigma}' \cdot \nabla n(\vec{r})] \right) \right\}_+. \end{aligned} \quad (16)$$

При пренебрежении слабым взаимодействием операторное уравнение движения спина (15) находится в соответствии с классическим уравнением Баргманна–Мишеля–Теллеги и с операторным уравнением движения спина, полученным в [20] для представления Дирака. В формуле (14) работы [12] была допущена неточность, вследствие чего имеется неточность и в приведенном там уравнении движения спина. При движении частицы в изотропной среде в правой части формулы (15) отлично от нуля только одно слагаемое:

$$\frac{d\vec{\Pi}}{dt} = - \frac{G}{2\sqrt{2}} C_1 \left\{ \frac{1}{\epsilon'}, \{ [\vec{\Sigma}\vec{p}], n(\vec{r}) \}_+ \right\}_+. \quad (17)$$

Формула (17) совпадает с полученной в [16] и описывает вращение спина вокруг направления импульса. В частном случае вращения спина нерелятивистских нейтронов при прохождении через вещество, обусловленного взаимодействием с атомными электронами, уравнение (17) согласуется с формулой, полученной в [21] методами теории рассеяния.

Отметим, что, поскольку в представлении ФВ для полного описания состояния частицы достаточно одного спинора, для практических расчетов удобнее ограничиться использованием одного спинора ψ . В этом случае в формулах (12), (13), (15)–(17) следует заменить $\vec{\Sigma} \rightarrow \vec{\sigma}$, $\vec{\Pi} \rightarrow \vec{\sigma}$, $\beta \rightarrow 1$.

4. НЕСОХРАНЕНИЕ ЧЕТНОСТИ ДЛЯ ТЯЖЕЛЫХ АТОМОВ

Как известно [14], при описании несохранения четности в тяжелых атомах необходимо учитывать релятивистские эффекты. Для рассматриваемой задачи существенным

является поведение волновой функции вблизи ядра, а для тяжелых ядер, обладающих достаточно большим зарядом, движение электронов вблизи ядра является релятивистским. В [14] использовалось представление Дирака. Однако свои преимущества здесь имеет и представление ФВ.

Поскольку сверхтонким взаимодействием можно пренебречь, то задача сводится к описанию движения электрона в электростатическом поле, которое можно считать центрально-симметричным с потенциалом $\Phi(r)$. Уравнение (10) в этом случае приобретает вид

$$\mathcal{E}^2 \psi = \left\{ \vec{p}^2 + m^2 + 2\mathcal{E}e\Phi + \left(\frac{\mu_0 m}{\mathcal{E} + m} + \mu' \right) (\Delta\Phi - 2\vec{\sigma}[\vec{E}\vec{p}]) + \frac{G}{\sqrt{2}}w \right\} \psi, \quad (18)$$

где

$$w = C_1 \{ \vec{\sigma} \vec{p}, n(r) \}_+ - C_2 \{ \vec{\sigma}' \vec{p}, n(r) \}_+ + C_2 [\vec{\sigma} \vec{\sigma}'] \frac{d}{dr} n(r). \quad (19)$$

В (18) $\Delta\Phi = -4\pi\rho(r)$, где $\rho(r)$ – суммарная плотность зарядов любых знаков, в то время как в (19) $n(r)$ – плотность числа частиц определенного вида (электронов, протонов или нейтронов), и для них в этой формуле необходимо произвести суммирование с различными C_1, C_2 .

В уравнении (18) в отличие от соответствующих уравнений, приведенных в [14], используется один спинор. В нулевом приближении (без P -нечетных членов) уравнение (18) похоже на нерелятивистское уравнение для электрона в поле ядра и атомных электронов, что упрощает его решение. Использование уравнения (18) может облегчить исследование P -нечетных эффектов в тяжелых атомах.

5. ВЫВОODY

В настоящей работе определен оператор Гамильтона в представлении ФВ, соответствующий стандартной модели и характеризующий электрослабое взаимодействие частиц со спином $1/2$. Использование представления ФВ имеет определенные преимущества, особенно для описания поляризации частиц. Слабое взаимодействие, обусловленное нейтральными токами, характерно для процессов с участием лептонов. Полученные здесь результаты могут, в частности, использоваться в теории рассеяния и при исследовании прохождения таких частиц через вещество. Представление ФВ может быть успешно использовано для изучения P -нечетных эффектов в тяжелых атомах. В последнем случае существенны релятивистские эффекты, которые учитываются в приведенных выше уравнениях. Используемый здесь подход можно применять и для описания слабого взаимодействия, переносимого $W^\pm$ -бозонами, а также легкими мезонами (для нуклон-нуклонного взаимодействия).

Выражение для гамильтониана использовано для нахождения операторного уравнения движения спина частиц в электрослабом поле. Это уравнение может использоваться в теории рассеяния и при исследовании прохождения частиц через вещество. Представление ФВ весьма удобно для описания таких явлений.

Список литературы

- [1] *D. M. Fradkin, R. N. Good.* Rev. Mod. Phys. 1961. V. 33. P. 343.
- [2] *K. M. Case.* Phys. Rev. 1954. V. 95. № 5. P. 1323.
- [3] *E. Eriksen.* Phys. Rev. 1958. V. 111. № 3. P. 1011–1016.
- [4] *L. G. Suttorp, S. R. de Groot.* Nuovo Cimento A. 1970. V. 65. P. 245.
- [5] *C. P. de Groot, Л. Г. Самморн.* Электродинамика. М.: Наука, 1982.
- [6] *W. Pauli.* Rev. Mod. Phys. 1941. V. 13. P. 203.
- [7] *В. П. Незнамов.* ВАНТ. Сер. теор. прикл. физ. 1988. Вып. 2. С. 21; 1989. Вып. 1. С. 3; 1990. Вып. 1. С. 30.
- [8] *В. Б. Берестецкий, Л. Д. Ландау.* ЖЭТФ. 1949. Т. 19. С. 673.
- [9] *W. Pauli.* Handbuch der Physik. Bd. 5/1. Ed. D. Flugge. Berlin–N.Y.: Springer-Verlag, 1958.
- [10] *S. Stephani.* Ann. d. Phys. 1965. V. 15. P. 12.
- [11] *E. de Vries, J. E. Jonker.* Nucl. Phys. B. 1968. V. 6. P. 213.
- [12] *А. Я. Силенко.* ТМФ. 1995. Т. 105. № 1. С. 46.
- [13] *Ю. Комминс, Ф. Буксбаум.* Слабые взаимодействия лептонов и кварков. М.: Энергоатомиздат, 1987.
- [14] *И. Б. Хриплович.* Несохранение четности в атомных явлениях. М.: Наука, 1988.
- [15] *В. Б. Берестецкий, Е. М. Лифишиц, Л. П. Питаевский.* Квантовая электродинамика. М.: Наука, 1989.
- [16] *А. Я. Силенко.* Поверхность. 1995. № 11. С. 91; Nucl. Instr. Methods B. 1996. V. 114. P. 259.
- [17] *Р. А. Крупчицкий.* Фундаментальные исследования с поляризованными медленными нейтронами. М.: Энергоатомиздат, 1985.
- [18] *В. Г. Барышевский.* Ядерная оптика поляризованных сред. М.: Энергоатомиздат, 1995.
- [19] *А. Я. Силенко.* ЖЭТФ. 1995. Т. 107. В. 4. С. 1240.
- [20] *И. М. Тернов, В. Р. Хамитов, О. С. Павлова.* Изв. вузов. Физика. 1978. № 2. С. 89.
- [21] *L. Stodolsky.* Phys. Lett. B. 1974. V. 50. P. 352.

Поступила в редакцию 7.VIII.1996 г.,
после доработки 24.XII.1996 г.

A. J. Silenko

**FOLDY–WOUTHUYSEN REPRESENTATION
IN STANDARD MODEL OF ELECTROWEAK INTERACTION**

The Hamiltonian operator in the Foldy–Wouthuysen representation describing the electroweak interaction of relativistic spin-1/2 particles in the standard model is obtained. The weak interaction caused by neutral currents is studied. The operator equation describing the particle spin motion in electroweak field is found. The parity nonconservation in heavy atoms is considered.