Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

М. Я. Гогберашвили, Тензорно-тензорная модель гравитации, *ТМФ*, 1997, том 113, номер 3, 448–460

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf1092>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 3.81.55.215

26 апреля 2023 г., 09:50:20

М. Я. Гогберашвили*

ТЕНЗОРНО-ТЕНЗОРНАЯ МОДЕЛЬ ГРАВИТАЦИИ

Основной проблемой стандартной калибровочной теории группы Пуанкаре, реализованной как подгруппа группы $GL(5, R)$, является наличие полей, которые не связаны с группой Лоренца и физический смысл которых неясен. В этой статье мы интерпретируем калибровочные поля группы Пуанкаре как новые тензорные поля янг-миллсовского типа, а гравитацию – как хиггс-голдстоуновское поле. В этом случае эффективный метрический тензор для материи является сверткой двух тензорных полей. Показано, что в линейном приближении массивное калибровочное поле трансляций может давать поправку юкавского типа к потенциалу Ньютона. Получены также поправки к стандартным эйнштейновским постньютоновским формулам для отклонения света и запаздывания радарного эха. Найдено сферически-симметричное решение уравнений для калибровочных полей трансляций. Калибровочное поле трансляций порождает внутри сферы Шварцшильда сингулярную поверхность, которая непроницаема для материи и может предотвратить гравитационный коллапс массивного тела.

1. ВВЕДЕНИЕ

Большинство современных физических теорий, базирующихся на вариационном принципе, инвариантны относительно десятипараметрической группы Пуанкаре $P_{10} = L_6 \supset T_4$, где L_6 – шестипараметрическая группа Лоренца, T_4 – четырехпараметрическая группа трансляций и $\supset$ означает полупрямое произведение. Кроме того, P_{10} является максимальной группой изометрии пространства-времени Минковского. Вслед за построением калибровочного формализма для групп внутренней симметрии появились калибровочные теории, основанные на группе P_{10} [1]. Однако попытки локализовать группу P_{10} наталкиваются на внутренние трудности. Их причина состоит в том, что группа P_{10} – не полупростая группа и что она действует как на поля материи, так и на подстилающее многообразие пространства-времени.

Калибровочные теории имеют наиболее элегантную форму в формализме расслоенных пространств [2]. В этом формализме обычно рассматриваются два вида калибровочных преобразований:

- 1) пассивные калибровочные преобразования, которые оставляют поля материи неизменными, но меняют атлас слоя;
- 2) активные калибровочные преобразования, которые преобразуют сами поля материи.

* Институт физики АН Грузии, Тбилиси, Грузия. E-mail: gogber@physics.iberiapac.ge

Стандартный калибровочный формализм и принцип локальной калибровочной инвариантности формулируются для калибровочных преобразований первого вида. В случае внутренних симметрий калибровочные преобразования второго вида находятся во взаимно однозначном соответствии с калибровочными преобразованиями первого вида и имеют ту же самую матричную форму. Поэтому в случае полей Янга–Миллса эти калибровочные преобразования не различают.

Как уже было сказано выше, трудности возникают в случае пространственно-временных калибровочных преобразований, которые действуют как на операторы производных ∂_ν , так и на векторы, касательные к пространственно-временному многообразию. Имеются два типа (А и Б) калибровочных преобразований первого вида.

А. Преобразование только атласа расслоения. Принцип относительности формулируется как требование симметрии атласа касательного расслоения относительно общей линейной группы. Принцип эквивалентности редуцирует эту группу до группы L_6 . Инвариантность теории обеспечивается введением, помимо лоренцевской связности Γ_ν , поля тетрады h_μ^A . Калибровочные преобразования этого типа действуют на h_μ^A слева, преобразуя индекс μ , который отвечает атласу касательного расслоения. Они действуют также на Γ_ν и на индексы операторов ковариантных производных. Инвариантность лагранжиана приводит к закону сохранения тензора энергии-импульса. Для этого типа преобразований вопрос о калибровочном статусе гравитационного поля h_μ^A остается неясным.

В данной работе мы рассматриваем теорию, связанную со вторым типом калибровочных преобразований первого вида.

Б. Преобразование только атласа полей материи. Инвариантность теории обеспечивается введением только калибровочных полей. Расслоение полей материи ассоциировано с касательным расслоением, поэтому принцип эквивалентности также сужает его структурную группу. С целью корреляции симметрий обоих расслоений структурная группа поля материи непосредственно редуцируется до P_{10} в отличие от касательного расслоения, где необходимо вводить метрический тензор $g_{\mu\nu}$. Соответственно, помимо калибровочных полей группы L_6 , теория содержит калибровочные поля трансляций Θ_μ^ν . Калибровочные преобразования этого типа действуют на поля материи и на функции тетрады h_μ^A справа, меняя индекс A , соответствующий атласу, для которого поля определены, а также на Γ_ν . Они обеспечивают обычные для калибровочных теорий законы сохранения. Для симметрий этого типа физический смысл калибровочных полей Θ_μ^ν был до сих пор неясен.

Вследствие важности вопроса еще раз подчеркнем, что гравитационные поля тетрады h_μ^A и калибровочное поле трансляций Θ_μ^ν не могут совпадать [3–8]. Главное отличие состоит в том, что оба индекса Θ_μ^ν являются координатными, тогда как у h_μ^A один индекс – координатный, а другой – тетрадный. Соответственно законы преобразования этих полей относительно пространственно-временных групп различны. Кроме того, h_μ^A в отличие от Θ_μ^ν можно устранить. Поле Θ_μ^ν определено однозначно, тогда как h_μ^A определены с точностью до лоренцевских преобразований и т. д. К группе P_{10} можно применить общепринятые методы калибровочной теории, если не придавать ей физического смысла динамической группы, а рассматривать просто как абстрактную структурную группу расслоения.

В данной статье мы следуем формализму прямой локализации абстрактной группы Пуанкаре [9], однако не связываем калибровочные поля P_{10} с гравитацией, а интер-

претируем их как новые поля, описывающие новые фундаментальные взаимодействия в пространстве-времени.

В нашей схеме гравитация проявляется не как калибровочное поле, а как поле типа Хиггса–Голдстоуна [3, 4], обычно рассматриваемое в калибровочных теориях. В калибровочной теории гравитации принцип эквивалентности приводит к сужению структурной группы касательного расслоения до P_{10} – ситуация, аналогичная спонтанному нарушению симметрии. В таком случае можно рассматривать метрику Минковского как вакуумное поле Хиггса, а малые возмущения будут играть роль полей Голдстоуна. Эти возмущения метрики можно отождествить с гравитационным полем [3, 4].

Таким образом, наш подход является гибридом двух гравитационных теорий. В нашем случае эффективный метрический тензор зависит от двух тензорных полей – гравитационного поля и калибровочного поля Пуанкаре. Тем самым мы обобщаем известные скалярно-тензорную и векторно-тензорную теории гравитации [10].

2. КАЛИБРОВОЧНАЯ ТЕОРИЯ ДИСЛОКАЦИЙ И ДИСКЛИНАЦИЙ

Вопрос о физическом смысле калибровочных полей, соответствующих 3-вращениям и 3-трансляциям, обсуждался также в калибровочной теории дислокаций и дисклинаций для упругой среды [11, 12]. Напомним основные положения этой теории.

Калибровочная теория дислокаций и дисклинаций основана на том факте, что диффеоморфизм

$$\chi^i = u^i + \delta_j^i x^j, \quad i, j = 1, 2, 3, \quad (2.1)$$

характеризующий смещение u^i точки x^i упругой среды в случае малых деформаций, определяется только с точностью до локальных калибровочных преобразований

$$\chi^i \longrightarrow \chi^i + \varepsilon_{kl}^i \chi^k a^l(x) + b^i(x), \quad (2.2)$$

где $a^i(x)$ и $b^i(x)$ – локальные вращения и локальные трансляции. Соответствующие калибровочные поля w_j^i и θ_j^i образуют упругую часть β_{ij}^P полной дисторсии

$$\beta_{ij}^T = \partial_j \chi_i = \beta_{ij} + \beta_{ij}^P. \quad (2.3)$$

“Ковариантная” производная

$$D_j \chi_i = \beta_{ij}^T - \beta_{ij}^P = \partial_j \chi_i - \varepsilon_{ikl} \chi^k w_j^l - \theta_{ij} \quad (2.4)$$

совпадает с упругой дисторсией β_{ij} . Напряженности калибровочного поля

$$\begin{aligned} f_{kl}^i &= \partial_k w_l^i - \partial_l w_k^i + c_{mn}^i w_k^m w_l^n, \\ \alpha_{kl}^i &= \partial_k \theta_l^i - \partial_l \theta_k^i + \varepsilon_{mn}^i (w_k^m \theta_l^n - w_l^m \theta_k^n + f_{kl}^m \chi^n) \end{aligned} \quad (2.5)$$

являются плотностями дислокаций и дисклинаций, соответственно. В этом случае β_j^i , f_{kl}^i и α_{kl}^i оказываются калибровочно-инвариантными величинами.

Лагранжиан калибровочной теории непрерывно распределенных дефектов имеет следующий вид:

$$L = \frac{1}{4} (2\mu e_j^i e_i^j + \lambda e^2) - \frac{1}{2a} \alpha_{kl}^i \alpha_i^{kl} - \frac{1}{2b} f_{kl}^i f_i^{kl}, \quad (2.6)$$

где

$$e_{ij} = D_i \chi^k D_j \chi_k - \delta_{ij} \quad (2.7)$$

есть нелинейный тензор деформации.

Уравнения теории имеют следующую общую структуру:

$$(\delta_m^i \partial_j - \varepsilon_{km}^i w_j^k) \frac{\partial L}{\partial (D_j \chi^i)} = \varepsilon_{km}^i f_{jl}^k \frac{\partial L}{\partial \alpha_{jl}^i}, \quad (2.8)$$

$$(\delta_m^i \partial_j - \varepsilon_{km}^i w_j^k) \frac{\partial L}{\partial \alpha_{jl}^i} = -\frac{1}{2} \frac{\partial L}{\partial (D_l \chi^m)}, \quad (2.9)$$

$$(\delta_m^i \partial_j - \varepsilon_{km}^i w_j^k) \frac{\partial L}{\partial f_{jl}^i} = \varepsilon_{mj}^i \left[\frac{\partial L}{\partial (D_l \chi^i)} \chi^i + 2 \frac{\partial L}{\partial \alpha_{lk}^i} \theta_k^j \right]. \quad (2.10)$$

В (2.6) константы связи μ и λ соответствуют параметрам Ламе и описывают упругие свойства среды. Константы связи a и b характеризуют энергии, необходимые для создания единичных дислокаций и дисклинаций, соответственно. Из экспериментов известно, что энергия дисклинаций велика по сравнению с энергией дислокаций, а последняя очень велика по сравнению с упругой энергией. Таким образом, имеем

$$\lambda a \sim b/a \ll 1. \quad (2.11)$$

Тогда в первом порядке по этим масштабным параметрам мы получаем из (2.8) хорошо известное уравнение равновесия для непрерывной среды

$$\partial_j \frac{\partial \bar{L}}{\partial (D_j \chi^i)} = \partial_j \bar{\sigma}_i^j = 0, \quad (2.12)$$

где тензор напряжений $\bar{\sigma}_i^j$ выражается через упругую деформацию (в линейном приближении)

$$\bar{e}_{ij} = D_i u_j + D_j u_i \quad (2.13)$$

в соответствии с законом Гука для упругой среды:

$$\bar{\sigma}_i^j = \mu \bar{e}_i^j + \frac{\lambda}{2} \delta_i^j \bar{e}. \quad (2.14)$$

Коэффициенты Ламе μ и λ положительны и обеспечивают положительность упругой энергии.

Уравнения (2.9) и (2.10) являются уравнениями для дислокаций и дисклинаций, соответственно. Источник дислокаций θ_j^i – нелинейный тензор напряжений

$$\sigma_j^i = \frac{\partial L}{\partial (D_j \chi^i)}, \quad (2.15)$$

а источник дисклинаций w_j^i , помимо σ_j^i , – также кручение среды.

Дислокации появляются в приближении второго порядка, в то время как поля дисклинаций входят в уравнения только в приближении третьего и более высоких порядков. Поэтому в случае слабой деформации среды дисклинаций не возникает.

3. ДЕФОРМАЦИИ ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННОГО МНОГООБРАЗИЯ

Успех калибровочной теории непрерывных дефектов [11, 12], в которой касательный вектор соответствует вектору смещения среды, а калибровочные поля 3-трансляций и 3-вращений интерпретируются как дислокации и дисклинации (линейные дефекты кристаллической решетки), позволяет интерпретировать калибровочные поля нединамической группы Пуанкаре как “дефекты” пространственно-временного многообразия [5–8]. Гравитация появляется в нашей схеме как поле Хиггса–Голдстоуна точно так же, как и в работах [3, 4].

Стандартную калибровочную теорию Янга–Миллса группы Пуанкаре можно построить, представляя P_{10} как матричную подгруппу $GL(5, R)$ [9], которая индуцирует диффеоморфизмы пятимерного пространства – калибровочные преобразования второго вида (см. введение).

Ковариантные производные и дифференциалы в этом случае можно записать [9] как

$$\tilde{\partial}_\mu = (h^{-1})_\mu^\alpha \partial_\alpha, \quad \tilde{d}x^\mu = h_\nu^\mu dx^\nu. \quad (3.1)$$

Для нединамической группы Пуанкаре дисторсия

$$h_\nu^\mu = \delta_\nu^\mu + I_{A\gamma}^\mu x^\gamma W_\nu^A + \Theta_\nu^\mu, \quad (3.2)$$

где I_A ($A = 0, \dots, 5$) есть базис алгебры Лоренца, включает в отличие от других калибровочных моделей группы Пуанкаре [1] как лоренцевские калибровочные поля W_ν^A , так и калибровочные поля трансляций Θ_ν^μ . Тогда элементы длины и объема в пространстве Минковского трансформируются следующим образом:

$$\begin{aligned} ds^2 &\longrightarrow \tilde{d}s^2 = \eta_{\mu\nu} h_\alpha^\mu h_\beta^\nu dx^\alpha dx^\beta = \tilde{g}_{\alpha\beta} dx^\alpha dx^\beta, \\ dV &\longrightarrow \tilde{d}V = h dV, \end{aligned} \quad (3.3)$$

где h есть детерминант h_ν^μ и

$$\tilde{g}_{\mu\nu} = \eta_{\alpha\beta} h_\mu^\alpha h_\nu^\beta \quad (3.4)$$

– эффективная метрика.

Обозначения h_ν^μ для дисторсии (3.2) похожи на обозначения функции тетрады h_ν^A , но, как было сказано во введении, это различные поля, и мы не можем отождествлять W_ν^A и Θ_ν^μ с символами Кристоффеля и функциями тетрады. Мы рассматриваем их как новые негравитационные поля. В этом выводе мы расходимся с моделью [9], где дисторсия (3.2) была связана с гравитационным полем.

Полный лагранжиан полей материи φ^a и калибровочных полей Пуанкаре Θ_ν^μ , W_ν^A может иметь стандартную янг-миллсовскую структуру

$$L_{\text{tot}} = L_{\text{mat}}(\varphi^a, \tilde{\partial}_\mu \varphi^a) + L_{\Theta, W}(\Theta_\nu^\mu, W_\nu^A, S_{\alpha\beta}^\mu, F_{\alpha\beta}^A). \quad (3.5)$$

Калибровочные поля Пуанкаре входят в лагранжиан полей материи L_{mat} только через эффективную метрику (3.4).

Лагранжиан $L_{\Theta, W}$ калибровочных полей разумно строить из квадратичных комбинаций кривизн

$$\begin{aligned} F_{\mu\nu}^A &= \partial_\mu W_\nu^A - \partial_\nu W_\mu^A + C_{BC}^A W_\mu^B W_\nu^C, \\ S_{\alpha\beta}^\mu &= \partial_\alpha \Theta_\beta^\mu - \partial_\beta \Theta_\alpha^\mu + C_{A\nu}^\mu (W_\alpha^A \Theta_\beta^\nu - W_\beta^A \Theta_\alpha^\nu). \end{aligned} \quad (3.6)$$

Теперь мы хотели бы отметить, что в калибровочной теории группы $GL(5, R)$ должны появляться разного рода голдстоуновские и хиггсовские поля, которые отсутствуют в теории [9]. В нашей модели эти поля связаны с гравитационным полем $g_{\mu\nu}$, как и в модели, рассмотренной в [3, 4].

Таким образом, мы предполагаем, что локализация нединамической группы Пуанкаре, приводящая к появлению калибровочных полей Θ_ν^μ и W_ν^A , погружает пространство Минковского в неголономное пространство. В присутствии гравитационного поля, которое мы интерпретируем как поле Хиггса–Голдстоуна, фоновое пространство Минковского становится римановым пространством, а уравнения для калибровочных полей Пуанкаре включают в себя гравитационное поле $g_{\mu\nu}$, поднимающее и опускающее индексы. Эффективным метрическим тензором для полей материи в нашем случае является

$$\tilde{g}_{\mu\nu} = g_{\alpha\beta} h_\mu^\alpha h_\nu^\beta = \eta_{AB} H_\mu^A H_\nu^B, \quad (3.7)$$

где $H_\mu^A = h_\nu^A h_\mu^\nu$ есть эффективная тетрада. Величина H_μ^A оказывается сверткой классического гравитационного поля и калибровочного поля Пуанкаре. Таким образом, наша модель является тензорно-тензорной теорией, модифицирующей известные скалярно-тензорную и векторно-тензорную теории гравитации [10]. Поскольку гравитационное поле и калибровочное поле Пуанкаре входят в лагранжиан полей материи через эффективную метрику (3.7), они имеют один и тот же источник – тензор энергии-импульса материи. Аналогичная ситуация имеет место в случае упругой среды, где внешнее напряжение может создавать как упругие, так и пластические деформации тела. Пластическая деформация, возникающая в результате создания дислокаций и дисклинаций, требует большей энергии. Это проявляется в соотношениях для констант связи λ , a и b в (2.11).

Эффективная связность и тензор эффективной кривизны в нашей теории имеют форму, аналогичную римановским связности и кривизне в локальной лоренцевской системе отсчета

$$\tilde{\Gamma}_{\mu\nu}^\alpha = h_\nu^\delta (h^{-1})_\beta^\alpha \Gamma_{\delta\mu}^\beta + (h^{-1})_\beta^\alpha \partial_\mu h_\nu^\beta, \quad (3.8)$$

$$\tilde{R}_{\beta\mu\nu}^\alpha = h_\mu^\gamma (h^{-1})_\delta^\alpha R_{\beta\gamma\nu}^\delta, \quad (3.9)$$

где $\Gamma_{\gamma\delta}^\beta$ и $R_{\beta\gamma\nu}^\delta$ – обычные символы Кристоффеля и тензор Римана, но h_ν^μ – не функции тетрады.

Теперь мы готовы изучить динамику теории. Общий вид уравнений для калибровочных полей Пуанкаре без гравитации был рассмотрен в [9]. Решить их трудно. В упругой среде дисклинации появляются только в случае сильных деформаций (см. раздел 2), поэтому разумно допустить, что константа связи для лоренцевского калибровочного поля гораздо меньше, чем для калибровочного поля трансляций. Ниже для простоты мы ограничимся случаем, когда лоренцевские калибровочные поля равны нулю:

$$W_\nu^A = 0. \quad (3.10)$$

4. КАЛИБРОВОЧНЫЕ ПОЛЯ ТРАНСЛЯЦИЙ

Без учета гравитационных и лоренцевских калибровочных полей тензоры дисторсии (3.2) и кручения (3.6) для калибровочных полей трансляций имеют вид

$$\begin{aligned} h_\nu^\mu &= \delta_\nu^\mu + \Theta_\nu^\mu, \\ S_{\mu\nu}^\alpha &= \partial_\mu \Theta_\nu^\alpha - \partial_\nu \Theta_\mu^\alpha. \end{aligned} \quad (4.1)$$

По аналогии с лагранжианом (2.6) калибровочной теории дислокаций предположим, что лагранжиан калибровочного поля трансляций Θ_ν^μ имеет вид суммы лагранжиана L_u поля смещений в калибровке $u = 0$ и лагранжиана L_Θ самого поля Θ_ν^μ . Так как в калибровке $u^\nu = 0$

$$D_\mu u^\nu = -\Theta_\mu^\nu, \quad (4.2)$$

то лагранжиан L_u сводится к алгебраическим комбинациям полей Θ_ν^μ . По аналогии с лагранжианом (2.6) мы выбираем L_u в виде [5–8]

$$L_u = \frac{\mu}{2} e_{\mu\nu} e^{\mu\nu} + \frac{\lambda}{4} e^2, \quad (4.3)$$

где

$$e_{\mu\nu} = h_\mu^\alpha h_{\nu\alpha} - \eta_{\mu\nu}. \quad (4.4)$$

Лагранжиан L_Θ содержит все независимые комбинации тензора напряженности (4.1) [5–8]:

$$L_\Theta = -\left\{ \frac{1}{2a} S_\nu S^\nu + \frac{1}{2b} S_{\mu\nu\alpha} S^{\nu\mu\alpha} + \frac{1}{2c} S_{\mu\nu\alpha} S^{\mu\nu\alpha} + d \varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta} S_\gamma S_{\nu\alpha\beta} \right\}, \quad (4.5)$$

здесь a, b, c, d – константы связи.

Чтобы получить ограничения на константы в лагранжиане (4.5), рассмотрим линейное приближение по Θ_ν^μ в предположении, что материя является бесспиновой. Тогда вариация полного лагранжиана

$$L = L_{\text{matt}} + L_u + L_\Theta \quad (4.6)$$

по Θ_ν^μ приводит к уравнению

$$\begin{aligned} \frac{1}{a} (\partial_\mu S_\nu - \eta_{\mu\nu} \partial^\varepsilon S_\varepsilon) + \frac{1}{b} (\partial^\varepsilon S_{\varepsilon\mu\nu} - \partial^\varepsilon S_{\nu\mu\varepsilon}) + \frac{2}{c} \partial^\varepsilon S_{\mu\varepsilon\nu} + \\ + 2d (\varepsilon_{\rho\sigma\gamma\tau} \eta_{\mu\nu} \partial^\rho S^{\tau\sigma\gamma} - \varepsilon_{\nu\sigma\gamma\tau} \partial_\mu S^{\tau\sigma\gamma}) + 2\mu \Theta_{\mu\nu} + \lambda \eta_{\mu\nu} \Theta = -T_{\mu\nu}, \end{aligned} \quad (4.7)$$

где $T_{\mu\nu}$ – тензор энергии-импульса полей материи.

Вычисляя дивергенцию по индексу ν , получаем

$$2\mu \partial^\nu \Theta_{\mu\nu} + \lambda \partial_\mu \Theta = 0. \quad (4.8)$$

Кажется естественным потребовать, чтобы дивергенция от (4.7) по второму индексу μ в бесспиновом случае имела тот же вид, что и уравнение (4.8). Это требование налагает ограничения

$$d = 0, \quad \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{2}{c} = 0 \quad (4.9)$$

на константы в лагранжиане L_Θ .

При ограничениях (4.9) лагранжиан (4.5) калибровочных полей трансляций может быть преобразован к виду

$$L_\Theta = -\frac{1}{a} \left(S_\nu S^\nu - \frac{1}{2} S_{\mu\nu\alpha} S^{\mu\nu\alpha} \right) + \frac{1}{4b} \bar{S}_\nu \bar{S}^\nu, \quad (4.10)$$

где $\bar{S}^\nu = \varepsilon^{\nu\alpha\beta\gamma} S_{\alpha\beta\gamma}$. Таким образом, константа b входит только в уравнения для несимметричной части Θ_ν^μ .

Уравнение (4.8) имеет форму калибровочного условия. Оно аналогично уравнению равновесия для упругой среды (2.12) и может быть получено из лагранжиана вариацией по полю u^ν , которое является “смещением” в расслоении. Условия, аналогичные (4.8), рассматривались в биметрических теориях гравитации [10, 13], но вне какой-либо связи с вариационным принципом.

Если положить

$$\lambda = -\mu, \quad (4.11)$$

то в линейном приближении можно вывести уравнения для симметричной части

$$e_{\mu\nu} = \Theta_{\mu\nu} + \Theta_{\nu\mu} \quad (4.12)$$

свободного калибровочного поля трансляций вида

$$\begin{aligned} (\square + m^2) \left(e_\beta^\alpha - \frac{1}{2} \delta_\beta^\alpha e_\nu^\nu \right) &= 0, \\ \partial_\alpha \left(e_\beta^\alpha - \frac{1}{2} \delta_\beta^\alpha e_\nu^\nu \right) &= 0. \end{aligned} \quad (4.13)$$

Эти уравнения описывают поле с массой

$$m^2 = \frac{a\lambda}{2} = -\frac{a\mu}{2} \quad (4.14)$$

и спинами 2 и 0, как и в теории, изложенной в [13].

Теперь рассмотрим взаимодействие с гравитацией. Из определения (3.9) видно, что калибровочные поля трансляций не изменяют скалярную кривизну R и входят в лагранжиан Гильберта гравитационного поля только через детерминант

$$L_g = -h\sqrt{-g}R. \quad (4.15)$$

Поэтому полный лагранжиан теории принимает вид

$$\begin{aligned} L_{\text{tot}} = -h\sqrt{-g} \Big\{ & \frac{\lambda}{2} e_{\alpha\beta} e_{\mu\nu} \left(g^{\alpha\mu} g^{\beta\nu} - \frac{1}{2} g^{\alpha\beta} g^{\mu\nu} \right) + \\ & + \frac{1}{a} S_{\alpha\beta}^\gamma S_{\mu\nu}^\delta \left(\delta_\gamma^\beta \delta_\delta^\nu g^{\alpha\mu} - \frac{1}{2} g^{\alpha\mu} g^{\beta\nu} g_{\gamma\delta} \right) + \\ & + \frac{1}{4b} g^{\alpha\beta} \bar{S}_\alpha \bar{S}_\beta + \frac{1}{16\pi G} R + L_{\text{matt}}(\tilde{g}_{\mu\nu}, \varphi, \tilde{\partial}_\nu \varphi) \Big\}. \end{aligned} \quad (4.16)$$

Тогда связанные уравнения гравитационного поля и калибровочных полей трансляций имеют вид

$$R_\beta^\alpha - \frac{1}{2}\delta_\beta^\alpha R = 8\pi G(T_\beta^\alpha + \tau_\beta^\alpha), \quad (4.17)$$

$$D_\gamma \left[\frac{2}{a}(\delta_\beta^\alpha S^\gamma - S_\beta^{\gamma\alpha}) + \frac{1}{2b}g_{\beta\delta}\varepsilon^{\nu\delta\gamma\alpha}\overline{S}_\nu \right] - \lambda h_\beta^\nu \left(e_\nu^\alpha - \frac{1}{2}\delta_\nu^\alpha e \right) + \\ + (h^{-1})_\beta^\alpha (L_u + L_\Theta) = -(h^{-1})_\nu^\alpha \left(T_\beta^\nu - \frac{1}{2}\delta_\beta^\nu T - \frac{1}{2}\delta_\beta^\nu \tau \right). \quad (4.18)$$

Здесь D_γ есть ковариантная производная, τ_β^α – тензор энергии-импульса калибровочных полей трансляций, и в последнем уравнении было использовано соотношение $R = -8\pi G(T + \tau)$.

5. НЬЮТОНОВСКИЕ И ПОСТНЬЮТОНОВСКИЕ ПРИБЛИЖЕНИЯ

В линейном приближении, когда

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + \Phi_{\mu\nu}, \quad (5.1)$$

и в случае бесспинового источника уравнения гравитационного поля и калибровочного поля трансляций имеют вид

$$\square\Phi_\beta^\alpha - \partial_\beta\partial^\nu\Phi_\nu^\alpha - \partial^\alpha\partial_\nu\Phi_\beta^\nu + \partial^\alpha\partial_\beta\Phi_\nu^\nu - \delta_\beta^\alpha\square\Phi_\nu^\nu + \delta_\beta^\alpha\partial_\nu\partial_\mu\Phi^{\nu\mu} = -8\pi GT_\beta^\alpha, \quad (5.2)$$

$$\square e_\beta^\alpha - \partial_\beta\partial^\nu e_\nu^\alpha - \partial^\alpha\partial_\nu e_\beta^\nu + \partial^\alpha\partial_\beta e_\nu^\nu - \delta_\beta^\alpha\square e_\nu^\nu + \\ + \delta_\beta^\alpha\partial_\nu\partial_\mu e^{\nu\mu} + m^2 \left(e_\beta^\alpha - \frac{1}{2}\delta_\beta^\alpha e_\nu^\nu \right) = -\frac{a}{2}T_\beta^\alpha. \quad (5.3)$$

Здесь (5.2) – уравнения Эйнштейна в ньютоновском приближении, (5.3) – уравнения поля трансляций (4.18) в линейном приближении для симметричной части (4.12) с массой (4.14), а a – константа связи калибровочного поля трансляций. Для тензора энергии-импульса точечной покоящейся массы M , т.е. для

$$T_t^t = M\delta(r), \quad T_\mu^i = 0, \quad (5.4)$$

уравнения (5.2) и (5.3) имеют статические решения

$$\Phi_t^t = -\frac{GM}{r}, \quad e_t^t = -\frac{aM}{8\pi r}e^{-mr}. \quad (5.5)$$

Из эффективного метрического тензора

$$\tilde{g}_{tt} = 1 + 2(\Phi_{tt} + e_{tt}) \quad (5.6)$$

получаем

$$\Phi_{tt} + e_{tt} = -\frac{GM}{r} \left(1 + \frac{a}{8\pi G}e^{-mr} \right). \quad (5.7)$$

Такую модификацию ньютоновского потенциала (экспериментальная проверка которого привлекла большое внимание в 80-е годы) обычно связывают с гипотетической “пятой” фундаментальной силой [14]. Это взаимодействие должно описываться массивным классическим полем. Масса, выраженная с помощью констант μ и λ , имеющих смысл коэффициентов “упругости” пространства-времени, может быть необычайно мала. Что касается эксперимента, то существующие лабораторные, геофизические и астрономические данные [14] дают следующие ограничения на величину констант связи калибровочных полей трансляций:

$$a < G, \quad m < 10^{-8} \text{ЭВ}, \quad (5.8)$$

где G – гравитационная постоянная. Заметим, что потенциал (5.7) с параметрами $a/8\pi G \sim -1$ и $1/m \sim 10^4$ парсек может внести вклад в проблему недостающей массы в галактиках [15].

В безмассовом случае ($m = 0$) из экспериментальных измерений гравитационной константы мы имеем более строгое ограничение на величину константы калибровочного поля трансляций

$$a/G \leq 10^{-4}. \quad (5.9)$$

Теперь рассмотрим постньютоновское приближение теории. В линейном приближении эффективный метрический тензор выражается через ньютоновский потенциал

$$\begin{aligned} \tilde{g}_{tt} &= 1 - \frac{2MG}{r} \left(1 + \frac{a}{8\pi G} e^{-mr} \right), \\ \tilde{g}_{rr} &= -1 - \frac{2MG}{r} \left(1 + \frac{a}{8\pi G} e^{-mr} \right), \\ \tilde{g}_{\Theta\Theta} &= -r^2, \quad \tilde{g}_{\phi\phi} = -r^2 \sin^2 \Theta. \end{aligned} \quad (5.10)$$

Уравнение для частиц, движущихся по геодезическим линиям, в нашей теории имеет вид

$$\frac{d^2 x^\mu}{\tilde{d}s^2} + \tilde{\Gamma}_{\alpha\beta}^\mu \frac{dx^\alpha}{\tilde{d}s} \frac{dx^\beta}{\tilde{d}s} = 0, \quad (5.11)$$

где $\tilde{\Gamma}_{\alpha\beta}^\mu$ – эффективные символы Кристоффеля, построенные по эффективной метрике (5.10).

При расчетах отклонения света и запаздывания радарного эха мы можем ограничиться линейным приближением в терминах ньютоновского потенциала. Стандартным образом [10, 16] в первом порядке по массовому параметру m можно получить формулы для угла отклонения света и времени запаздывания радарного эха

$$\begin{aligned} \Delta\phi &= \Delta\phi_{\text{Eins}} - \frac{amM}{8}, \\ t(r_2, r_1) &= t(r_2, r_1)_{\text{Eins}} - \frac{amM}{4\pi} \sqrt{r_2^2 - r_1^2}, \end{aligned} \quad (5.12)$$

где первые члены представляют собой значения соответствующих величин в эйнштейновской теории с эффективной константой

$$\tilde{G} = G + a/8\pi. \quad (5.13)$$

В силу наших ограничений (5.8) и (5.9) на константы калибровочного поля трансляций численные значения поправок в (5.12) в настоящее время лежат в пределах экспериментальной ошибки.

6. СФЕРИЧЕСКИ-СИММЕТРИЧНОЕ РЕШЕНИЕ

Найдем теперь сферически-симметричное решение нелинейных уравнений (4.18) для калибровочных полей трансляций во внешней области сферически-симметричного источника, т.е. для случая $T_\nu^\mu = 0$.

Для простоты в данном разделе мы не учитываем гравитационное поле и считаем калибровочное поле трансляций безмассовым, т.е. μ и λ равны нулю.

В уравнениях (4.18) для калибровочных полей трансляций в декартовых координатах полагаем

$$\begin{aligned}\Theta_t^t &= A(r), & \Theta_j^i &= \delta_j^i B(r), \\ \Theta_i^t &= \Theta_t^i = 0, & i, j &= 1, 2, 3,\end{aligned}\tag{6.1}$$

где $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$. Из формулы (4.1) можно найти все ненулевые компоненты напряженности поля

$$\begin{aligned}S_{xt}^t &= \partial_x A, & S_{xy}^y &= S_{xz}^z = \partial_x B, \\ S_{yt}^t &= \partial_y A, & S_{yx}^x &= S_{yz}^z = \partial_y B, \\ S_{zt}^t &= \partial_z A, & S_{zx}^x &= S_{zy}^y = \partial_z B.\end{aligned}\tag{6.2}$$

Тогда для величин, входящих в (4.18), получаем

$$\begin{aligned}\overline{S}^\nu &= \varepsilon^{\nu\alpha\beta\gamma} S_{\alpha\beta\gamma} = 0, \\ S_\nu S^\nu - \frac{1}{2} S_{\mu\nu\alpha} S^{\mu\nu\alpha} &= 0, \\ \tau &= 0.\end{aligned}\tag{6.3}$$

В результате уравнения (4.18) принимают вид

$$\begin{aligned}\Delta B &= 0, \\ \Delta(A + 2B) - \partial_x^2(A + 2B) - (\partial_y^2 + \partial_z^2)B &= 0, \\ \Delta(A + 2B) - \partial_y^2(A + 2B) - (\partial_x^2 + \partial_z^2)B &= 0, \\ \Delta(A + 2B) - \partial_z^2(A + 2B) - (\partial_x^2 + \partial_y^2)B &= 0, \\ \partial_x \partial_y(A + B) &= \partial_x \partial_z(A + B) = \partial_y \partial_z(A + B) = 0.\end{aligned}\tag{6.4}$$

Из последних трех уравнений имеем

$$A(r) = -B(r).\tag{6.5}$$

Теперь все уравнения (6.4) выполняются автоматически, за исключением первого, которое принимает вид

$$\Delta A(r) = 0.\tag{6.6}$$

Соответственно решение уравнений для калибровочного поля трансляций есть

$$\Theta_t^t = \frac{c}{r}, \quad \Theta_j^i = -\delta_j^i \frac{c}{r}, \quad \Theta_i^t = \Theta_i^t = 0, \quad i, j = 1, 2, 3. \quad (6.7)$$

Здесь c – постоянная интегрирования, которая должна фиксироваться граничными условиями. Для безмассового калибровочного поля трансляций в ньютоновском приближении имеем

$$\tilde{g}_{tt} \simeq 1 - 2\frac{M}{r}\left(G + \frac{a}{8\pi}\right), \quad (6.8)$$

где a – константа связи калибровочного поля. Поэтому получаем

$$c = -\frac{Ma}{4\pi}. \quad (6.9)$$

Используя определение (3.7) для эффективного метрического тензора, находим

$$\tilde{g}_{tt} = \left(1 + \frac{c}{r}\right)^2, \quad \tilde{g}_{ij} = -\delta_{ij} \left(1 - \frac{c}{r}\right)^2. \quad (6.10)$$

Решение (6.10) замечательно тем, что внутри сферы Шварцшильда $r = 2MG$, которая является полупроницаемой для материи вплоть до точки сингулярности $r = 0$, существует вторая, действительно сингулярная поверхность

$$r = \frac{Ma}{4\pi}, \quad (6.11)$$

которая непроницаема для материи. Действительно, уравнения для калибровочного поля трансляций не допускают координатных преобразований типа Крускала, т.к. калибровочное поле трансляций определено однозначно, и его нельзя устранить из эффективного метрического тензора преобразованием координат. К тому же и детерминант калибровочного поля

$$h = \det(\delta_\nu^\mu + \Theta_\nu^\mu) = \left(1 + \frac{Ma}{4\pi r}\right) \left(1 - \frac{Ma}{4\pi r}\right) \quad (6.12)$$

обращается в нуль на сфере (6.11). Поэтому существование калибровочного поля трансляций может предотвратить гравитационный коллапс массивного тела.

Работа выполнена при частичной поддержке Правительства Грузии и Международного научного фонда (ISF), грант по. MXL200.

Список литературы

- [1] *F. Hehl, J. Mc Crea, E. Mielke, Y. Ne'eman.* Phys. Rep. 1995. V. 258. P. 1.
- [2] *W. Drechler, M. Mayer.* Fiber Bundle Techniques in Gauge Theories. In: Lecture Notes in Physics, No 67. Berlin: Springer, 1977.
- [3] *D. Ivanenko, G. Sardanashvily.* Phys. Rep. 1983. V. 94. P. 1.
- [4] *G. Sardanashvily, O. Zakharov.* Gauge Gravitation Theory. Singapore: World Scientific, 1992.
- [5] *M. Gogberashvili.* gr-qc/9604018.
- [6] *G. Sardanashvily, M. Gogberashvili.* Mod. Phys. Lett. A. 1987. V. 2. P. 609.
- [7] *G. Sardanashvily, M. Gogberashvili.* Ann. Phys. (DDR). 1988. V. 45. P. 297.
- [8] *Г. А. Сарданашвили, М. Я. Гогберашвили.* Экспериментальные тесты теории гравитации. М.: Изд. Московского университета, 1989.
- [9] *D. Edelen.* Int. J. Theor. Phys. 1989. V. 28. P. 633; 1994. V. 33. P. 1315.
- [10] *C. Will.* Theory and Experiment in Gravitational Physics. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1993.
- [11] *A. Kadić, D. Edelen.* A Gauge Theory of Dislocations and Disclinations. In: Lecture Notes in Physics, No 174. Berlin: Springer, 1983.
- [12] *D. G. B. Edelen, D. C. Lagoudas.* Gauge Theory and Defects in Solids. Amsterdam: North-Holland, 1988.
- [13] *А. А. Лозунов, М. А. Мествришвили.* Основы релятивистской теории гравитации. М.: Изд. Московского университета, 1986.
- [14] *E. Fischbach, D. Sudarsky, A. Szafer, C. Talmadge, S. Aronson.* Ann. Phys. 1988. V. 182. P. 1.
- [15] *R. Sanders.* Astron. Astroph. 1986. V. 154. P. 135.
- [16] *S. Weinberg.* Gravitation and Cosmology. New York: Wiley, 1972.

Поступила в редакцию 11.IV.1997 г.

M. Ya. Gogberashvili

TENSOR-TENSOR MODEL OF GRAVITY

The main problem with the standard gauge theory of the Poincaré group, realized as a subgroup of $GL(5, R)$, is the appearance of fields connected with non-Lorentz symmetries and whose physical sense is unclear. In this paper, we treat the Poincaré gauge fields as new, Yang–Mills-type tensor fields and gravity as a Higgs–Goldstone field. In this case, the effective metric tensor for matter is a hybrid of two tensor fields. It is shown that in the linear approximation, the massive translation gauge field can give the Yukawa-type correction to Newton's potential. Also, corrections to the standard Einstein post-Newtonian formulae for light deflection and radar echo delay are obtained. A spherically symmetrical solution to the equations of translation gauge fields is found. The translation gauge field leads to the existence of a singular surface inside the Schwarzschild sphere that is impenetrable to matter and can prevent gravitational collapse of a massive body.