Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

А. Э. Филиппов, Крупномасштабная структура флуктуирующего поля вблизи
спинодали, *ТМФ*, 1997, том 113, номер 3, 438–447

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf1091>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и
согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.209.52.79

26 апреля 2023 г., 15:25:28

А.Э. Филиппов*

КРУПНОМАСШТАБНАЯ СТРУКТУРА ФЛУКТУИРУЮЩЕГО ПОЛЯ ВБЛИЗИ СПИНОДАЛИ

Рассмотрена кинетика процесса упорядочения скалярного флуктуирующего поля вблизи границы лабильности фазового перехода первого рода. Обнаружено, что при определенных условиях в системе может формироваться долгоживущая крупномасштабная структура, аналогичная фрактальной структуре, возникающей в критической области фазового перехода второго рода. Отмечено, что при развитии неустойчивости этой структуры в системе должны появляться цепочки и плотные локальные группы зародышей, подобные наблюдаемым в реальных системах. Результаты сопоставлены с предсказанной ранее разными авторами в рамках термодинамического ренормгруппового описания возможностью флуктуационного индуцирования непрерывных фазовых переходов.

ВВЕДЕНИЕ

Одним из принципиальных вопросов физики фазовых переходов является вопрос о структуре крупномасштабной флуктуации, появление которой стимулирует переход всей макроскопической системы в новую упорядоченную фазу. Традиционно такой флуктуацией считали сферический зародыш некоторого диаметра (критический зародыш), определяемого из условия экстремума минимальной работы, которую необходимо затратить на образование этого зародыша [1–3]. Такое описание было вполне приемлемым в рамках приближенной аналитической термодинамики и давало удовлетворительную оценку вероятности образования зародыша.

На протяжении последних десятилетий динамика упорядочения при фазовых переходах и фазовой сепарации находится под пристальным вниманием исследователей. Развитие вычислительных возможностей существенно снижает степень огрубления задачи, необходимую для ее количественного описания. Как правило, такое огрубление состоит в переходе от исходной многочастичной динамической задачи о движении ансамбля взаимодействующих подсистем к континуальному описанию на базе коллективных полей [4–8].

Современный уровень вычислительной техники делает принципиально возможным прямое моделирование достаточно сложных систем с дальнотдействующим взаимодействием, что позволяет обнаружить те структурные особенности этих систем, которые бы-

* Донецкий физико-технический институт Национальной академии наук Украины, Донецк, Украина

ли утеряны при огрубленном описании. Недавно, например, было выполнено компьютерное моделирование фазовой сепарации и спинодального распада в простых и бинарных жидкостях [9–12], численно получены дипольные цепочки [13–15], промоделированы кристаллизация молекулярных жидкостей [16, 17] и кристаллизация вихрей в двумерной турбулентности [18–20].

Вместе с тем нетривиальные результаты компьютерных вычислений методами молекулярной динамики стимулируют поиски аналогичных результатов кинетическими методами, основанными на анализе континуальных полей. Этот промежуточный уровень описания дает возможность выполнить некоторые расчеты аналитически и понять сущность моделируемых явлений.

1. ЗАРОДЫШИ НОВОЙ ФАЗЫ И ФЛУКТУАЦИИ

В феноменологической теории эволюция параметра порядка в неравновесных системах описывается обобщенным уравнением Гинзбурга–Ландау [3, 21–23]

$$\partial\varphi(\mathbf{r}, t)/\partial t = -\gamma(\delta H[\varphi(\mathbf{r}, t)]/\delta\varphi), \quad (1)$$

где H – функционал Гинзбурга–Ландау, γ – положительный кинетический коэффициент, $\varphi(\mathbf{r}, t)$ – поле параметра порядка. В недавних работах [24–29] была рассмотрена кинетика образования зародышей и роста доменов новой фазы в двух- и трехмерных системах с функционалами Гинзбурга–Ландау общего вида

$$H[\varphi(\mathbf{r})] = \int d\mathbf{r} \left[(\nabla\varphi(\mathbf{r}))^2/2 + f(\varphi(\mathbf{r})) \right] = \int d\mathbf{r} F(\varphi(\mathbf{r})). \quad (2)$$

Локальная плотность свободной энергии для широкого круга задач (например, для бинарных растворов, одноосных магнетиков, мартенситов и т.д. [4–8, 30–33]) может быть сведена [1, 2, 5] к двум стандартным разложениям

$$f(\varphi(\mathbf{r})) = \tau\varphi(\mathbf{r})^2/2 - 2\alpha\varphi(\mathbf{r})^3/3 + \beta\varphi(\mathbf{r})^4/4, \quad (3)$$

$$f(\varphi(\mathbf{r})) = \tau\varphi(\mathbf{r})^2/2 - \alpha\varphi(\mathbf{r})^4/4 + \beta\varphi(\mathbf{r})^6/6 \quad (4)$$

по единственной (скалярной) комбинации $\varphi(\mathbf{r})$ из компонент параметра порядка. Для положительных постоянных τ , α и β , удовлетворяющих условию $\tau\beta < \alpha^2$, функции $f(\varphi(\mathbf{r}))$ имеют метастабильный минимум при $\varphi(\mathbf{r}) = \varphi_0 = 0$ и энергетически выгодные значения при $\varphi_+ = [\alpha + (\alpha^2 - \tau\beta)^{1/2}]/2$ для (3) и $\varphi_+^2 = [\alpha + (\alpha^2 - \tau\beta)^{1/2}]/\beta$ для (4).

Зародыши формируются из флуктуаций, которые в кинетическом подходе генерируются включением в уравнение (1) гауссова источника $\zeta(\mathbf{r}, t)$:

$$\langle\zeta(\mathbf{r}, t)\rangle = 0, \quad \langle\zeta(\mathbf{r}, t)\zeta(\mathbf{r}', t')\rangle = D\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}')\delta(t - t'). \quad (5)$$

Разные варианты модифицированного уравнения

$$\partial\varphi(\mathbf{r}, t)/\partial t = -\gamma(\delta H[\varphi(\mathbf{r}, t)]/\delta\varphi) + \zeta(\mathbf{r}, t) \quad (6)$$

интенсивно использовались для моделирования локализованных нелинейных возбуждений и образования зародышей [21–42]. В частности, было установлено [24, 25], что критические зародыши новой фазы возникают из низкоразмерных складок плотности флуктуирующего поля, причем критическая конфигурация параметра порядка не имеет определенной формы, а плотность $\varphi(\mathbf{r})$ в ее максимуме может быть существенно ниже равновесного параметра порядка $\varphi_0(\mathbf{r})$. Фактически такая складка есть частный случай крупномасштабной (мезоскопической) флуктуации.

Несмотря на формально различную термодинамику кинетика фазовых переходов первого и второго родов оказывается близкой. В частности, ниже точки перехода $T < T_c$ в обоих случаях рост новой фазы происходит через разрастание соответствующих доменов [41, 42]. При фазовых переходах второго рода также происходит формирование крупномасштабной структуры из долгоживущих зародышеподобных нелинейных возбуждений [43, 44]. Их формальное описание [43] базируется на учете перенормировки затравочной свободной энергии флуктуациями.

Ниже при описании крупномасштабной структуры флуктуирующего поля вблизи спинодали также будет использована схема перенормировки затравочной свободной энергии, близкая той, которая применяется в критической области. Поэтому остановимся на этом подходе несколько подробнее.

Хотя затравочная форма локальной плотности свободной энергии может быть записана в традиционной для непрерывных переходов редуцированной форме $f(\varphi(\mathbf{r})) = \tau\varphi(\mathbf{r})^2/2 + \beta\varphi(\mathbf{r})^4/4$, эффективная свободная энергия в критической области является решением уравнения ренормализационной группы (РГ) в неподвижной точке [45–47] и не может быть редуцирована к конечному числу членов разложения. Более того, локальная часть энергии $f_{\text{eff}}(\varphi(\mathbf{r})) = \tau_{\text{eff}}\varphi(\mathbf{r})^2/2 + \beta_{\text{eff}}\varphi(\mathbf{r})^4/4 + \dots$ содержит вклады от генерируемых в критической области нелокальностей. Точное уравнение РГ для функционала

$$\begin{aligned} H_I[\varphi] &= H[\varphi] - \int d\mathbf{r} (\nabla\varphi(\mathbf{r}))^2/2 \rightarrow \\ &\rightarrow H[\varphi] - \int d\mathbf{q} G_0^{-1}(\mathbf{q})|\varphi(\mathbf{q})|^2/[2(2\pi)^d] \end{aligned} \quad (7)$$

$(\int_{\mathbf{q}} G_0^{-1}(\mathbf{q})|\varphi(\mathbf{q})|^2/2 \equiv \int_{\mathbf{q}} \mathbf{q}^2 S(\mathbf{q})|\varphi(\mathbf{q})|^2/2$, а фактор $S(\mathbf{q})$ обеспечивает гладкое обрезание интегралов по импульсам при $|\mathbf{q}| \rightarrow \infty$ [45, 46]) записывается в вариационных производных следующим образом:

$$\begin{aligned} \partial H_I[\varphi(\mathbf{q})]/\partial l &= V \int_{\mathbf{q}} \eta(\mathbf{q})/2 + \\ &+ \int_{\mathbf{q}} [(d+2-\eta(\mathbf{q}))\varphi(\mathbf{q})/2 + \mathbf{q}\varphi(\mathbf{q})(\nabla_{\mathbf{q}}\varphi(\mathbf{q}))] \delta H_I[\varphi(\mathbf{q})]/\delta\varphi(\mathbf{q}) - \\ &- \int_{\mathbf{q}} G_0^{-1}(\mathbf{q})\eta(\mathbf{q})|\varphi(\mathbf{q})|^2/2 - dV(\partial H_I/\partial V) + \\ &+ \int_{\mathbf{q}} dS(\mathbf{q})/d\mathbf{q}^2 [\delta^2 H_I[\varphi(\mathbf{q})]/\delta\varphi(\mathbf{q})\delta\varphi(-\mathbf{q}) - \\ &- (\delta H_I[\varphi(\mathbf{q})]/\delta\varphi(\mathbf{q}))(\delta H_I[\varphi(\mathbf{q})]/\delta\varphi(-\mathbf{q}))] \equiv R[H_I]. \end{aligned} \quad (8)$$

Здесь l – формальное “время” РГ-преобразования, d – размерность пространства, $\eta(\mathbf{q})$ – функция аномальной размерности, совпадающая с индексом Фишера при $\mathbf{q} = 0$, а интегралы по импульсам для компактности обозначены символом $\int_{\mathbf{q}} = \int d\mathbf{q}/(2\pi)^d$. В низшем приближении локальную часть ренормированного функционала $H_I[\varphi(\mathbf{q})]$ в неподвижной точке РГ

$$H[\varphi] = \int_{\mathbf{q}} G_0^{-1}(\mathbf{q}) |\varphi(\mathbf{q})|^2 / 2 + \int d\mathbf{r} f_{\text{eff}}(\varphi(\mathbf{r})) = H_0[\varphi] + H_I[\varphi] \quad (9)$$

можно использовать в кинетическом уравнении в качестве эффективной свободной энергии в критической области, т.е.

$$\partial\varphi(\mathbf{r}, t)/\partial t = -\gamma [\Delta\varphi(\mathbf{r}, t) - \partial f_{\text{eff}}(\varphi(\mathbf{r}, t))/\partial\varphi] + \zeta(\mathbf{r}, t), \quad (10)$$

где $f_{\text{eff}}(\varphi(\mathbf{r}))$ удовлетворяет редуцированному уравнению РГ, которое для скалярного поля φ имеет вид [48–52]

$$\partial f_{\text{eff}}(\varphi; l)/\partial l = df_{\text{eff}} - (1/2)(d-2)\varphi \partial f_{\text{eff}}/\partial\varphi + \partial^2 f_{\text{eff}}/\partial\varphi^2 - \partial f_{\text{eff}}/\partial\varphi = 0.$$

Решение нелинейного уравнения РГ было получено численно [47]. Непосредственное использование численного массива в уравнении (10) неудобно. В работе [44] было предложено предварительно приблизить этот массив аппроксимантами Паде:

$$f_{\text{eff}}(\varphi) \approx (a_1 + a_3\varphi^2 + a_5\varphi^4 + \dots)/(a_2 + a_4\varphi^2 + a_6\varphi^4 + \dots), \quad (11)$$

дающими относительную погрешность порядка $10^{-3} \div 10^{-2}$ уже в низшем нетривиальном приближении $a_1 = a_3 = a_{2k>4} = 0$, $a_5 = a_2 = a_4 \neq 0$, а затем использовать функцию (11) при численном исследовании уравнения (10).

Эффективная свободная энергия нарастает при $\varphi \rightarrow \infty$ аномально медленно [47]: $f_{\text{eff}}(\varphi) \sim \varphi^2/2 + \text{const}$ вместо традиционно предполагаемого $f_{\text{eff}}(\varphi) \sim \varphi^4/2 + o(\varphi^2)$. С этим связано формирование долгоживущих мезоскопических возбуждений и крупномасштабной структуры из них. Этот процесс, в свою очередь, отражается на тонкой структуре двухточечной корреляционной функции $G(\mathbf{r} - \mathbf{r}') = \langle \varphi(\mathbf{r})\varphi(\mathbf{r}') \rangle$ в критической точке, приводя к фрактальной изрезанности ее фурье-образа $G(\mathbf{q}) = \langle \varphi(\mathbf{q})\varphi(-\mathbf{q}) \rangle$ в области малых импульсов. Это физическая причина нецелочисленной аномальной размерности сглаженной корреляционной функции, описываемой в аналитической теории критическим индексом Фишера $G(\mathbf{q}) \sim q^{2-\eta}$.

Флуктуационная структура в критической области существует в присутствии шума $\zeta(\mathbf{r}, t) \neq 0$. Среднее от функционала плотности вероятности

$$w[\varphi] = \exp(-H_I[\varphi]) = \int D\varphi \exp[-(H_0[\varphi] + H_I[\varphi])] / \int D\varphi \exp(-H_0[\varphi])$$

испытывает со временем лишь преобразования масштаба [43]. Производная по времени от $w[\varphi]$ имеет вид

$$\begin{aligned}\gamma^{-1}\langle \partial w[\varphi]/\partial t \rangle &= \gamma^{-1} \left\langle \int d\mathbf{r} (\partial \varphi(\mathbf{r})/\partial t) \delta w[\varphi]/\delta \varphi(\mathbf{r}) \right\rangle = \\ &= - \left\langle w[\varphi] \int d\mathbf{r} \delta H_I[\varphi]/\delta \varphi(\mathbf{r}) [-\delta H_I[\varphi]/\delta \varphi(\mathbf{r}) + \zeta(\mathbf{r}, t)] \right\rangle = \\ &= \left\langle w[\varphi] \int d\mathbf{r} [(\delta H_I[\varphi]/\delta \varphi(\mathbf{r}))^2 - \delta^2 H_I[\varphi]/\delta \varphi(\mathbf{r}) \delta \varphi(\mathbf{r})] \right\rangle. \quad (12)\end{aligned}$$

Сравнивая это соотношение с уравнением РГ при $\eta = 0$ и принимая во внимание, что в критической точке $R[H_I] = 0$, получаем, что изменение $\langle w[\varphi] \rangle$ со временем (по крайней мере, в локальном приближении) сводится к простому изменению масштаба.

Иными словами, флуктуирующая система производит “одинаковые структуры” все более крупного масштаба, так что интуитивно ожидаемое масштабно-инвариантное пространственное распределение [53] растет со временем.

2. КРУПНОМАСШТАБНАЯ СТРУКТУРА ФЛУКТУИРУЮЩЕГО ПОЛЯ ВБЛИЗИ СПИНОДАЛИ

Использование $f_{\text{eff}}(\varphi)$ вместо затравочной формы $f(\varphi)$ эквивалентно частичному суммированию статистической суммы по микроскопическим флуктуациям. Кинетическое описание начинается сразу с мезоскопических масштабов. Это позволяет улавливать такой тонкий эффект, как генерация аномальной размерности [44], с помощью относительно небольших численно доступных массивов данных. Более грубые качественные эффекты перенормировки параметров функционала можно получить, не прибегая к предварительной перенормировке функционала методами РГ. К числу таких эффектов принадлежит, в частности, флуктуационное индуцирование скачкообразных переходов из непрерывных [28]. Ниже подобная возможность будет использована при сопоставлении численных результатов и аналитических оценок, относящихся к противоположному в известном смысле эффекту – индуцированию непрерывного перехода из скачкообразного развитыми флуктуациями вблизи спинодали.

Абстрактно в форме учета петлевых перенормировок от высших нелинейностей в функционале эффект индуцирования флуктуациями такого фазового перехода (“трикритической точки”) из перехода первого рода был предсказан более десяти лет назад [54, 55] и исследован методами РГ [56–60]. Для четной затравочной энергии $f(\varphi) = \tau\varphi^2/2 - \alpha\varphi^4/4 + \beta\varphi^6/6 + \dots$ петлевые перенормировки были, в частности, вычислены с помощью “эффективного уравнения теплопроводности” [57] $\partial f_{\text{eff}}/\partial \theta = \partial^2 f_{\text{eff}}/\partial \varphi^2$. Нетрудно написать его общее решение

$$f_{\text{eff}}(\varphi; \theta) = 2^{-1}(\pi\theta)^{-1/2} \int du \exp [-(u - \varphi)^2/2\theta] f(\varphi)$$

при произвольном θ и проверить, что для физически осмысленных затравочных функций $f(\varphi)$ экстремумы эффективной функции $f_{\text{eff}}(\varphi; \theta)$ с ростом θ сглаживаются.

Подобное сглаживание имеет место и при наличии нечетных слагаемых в функции $f(\varphi) = \tau\varphi^2/2 - 2\alpha\varphi^3/3 + \beta\varphi^4/4 + \dots$. Однако, поскольку среднее по ансамблю $\langle\varphi\rangle$ от флуктуирующей величины φ здесь не равно нулю, основной вклад дают слагаемые, пропорциональные $\langle\varphi\rangle$. Выполняя соответствующий сдвиг переменных $\varphi \rightarrow \varphi + \langle\varphi\rangle$ и учитывая, что для стационарного процесса среднее $\langle\varphi\rangle$ изменяется адиабатически медленно [25], эволюционное уравнение для новой флуктуирующей переменной φ (имеющей уже нулевое среднее по ансамблю) можно записать в виде

$$\begin{aligned}\partial\varphi(\mathbf{r}, t)/\partial t &= -\gamma(\delta H[\varphi(\mathbf{r}, t) + \langle\varphi\rangle]/\delta\varphi) + \zeta(\mathbf{r}, t) \approx \\ &\approx -\gamma\varphi(\delta^2 H[\varphi(\mathbf{r}, t)]/\delta\varphi^2)|_{\varphi=\langle\varphi\rangle} + \dots + \zeta(\mathbf{r}, t) \approx \\ &\approx \gamma(\Delta\varphi(\mathbf{r}, t) - \tau_{\text{eff}}\varphi + 2\alpha_{\text{eff}}\varphi^2 - \beta_{\text{eff}}\varphi^3 + \dots) + \zeta(\mathbf{r}, t),\end{aligned}\quad (13)$$

где эффективные параметры равны соответственно

$$\tau_{\text{eff}} = \tau - 2\alpha\langle\varphi\rangle + 3\beta\langle\varphi\rangle^2, \quad \alpha_{\text{eff}} = \alpha - 3\beta\langle\varphi\rangle, \quad \beta_{\text{eff}} = \beta. \quad (14)$$

Оба перенормированных коэффициента τ_{eff} и α_{eff} уменьшаются с ростом среднего $\langle\varphi\rangle$. Для получения интегральной информации об изменении эффективной свободной энергии удобно путем нормирования переменных подходящим образом ($\beta = 1, \alpha = (\tau + 1)$) представить затравочное уравнение в виде

$$\partial\varphi(\mathbf{r}, t)/\partial t = \gamma(\Delta\varphi(\mathbf{r}, t) - \varphi(\varphi - \tau)(\varphi - 1)) + \zeta(\mathbf{r}, t), \quad (15)$$

для которого вся структура функции $f(\varphi) = \tau\varphi^2/2 - (\tau + 1)\varphi^3/3 + \varphi^4/4$ задается единственным параметром τ . Определяя теперь новые параметры φ_1 и φ_2 посредством соотношений

$$\varphi_2\varphi_1 = \tau_{\text{eff}}, \quad \varphi_1 + \varphi_2 = \alpha_{\text{eff}} \quad (16)$$

и нормируя φ на φ_2 , можно переписать уравнение (13) в форме

$$\partial\varphi(\mathbf{r}, t)/\partial t \approx \gamma(\Delta\varphi(\mathbf{r}, t) - \varphi_2^2\varphi(\varphi - \varphi_1/\varphi_2)(\varphi - 1)) + \zeta(\mathbf{r}, t), \quad (17)$$

которая аналогична уравнению (15), где комбинация φ_1/φ_2 играет роль перенормированного параметра τ . Сохраняя низшие нетривиальные поправки, для комбинации параметров φ_1/φ_2 , получаем окончательно, что

$$\varphi_1/\varphi_2 = [\alpha_{\text{eff}} - (\alpha_{\text{eff}}^2 - 4\tau_{\text{eff}})^{1/2}]/[\alpha_{\text{eff}} + (\alpha_{\text{eff}}^2 - 4\tau_{\text{eff}})^{1/2}] \approx \tau - 2\langle\varphi\rangle. \quad (18)$$

С ростом $\langle\varphi\rangle$ ($\langle\varphi\rangle > 0$) максимум, разделяющий метастабильный и глобальный минимумы свободной энергии, сглаживается, что можно рассматривать как проявление искомого флуктуационного индуцирования критического состояния.

Формулы (17), (18) представляют собой лишь очень грубые приближенные оценки. Реальные расчеты желательно выполнять численно, используя исходную форму свободной энергии и максимально большие доступные массивы (реально были взяты двумерные массивы размером 512×512 точек вычислительной сетки).

Рис. 1

Описанные выше перенормировки должны при этом получаться автоматически, хотя, конечно, желательно проверить и самосогласованность аналитических оценок, подставив в них численно полученные значения $\langle \varphi \rangle$. Соответствующие расчеты составили основной объем излагаемой здесь работы. Их результаты отражены на рис. 1–3.

На рис. 1 приведены локальная плотность свободной энергии $f(\varphi(\mathbf{r}))$ и плотность свободной энергии с учетом энергии градиентного слагаемого $F(\varphi(\mathbf{r})) = f(\varphi(\mathbf{r})) + (\nabla \varphi(\mathbf{r}))^2/2$: “а” – неперенормированная и “б” – перенормированная за счет старших нелинейностей.

Помимо уже упомянутой затравочной локальной плотности свободной энергии $f(\varphi)$, показана та же энергия, перенормированная (в соответствии с соотношениями (14)) за счет полученных численно флуктуаций. Легко видеть, что максимум, разделяющий метастабильный и глобальный минимумы $f(\varphi)$, при этом полностью подавлен. Вместе с тем, поскольку в соответствии с уравнением (17) формирующийся зародыш новой фазы реально преодолевает барьер, содержащий, помимо локальной, также и градиентную часть потенциала [25], образование зародышей даже при полном подавлении максимума $f(\varphi)$ все же не начинается. Суммарная плотность энергии $F(\varphi(\mathbf{r})) = (\nabla \varphi(\mathbf{r}))^2/2 + f(\varphi(\mathbf{r}))$ при этом все еще имеет небольшой максимум, порожденный градиентным слагаемым $(\nabla \varphi(\mathbf{r}))^2/2$, который хорошо виден на рис. 1а и 1б.

Рис. 2

Пространственная дисперсия корреляционной функции $G(r) = \langle \varphi(\mathbf{r})\varphi(0) \rangle$ показана

на рис. 2. Она отражает медленное ($G(r) \sim 1/r$) спадание корреляций в стационарном состоянии с крупномасштабной флуктуационной структурой. Для сравнения приведены как структура $G(r)$ сразу после “включения” δ -коррелированного шума флуктуаций в момент времени $t = 0$ (рис. 2а), так и в стационарном пределе $t \rightarrow \infty$ (рис. 2б). На рис. 2в та же функция, что и на рис. 2б, построена в двойном логарифмическом масштабе.

Рис. 3

При большой интенсивности шума $D\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}')\delta(t - t') = \langle \zeta(\mathbf{r}, t)\zeta(\mathbf{r}', t) \rangle$, достаточной для интенсивного образования зародышей $D \gg D_c$, доля упорядоченной фазы линейно нарастает со временем. Это иллюстрируют кривые 1 и 2 на рис. 3, где представлены зависимости от времени средней по ансамблю величины параметра порядка $\langle \varphi \rangle$ при различной интенсивности шума (все кривые на рис. 3 построены в двойном логарифмическом масштабе). При $D \geq D_c$ имеет место переход (кривая 3) к другому типу поведения. Он соответствует первоначальному формированию крупномасштабной структуры с последующим срывом на образование зародышей. Развинутой форме такой структуры при $D = D_c$ соответствует критический режим поведения с (теоретически) неограниченным во времени степенным ростом $\langle \varphi \rangle \sim t^{1/3}$ (кривая 4). Этот режим представляет собой аналог развивающейся во времени масштабно-инвариантной структуры в критической области, описанной выше. При подавленном барьере в локальной энергии $f(\varphi(\mathbf{r}))$ рост структуры связан с понижением градиентного вклада в энергию $F(\varphi(\mathbf{r})) = (\nabla \varphi(\mathbf{r}))^2/2 + f(\varphi(\mathbf{r}))$. Численные эксперименты, выполненные для систем с сохраняющимся (интегрально) параметром порядка при фазовой сепарации, где рост доменов также определяется градиентными слагаемыми, дают тот же закон роста доменов новой фазы (см., например, обзорную статью [9]). Наконец, при $D < D_c$ (кривая 5) имеет место выход на насыщение. Кажущиеся большими по сравнению с предыдущими

кривыми биения среднего $\langle\varphi\rangle$ в этом случае связаны с использованной на рис. 3 логарифмической шкалой, преувеличивающей эти колебания при малом $\langle\varphi\rangle$.

Работа частично поддержана фондом CRDF (США) и Министерством науки Украины в рамках проекта 2.4/199. Автор благодарит А.С. Зельцера и Ю.Е. Кузовлева за создание математического обеспечения, использованного при выполнении настоящей работы, а также А. Гейма за любезно предоставленную возможность эксплуатации компьютерного оборудования Католического университета г. Наймегена (Нидерланды) для выполнения необходимых численных экспериментов.

Список литературы

- [1] Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. Статистическая физика. М.: Наука, 1988.
- [2] Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский. Физическая кинетика. М.: Наука, 1979.
- [3] А. Ю. Лоскутов, А. С. Михайлов. Введение в синергетику. М.: Наука, 1990.
- [4] А. Аharony. In: Phase transitions and critical phenomena. New York: Academic Press, 1976.
- [5] Ю. А. Изюмов, Ю. Н. Скрябин. Статистическая механика магнитоупорядоченных систем. М.: Наука, 1987.
- [6] А. З. Паташинский, В. Л. Покровский. Флуктуационная теория фазовых переходов. М.: Наука, 1982.
- [7] Ю. М. Иванченко, А. А. Лисянский, А. Э. Филиппов. Флуктуационные эффекты в системах с конкурирующими взаимодействиями. Киев: Наукова думка, 1989.
- [8] А. Г. Хачатурян. Теория фазовых превращений и структура твердых растворов. М.: Наука, 1974.
- [9] E. Velasco, S. Tozyaerd. Phys. Rev. Lett. 1993. V. 71. P. 388.
- [10] F. J. Alexander, S. Chen, D. W. Grunau. Phys. Rev. B. 1993. V. 48. P. 634.
- [11] G. Leptoukh, B. Strickland, C. Roland. Phys. Rev. Lett. 1995. V. 74. P. 3636.
- [12] S. Bastea, J. L. Lebowitz. Phys. Rev. Lett. 1995. V. 75. P. 3776.
- [13] D. Wei, G. N. Patey. Phys. Rev. Lett. 1992. V. 68. P. 2043.
- [14] J. J. Weis, Levesque. Phys. Rev. Lett. 1993. V. 71. P. 2729.
- [15] J. Ayton, M.I.P. Gingras, G. N. Patey. Phys. Rev. Lett. 1995. V. 75. P. 2360.
- [16] I. M. Svishchev, P. G. Kusalik. Phys. Rev. Lett. 1994. V. 73. P. 975.
- [17] I. M. Svishchev, P. G. Kusalik. Phys. Rev. Lett. 1995. V. 75. P. 3289.
- [18] N. Kukharkin, S. A. Orszag, V. Yakhot. Phys. Rev. Lett. 1995. V. 75. P. 2486.
- [19] L. M. Smith, V. Yakhot. Phys. Rev. Lett. 1993. V. 71. P. 352.
- [20] K. S. Fine et al. Phys. Rev. Lett. 1995. V. 75. P. 3277.
- [21] Л. Д. Ландау, И. М. Халатников. В кн.: Сборник трудов Л. Д. Ландау. Т. 2. М.: Наука, 1969. С. 218.
- [22] В. Л. Гинзбург. ФТТ. 1960. Т. 2. С. 2031.
- [23] J. W. Cahn. Acta Metal. 1960. V. 8. P. 554.
- [24] Ю. Е. Кузовлев, Т. К. Соболева, А. Э. Филиппов. ЖЭТФ. 1993. Т. 103. С. 1742.
- [25] Ю. Е. Кузовлев, Т. К. Соболева, А. Э. Филиппов. Письма в ЖЭТФ. 1993. Т. 58. С. 353.
- [26] Р. Н. Кузлин, В. Н. Кузмин. ФТТ. 1991. Т. 33. С. 2401.
- [27] A. E. Filippov, Yu. E. Kuzovlev, T. K. Soboleva. Phys. Lett. A. 1992. V. 165. P. 159.
- [28] А. С. Зельцер, А. Э. Филиппов. ЖЭТФ. 1994. Т. 106. С. 1117.
- [29] А. С. Зельцер, Т. К. Соболева, А. Э. Филиппов. ЖЭТФ. 1995. Т. 108. С. 356.
- [30] А. Э. Филиппов. ЖЭТФ. 1997. Т. 111. С. 1775.
- [31] A. Mazor, A. R. Bishop. Physica. D. 1989. V. 39. P. 22.
- [32] F. Falk. Z. Phys. B. 1984. B. 54. S. 159.
- [33] F. Falk. J. Phys. C. Solid State Phys. 1987. V. 20. P. 2501.
- [34] M. Rao, A. Chakrabarti. Phys. Rev. Lett. 1993. V. 71. P. 3501.
- [35] C. Van den Broeck, J.M.R. Parrondo. Phys. Rev. B. 1994. V. 49. P. 2639.

- [36] *C. Van den Broeck, J.M.R. Parrondo, R. Toral.* Phys. Rev. Lett. 1994. V. 73. P. 3395.
- [37] *S. Semenovskaya, A. G. Khachaturyan.* Phys. Rev. Lett. 1991. V. 67. P. 2223.
- [38] *Long-Qing Chen, A. G. Khachaturyan.* Phys. Rev. B. 1992. V. 46. P. 5899.
- [39] *Ch. Zhulicke, A. S. Mikhailov, L. Scimansky-Geller.* Physica. A. 1990. V. 163. P. 559.
- [40] *A. Gordon.* Phys. Lett. A. 1991. V. 154. P. 79.
- [41] *T. M. Rogers, K. R. Elder, R. C. Desai.* Phys. Rev. B. 1988. V. 37. P. 9638.
- [42] *K. R. Elder, R. C. Desai.* Phys. Rev. B. 1989. V. 40. P. 243.
- [43] *A. E. Filippov.* J. Stat. Phys. 1994. V. 75. P. 241.
- [44] *A. С. Зельцер, А. Э. Филиппов.* Письма в ЖЭТФ. 1995. Т. 62. С. 604.
- [45] *K. Вильсон, Дж. Козит.* Ренормализационная группа и ϵ -разложение. М.: Мир, 1975.
- [46] *F. J. Wegner.* In: Phase transitions and critical phenomena. New York: Academic Press, 1976.
- [47] *S. A. Breus, A. E. Filippov.* Physica. A. 1993. V. 192. P. 486.
- [48] *V. I. Tokar.* Phys. Lett. A. 1984. V. 104. P. 135.
- [49] *A. Hasenfratz, P. Hasenfratz.* Nucl. Phys. B. 1986. V. 270. P. 687.
- [50] *G. Felder.* Commun. Math. Phys. 1987. V. 11. P. 101.
- [51] *G. R. Golner.* Phys. Rev. B. 1986. V. 33. P. 7863.
- [52] *G. Zumbach.* Phys. Rev. Lett. 1993. V. 71. P. 2421.
- [53] *L. P. Kadanoff.* Physica. 1966. V. 2. P. 263.
- [54] *A. Aharony, Y. Imry, S.-K. Ma.* Phys. Rev. B. 1976. V. 13. P. 466.
- [55] *D. Blankshtein, A. Aharony.* Phys. Rev. B. 1983. V. 25. P. 6939.
- [56] *D. Blankshtein, A. Aharony.* In: Multicritical phenomena. New York, London: Plenum Press, 1984.
- [57] *A. E. Filippov, A. A. Lisyansky.* Phys. Lett. A. 1987. V. 125. P. 335.
- [58] *A. А. Лусьянский, А. Э. Филиппов.* ТМФ. 1986. Т. 68. С. 425.
- [59] *Q. Zhang, J. P. Badiali.* Phys. Rev. A. 1992. V. 45. P. 8666.
- [60] *Q. Zhang, J. P. Badiali.* Phys. Rev. Lett. 1991. V. 67. P. 1598.

Поступила в редакцию 27.II.1997 г.,
после доработки 5.VIII.1997 г.

A. E. Filippov

LARGE-SCALE STRUCTURE OF FLUCTUATING FIELD NEAR THE LABILITY BOUNDARY OF A PHASE TRANSITION OF THE FIRST KIND

The ordering process of a scalar fluctuating field near the lability boundary of a phase transition of the first kind is considered. It is found that under some conditions a long-term large-scale structure can be formed, which is analogous to the one arising in the critical domain of the first kind phase transition. It is noted that as instability develops, this structure of chains and dense local groups of germs should appear analogous to the ones in real systems. Results are compared with the possibility of fluctuating inductions of continuous phase transitions predicted by other authors in the framework of the thermodynamic renormgroup approach.