Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

А. В. Галажинский, А. А. Дериглазов, Алгебраическая структура локальных симметрий для двумерных суперчастиц на искривленном внешнем фоне, *ТМФ*, 1996, том 106, номер 1, 102–121

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf1101>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 52.87.193.239

26 апреля 2023 г., 09:36:38

А.В. Галажинский, А.А. Дериглазов

АЛГЕБРАИЧЕСКАЯ СТРУКТУРА ЛОКАЛЬНЫХ СИММЕТРИЙ ДЛЯ ДВУМЕРНЫХ СУПЕРЧАСТИЦ НА ИСКРИВЛЕННОМ ВНЕШНЕМ ФОНЕ

Проводится систематический анализ структуры локальных симметрий для $(1, 0)$ - и $(1, 1)$ -суперчастиц на искривленном внешнем фоне. Из требования правильного числа связей первого и второго рода выписан минимальный набор ограничений на фоновые суперполя, обеспечивающий корректное включение взаимодействия. Получен наиболее общий вид локальных симметрий для моделей на этом фоне. Найденные преобразования содержат вклады с суперполем кручения, калибровочная алгебра оказывается замкнутой вне массовой оболочки и нетривиально деформированной по сравнению с плоским случаем. Требование инвариантности действия относительно прямого обобщения плоских локальных симметрий влечет в качестве ограничений на фон полный набор суперполевых связей $d = 2$ супергравитации.

1. ВВЕДЕНИЕ

Модель суперчастицы [1] представляет собой явно суперсимметричное обобщение модели точечной релятивистской частицы в D -измерениях. Основными проблемами, возникающими в рамках этой теории, являются построение процедуры явно ковариантного квантования [2] и возможность обобщения этой процедуры на случай суперструны Грина–Шварца [3]. Трудности явно ковариантного квантования обусловлены присутствием в теории локальной k -симметрии Зигеля [4].

В последнее время заметно возрос интерес к другому аспекту в изучении суперчастицы (суперструны). В ряде работ [5–10] интенсивно исследовалась формулировка модели во внешних фоновых суперполях. Как оказалось, рассмотрение этого вопроса тесно смыкается с подходом геометрической интегрируемости [11–14] в математической физике. В рамках этого подхода было показано [5, 11–16], что ряд известных физических уравнений имеет интересную геометрическую интерпретацию. В частности, полный набор связей $D = 4, 10$ суперсимметричных теорий Янга–Миллса может быть получен из требования геометрической интегрируемости вдоль траекторий суперчастицы [5]. Аналогичное требование в случае $D = 10$ искривленного суперпространства влечет часть полного набора связей $D = 10$ супергравитации в качестве ограничений на фоновую геометрию [5]. Подход, использующий процедуру Дирака, был предложен в работах [6].

Стандартный способ сформулировать суперчастицу на искривленном фоне включает в себя три шага [5]. Во-первых, исходное действие и локальные симметрии записываются в терминах супертетрады плоского суперпространства. Во-вторых, координаты и супертетрада объявляются координатами и супертетрадой искривленного суперпространства (т.е. подразумевается минимальное взаимодействие). В-третьих, поскольку результирующая модель не обладает какими-либо локальными симметриями, кроме репараметризационной инвариантности, необходимо потребовать, чтобы k -преобразования (возникающие на первом и втором шагах) были симметрией действия. Как следствие появляется ряд ограничений на фоновые суперполя (возможность получить полный набор суперполевых связей супергравитации в этом подходе обсуждается в работах [6, 8–10]).

В этой связи отметим, что в предположении изучения модели с минимальным взаимодействием единственным дополнительным критерием для корректного включения взаимодействия является требование сохранения исходного числа степеней свободы, а не вида исходных локальных симметрий (более того, локальные k -преобразования модели на плоском фоне не имеют прозрачной алгебраической структуры в лагранжевом формализме (открытая вне массовой оболочки (off-shell) алгебра, структурные коэффициенты, зависящие от переменных), поэтому требованию сохранения именно этой алгебры при переходе к искривленному фону трудно придать какую-либо геометрическую интерпретацию). С использованием этого критерия можно выписать минимальный набор связей на фоновые суперполя (см. также [6]), необходимый для перехода к искривленному фону. В настоящей работе изучается наиболее общий вид и алгебраическая структура локальных симметрий для $(1, 0)$ - и $(1, 1)$ -суперчастиц на таком фоне. Мы рассмотрим также возможность получения полного набора суперполевых связей $D = 2$ супергравитации из дополнительного условия сохранения алгебраической структуры локальных симметрий (сформулированных подходящим образом) при переходе к искривленному фону.

Осуществляя в гамильтоновом формализме процедуру Дирака и требуя наличия правильного числа связей первого и второго рода для модели на фоне, мы находим минимальный набор ограничений, который необходимо наложить на фоновые суперполя для корректного включения взаимодействия. На этом фоне мы восстанавливаем наиболее общий вид локальных симметрий. Полученные преобразования содержат нетривиальные вклады с суперполем кручения и не совпадают с прямым обобщением плоских k -преобразований на искривленный фон [5].

Алгебраическая структура полученных преобразований далее модифицируется следующим образом. Как будет показано ниже, отличительной особенностью модели $(1, 0)$ -суперчастицы на плоском фоне является возможность замыкания вне массовой оболочки алгебры лагранжевых k -преобразований путем включения в нее некоторых тривиальных (исчезающих на массовой оболочке – on-shell) преобразований. То же самое может быть сделано для модели $(1, 1)$ -суперчастицы (а также для случая $D > 2$ [17]) путем перехода к формализму первого порядка. Более того, в обоих случаях в формализме первого порядка генераторы соответствующих преобразований образуют алгебру Ли (постоянные структурные коэффициенты). Мы покажем, что свойство замкнутости вне массовой оболочки может быть сохранено при переходе к искривленному

фону, хотя алгебра деформируется по сравнению с плоским случаем. Структурные константы оказываются функциями от переменных теории и фоновых суперполей, а для модели $(1, 1)$ -суперчастицы алгебру необходимо расширить дополнительными тривиальными симметриями для обеспечения замкнутости вне массовой оболочки. Следовательно, налагая дополнительное требование сохранения алгебраической структуры плоских локальных симметрий при переходе к искривленному фону, приходим к необходимости рассматривать модель на более жестком фоне. В частности, мы покажем, что из требования инвариантности действия относительно прямого обобщения плоских локальных симметрий следует полный набор связей $(1, 0)$ - и $(1, 1)$ -супергравитации.

Работа организована следующим образом. В разделе 2 локальные симметрии моделей на плоском фоне расширены подходящими тривиальными преобразованиями с целью получить замкнутую вне массовой оболочки алгебру. Для сравнения $(1, 0)$ -суперчастица изучается в лагранжевом формализме, а $(1, 1)$ -суперчастица – в формализме первого порядка ($(1, 0)$ -суперчастица в формализме первого порядка рассмотрена в работе [9]). В разделе 3 модели рассмотрены в искривленном суперпространстве. Найден минимальный набор ограничений на фоновые суперполя, обеспечивающий корректное включение взаимодействия; восстановлены наиболее общие локальные преобразования, согласованные с этим фоном. В разделе 4 вычислены коммутаторы для найденных преобразований и соответствующие структурные константы, показано, что калибровочная алгебра замкнута вне массовой оболочки. В разделе 5 получен полный набор суперполевых связей $(1, 0)$ - и $(1, 1)$ -супергравитации из требования инвариантности действия относительно прямого обобщения плоской алгебры. В заключении обсуждаются полученные результаты. Приложения содержат используемые обозначения и решение тождеств Бианки с минимальным набором связей для случая $(1, 1)$ -суперпространства, что будет необходимо при вычислениях в разделе 4.

2. ЗАМЫКАНИЕ КАЛИБРОВОЧНОЙ АЛГЕБРЫ

Мы используем вещественное представление для Γ^M -матриц в $D = 2$ и координаты светового конуса для бозонных переменных. Рассмотрим случай, когда нечетный сектор исходного плоского суперпространства параметризован майорано-вейлевским спинором $\theta^\alpha \equiv \begin{pmatrix} \theta^{(+)} \\ 0 \end{pmatrix}$ ($(1, 0)$ -суперпространство). В принятых обозначениях действие $(1, 0)$ -суперчастицы имеет следующий вид:

$$S = \int d\tau e^{-1} \Pi^+ \dot{x}^-, \quad (1)$$

где $\Pi^+ = \dot{x}^+ - i\dot{\theta}^{(+)}\theta^{(+)}$ и e – вспомогательная переменная (тетрада вдоль мировой линии суперчастицы). Теория (1) обладает глобальной $(1, 0)$ -суперсимметрией

$$\delta\theta^{(+)} = \varepsilon^{(+)}, \quad \delta x^+ = i\theta^{(+)}\varepsilon^{(+)}. \quad (2)$$

Локальными симметриями модели являются репараметризации с бозонным параметром $\alpha(\tau)$

$$\begin{aligned} \delta_\alpha x^+ &= \alpha \dot{x}^+, & \delta_\alpha x^- &= \alpha \dot{x}^-, \\ \delta_\alpha \theta^{(+)} &= \alpha \dot{\theta}^{(+)}, & \delta_\alpha e &= (\alpha e), \end{aligned} \quad (3)$$

а также преобразования Зигеля с фермионным параметром $k^{(-)}(\tau)$

$$\begin{aligned}\delta_{k^{(-)}}\theta^{(+)} &= \Pi^+ k^{(-)}, & \delta_{k^{(-)}}x^- &= 0, \\ \delta_{k^{(-)}}x^+ &= i\delta_{k^{(-)}}\theta^{(+)}\theta^{(+)}, & \delta_{k^{(-)}}e &= 2iek^{(-)}\dot{\theta}^{(+)}. \end{aligned} \quad (4)$$

Замечательной особенностью $(1, 0)$ -суперчастицы является возможность замкнуть вне массовой оболочки алгебру локальных симметрий. Чтобы убедиться в этом, рассмотрим следующие преобразования с бозонным параметром ξ^- :

$$\delta_{\xi^-}x^- = -\xi^-\Pi^+x^-, \quad \delta_{\xi^-}e = \xi^-e^2(e^{-1}\Pi^+). \quad (5)$$

Это тривиальная симметрия действия в том смысле, что преобразования (5) исчезают на массовой оболочке и, следовательно, не меняют числа степеней свободы в теории. В присутствии ξ -симметрии, однако, полная калибровочная алгебра оказывается замкнутой и имеет вид

$$\begin{aligned} \alpha &= 2ik_2^{(-)}k_1^{(-)}\Pi^+, \\ [\delta_{k_1}\delta_{k_2}] &= \delta_{\alpha} + \delta_{\xi} + \delta_{k_3}, & \xi^- &= 2ik_2^{(-)}k_1^{(-)}, \\ k_3^{(-)} &= 2ik_2^{(-)}k_1^{(-)}\dot{\theta}^{(+)}, \\ [\delta_k\delta_{\xi}] &= \delta_{\xi_1}, & \xi_1^- &= 2i\xi^-k^{(-)}\dot{\theta}^{(+)}, \\ [\delta_{\xi_1}, \delta_{\xi_2}] &= \delta_{\xi_3}, & \xi_3^- &= (\xi_1^-\dot{\xi}_2^- - \xi_2^-\dot{\xi}_1^-)\Pi^+, \\ [\delta_k, \delta_{\alpha}] &= \delta_{k_1}, & k_1^{(-)} &= \alpha\dot{k}^{(-)} - \dot{\alpha}k^{(-)}, \\ [\delta_{\xi}, \delta_{\alpha}] &= \delta_{\xi_1}, & \xi_1^- &= \alpha\dot{\xi}^- - 2\xi^-\dot{\alpha}, \\ [\delta_{\alpha_1}, \delta_{\alpha_2}] &= \delta_{\alpha_3}, & \alpha_3 &= \alpha_2\dot{\alpha}_1 - \alpha_1\dot{\alpha}_2. \end{aligned} \quad (6)$$

Применение процедуры Дирака к теории (1) ведет к системе связей

$$P_e \approx 0, \quad P_{(+)} = i\theta^{(+)}\pi_+ \approx 0, \quad \pi_+\pi_- \approx 0, \quad (7)$$

где через $(P_e, \pi_+, \pi_-, P_{(+)})$ обозначены импульсы, канонически сопряженные к переменным $(e, x^+, x^-, \theta^{(+)})$, соответственно. Специфическая особенность $D = 2$ заключается в том, что последнее соотношение подразумевает две возможности:

- 1) $\pi_+ = 0, \pi_- \neq 0$, и, следовательно, все связи первого рода;
- 2) $\pi_- = 0, \pi_+ \neq 0$, откуда заключаем, что $\pi_- = 0, P_e \approx 0$ – связи первого рода, тогда как $P_{(+)} + i\theta^{(+)}\pi_+ = 0$ – связь второго рода.

Отметим, что в размерности $D > 2$ уравнения $P_{\theta} + i\bar{\theta}\Gamma^{\mu}\pi_{\mu} = 0$ содержат связи как первого, так и второго рода. Разбиение на два сектора, сделанное выше, есть двумерный аналог этой ситуации.

Рассмотрим теперь случай, когда нечетный сектор исходного плоского суперпространства параметризован майорановским спинором $\theta^\alpha \equiv \begin{pmatrix} \theta^{(+)} \\ \theta^{(-)} \end{pmatrix}$ ((1, 1)-суперпространство). Действие (1, 1)-суперчастицы имеет вид

$$S = \int d\tau e^{-1} \Pi^+ \Pi^-, \quad (8)$$

где обозначено $\Pi^\pm = \dot{x}^\pm - i\dot{\theta}^{(\pm)}\theta^{(\pm)}$. По сравнению с (1, 0)-суперчастицей в модели (8) реализована дополнительная глобальная (0, 1)-суперсимметрия

$$\delta\theta^{(-)} = \varepsilon^{(-)}, \quad \delta x^- = i\theta^{(-)}\varepsilon^{(-)}. \quad (9)$$

Локальные симметрии расширяются следующими $k^{(+)}$ преобразованиями:

$$\begin{aligned} \delta_{k^{(+)}}\theta^{(-)} &= \Pi^- k^{(+)}, & \delta_{k^{(+)}}x^- &= i\delta_{k^{(+)}}\theta^{(-)}\theta^{(-)}, \\ \delta_{k^{(+)}}e &= 2iek^{(+)}\dot{\theta}^{(-)}, & \delta_{k^{(+)}}x^+ &= 0. \end{aligned} \quad (10)$$

Прямыми вычислениями можно убедиться, что алгебра преобразований (3), (4) и (10) замыкается только на уравнения движения (для замыкания алгебры вне массовой оболочки в исходном конфигурационном пространстве необходима бесконечная цепочка тривиальных симметрий). Введение вспомогательных переменных, однако, позволяет замкнуть алгебру. Для этого достаточно [17] переписать модель в формализме первого порядка

$$S = \int d\tau P^+ \Pi^- + P^- \Pi^+ - e P^+ P^-, \quad (11)$$

где $P^\pm$ – дополнительные переменные, рассматриваемые на равных основаниях с остальными. Легко убедиться, что теории (8) и (11) на массовой оболочке эквивалентны. Преобразования Зигеля для формулировки (11) имеют вид

$$\begin{aligned} \delta_{k^{(-)}}\theta^{(+)} &= P^+ k^{(-)}, & \delta_{k^{(-)}}x^+ &= i\delta_{k^{(-)}}\theta^{(+)}\theta^{(+)}, \\ \delta_{k^{(-)}}e &= 2ik^{(-)}\dot{\theta}^{(+)}, \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \delta_{k^{(+)}}\theta^{(-)} &= P^- k^{(+)}, & \delta_{k^{(+)}}x^- &= i\delta_{k^{(+)}}\theta^{(-)}\theta^{(-)}, \\ \delta_{k^{(+)}}e &= 2ik^{(+)}\dot{\theta}^{(-)}, \end{aligned} \quad (13)$$

и образуют замкнутую алгебру совместно с $\xi^\pm$ -преобразованиями

$$\delta_{\xi^-}x^+ = \xi^- P^+ P^+, \quad \delta_{\xi^-}e = (\xi^- P^+) \cdot + \xi^- \dot{P}^+, \quad (14)$$

$$\delta_{\xi^+}x^- = \xi^+ P^- P^-, \quad \delta_{\xi^+}e = (\xi^+ P^-) \cdot + \xi^+ \dot{P}^-. \quad (15)$$

Отметим, что симметрии (14) и (15) не являются независимыми, поскольку на массовой оболочке имеют место соотношения

$$\begin{aligned} \delta_{\xi+}|_{\text{on-shell}} &= (\delta_{\alpha} + \delta_{k^{(+)}})|_{\text{on-shell}}, \\ \alpha &= e^{-1}P^{-}\xi^{+}, \quad k^{(+)} = -e^{-1}\xi^{+}\dot{\theta}^{(-)}, \\ \delta_{\xi-}|_{\text{on-shell}} &= (\delta_{\alpha} + \delta_{k^{(-)}})|_{\text{on-shell}}, \\ \alpha &= e^{-1}P^{+}\xi^{-}, \quad k^{(-)} = -e^{-1}\xi^{-}\dot{\theta}^{(+)}. \end{aligned} \quad (16)$$

Ненулевые коммутаторы для (12)–(15) имеют вид

$$\begin{aligned} [\delta_{k_1^{(-)}}, \delta_{k_2^{(-)}}] &= \delta_{\xi-}, \quad \xi^{-} = 2ik_2^{(-)}k_1^{(-)}, \\ [\delta_{k_1^{(+)}}], \delta_{k_2^{(+)}}] &= \delta_{\xi+}, \quad \xi^{+} = 2ik_2^{(+)}k_1^{(+)}. \end{aligned} \quad (17)$$

Применение процедуры Дирака к теории (11) ведет к следующей системе связей:

$$\begin{aligned} P^{+} - \pi_{-} &\approx 0, & \pi_{p^{+}} &\approx 0, \\ P^{-} - \pi_{+} &\approx 0, & \pi_{p^{-}} &\approx 0; \\ P_{(+)} + i\theta^{(+)}\pi_{+} &\approx 0, & P_{(-)} + i\theta^{(-)}\pi_{-} &\approx 0, \\ P_e &\approx 0, & \pi_{+}\pi_{-} &\approx 0, \end{aligned} \quad (18)$$

где через $(P_e, \pi_{+}, \pi_{-}, \pi_{p^{+}}, \pi_{p^{-}}, P_{(+)}, P_{(-)})$ обозначены импульсы, канонически сопряженные к переменным $(e, x^{+}, x^{-}, P^{+}, P^{-}, \theta^{(+)}, \theta^{(-)})$, соответственно. Связи (18) чисто второго рода и означают, что переменные $(P^{\pm}, \pi_{p^{\pm}})$ являются нефизическими. Последнее соотношение в (19), как и в случае $(1, 0)$ -суперчастицы, подразумевает две возможности:

- 1) $\pi_{+} = 0, \pi_{-} \neq 0$, и, следовательно, $P_e \approx 0, \pi_{+} \approx 0, P_{(+)} \approx 0$ – связи первого рода, тогда как $P_{(-)} + i\theta^{(-)}\pi_{-} \approx 0$ – связь второго рода;
- 2) $\pi_{-} = 0, \pi_{+} \neq 0$, откуда заключаем, что $P_e \approx 0, \pi_{-} \approx 0, P_{(-)} \approx 0$ – связи первого рода, тогда как $P_{(+)} + i\theta^{(+)}\pi_{+} \approx 0$ – связь второго рода.

3. ВКЛЮЧЕНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

Вводя набор базисных один-форм $e^A = dz^M e_M^A$, где e_M^A – компоненты супертетрады, обобщение действия $(1, 0)$ -суперчастицы на случай искривленного суперпространства можно записать в виде

$$S = \int d\tau e^{-1} \dot{z}^M e_M^{+} \dot{z}^N e_N^{-}, \quad (20)$$

где $M \equiv (m, \widetilde{+})$ – мировые и $A \equiv (+, -, (+))$ – касательные индексы искривленного $(1, 0)$ -суперпространства.

В присутствии произвольного фонового суперполя $e_M^A(z)$ действие (20) не обладает какими-либо локальными симметриями, кроме репараметризационной ($\delta_\alpha e = (\alpha e)$, $\delta_\alpha z^M = \alpha \dot{z}^M$). Выясним, какие ограничения на фоновую геометрию следуют из требования правильного числа степеней свободы или, что эквивалентно, из требования правильного числа связей первого и второго рода для модели (20) на фоне.

Импульсы, сопряженные к переменным e и z^M , записываются в виде

$$P_e = 0, \quad \pi_M = e^{-1} e_M^+ \dot{z}^N e_N^- + e^{-1} e_M^- \dot{z}^N e_N^+, \quad (21)$$

откуда находим первичные связи теории

$$P_e \approx 0, \quad \pi_{(+)} \approx 0, \quad (22)$$

где обозначено $\pi_A \equiv e_A^M \pi_M$.

Канонический гамильтониан дается соотношением

$$H = P_e \lambda_e + e \pi_+ \pi_- + \lambda^{(+)} \pi_{(+)}, \quad (23)$$

где $\lambda_e, \lambda^{(+)}$ — лагранжевы множители к связям (22).

Градуированная скобка Пуассона выбирается в виде

$$\{AB\} = (-)^{\varepsilon_A \varepsilon_N} \frac{\vec{\partial} A}{\partial z^N} \frac{\vec{\partial} B}{\partial \pi_N} - (-)^{\varepsilon_A \varepsilon_B + \varepsilon_B \varepsilon_N} \frac{\vec{\partial} B}{\partial z^N} \frac{\vec{\partial} A}{\partial \pi_N}, \quad (24)$$

где ε_A — четность функции A . Прямыми вычислениями убеждаемся, что

$$\{\pi_A, \pi_B\} = T_{AB}^C \pi_C - (\omega_{AB}^C - (-)^{\varepsilon_A \varepsilon_B} \omega_{BA}^C) \pi_C, \quad (25)$$

где T_{AB}^C — компоненты два-формы кручения

$$\begin{aligned} T_{BC}^A = & (-)^{\varepsilon_B(\varepsilon_M + \varepsilon_C)} e_C^M e_B^N (\partial_N e_M^A + (-)^{\varepsilon_N(\varepsilon_M + \varepsilon_B)} e_M^B \omega_{NB}^A - \\ & - (-)^{\varepsilon_N \varepsilon_M} (\partial_M e_N^A + (-)^{\varepsilon_M(\varepsilon_N + \varepsilon_B)} e_N^B \omega_{MB}^A)) \end{aligned} \quad (26)$$

и ω_{MA}^B — компоненты один-формы связности, которая в случае $(1, 0)$ -суперпространства может быть выбрана в виде [18]

$$\omega_{NA}^B = \omega_N \delta_A^B N_B, \quad N_B = (N_+, N_-, N_{(+)}) = (1, -1, 1/2) \quad (27)$$

и в виде

$$\omega_{NA}^B = \omega_N \delta_A^B N_B, \quad N_B = (N_+, N_-, N_{(+)}, N_{(-)}) = (1, -1, 1/2, -1/2)$$

для $(1, 1)$ -суперпространства.

Условие сохранения первичной связи $P_e = 0$ во времени влечет вторичную связь

$$\pi_+ \pi_- \approx 0. \quad (28)$$

Как и в плоском случае, это условие подразумевает две возможности, которые следует рассматривать отдельно.

В первом случае ($\pi_+ = 0$) необходимо потребовать, чтобы все связи были первого рода. Принимая во внимание соотношение (27) и свойства симметрии кручения, получаем следующие слабые равенства:

$$\{\pi_+, \pi_+\} = 0, \quad \{\pi_+, \pi_{(+)}\} \approx T_{+(+)}^- \pi_-, \quad \{\pi_{(+)}, \pi_{(+)}\} \approx T_{(+) (+)}^- \pi_-, \quad (29)$$

откуда заключаем, что необходимо наложить следующие ограничения на фон:

$$T_{+(+)}^- = 0, \quad T_{(+) (+)}^- = 0. \quad (30)$$

Во втором случае ($\pi_- = 0$) связи $P_e \approx 0$, $\pi_- \approx 0$ должны быть первого рода, тогда как $\pi_{(+)} \approx 0$ – второго. Из формул

$$\{\pi_-, \pi_-\} = 0, \quad \{\pi_-, \pi_{(+)}\} \approx T_{-(+)}^+ \pi_+, \quad \{\pi_{(+)}, \pi_{(+)}\} \approx T_{(+) (+)}^+ \pi_+ \quad (31)$$

заключаем, что необходимо потребовать выполнения следующих соотношений:

$$T_{-(+)}^+ = 0, \quad T_{(+) (+)}^+ = -2i\Phi, \quad (32)$$

где Φ – произвольное всюду отличное от нуля суперполе (множитель $-2i$ выделен из соображений удобства).

Таким образом, корректная формулировка для $(1, 0)$ -суперчастицы на искривленном фоне подразумевает выполнение соотношений (30) и (32).

Найдем теперь наиболее общий вид инфинитезимальных преобразований для переменных z_M и e , являющихся преобразованиями симметрии для модели (20), (30) и (32). Для этого с использованием формул (А.6) и (А.7) приложения А запишем условие $\delta S = 0$ для произвольных вариаций δz^M и δe . Прямыми вычислениями убеждаемся, что наиболее общие преобразования (по модулю α -репараметризаций), оставляющие инвариантным действие (20) на фоне (30) и (32), имеют вид

$$\begin{aligned} \delta_k z^M e_M^{(+)} &= \dot{z}^M e_M^{+} k^{(-)}, \\ \delta_k z^M e_M^a &= 0, \\ \delta_k e &= 2ie\Phi k^{(-)} \dot{z}^M e_M^{(+)} - e \delta_k z^M e_M^{(+)} (T_{+(+)}^+ + T_{-(+)}^-). \end{aligned} \quad (33)$$

В случае $(1, 1)$ -суперчастицы (11) ситуация выглядит вполне аналогично. Исходное действие для теории на фоне записывается в виде

$$S = \int d\tau \left(P^+ \dot{z}^M e_M^- + P^- \dot{z}^M e_M^+ - e P^+ P^- \right). \quad (34)$$

Корректное включение взаимодействия подразумевает выполнение соотношений

$$T_{+(+)}^- = T_{+(-)}^- = T_{(+) (+)}^- = T_{(+) (-)}^- = T_{(-) (-)}^- + 2i\sqrt{2}\Phi = 0, \quad (35)$$

$$T_{- (+)}^+ = T_{- (-)}^+ = T_{(-) (-)}^+ = T_{(-) (+)}^+ = T_{(+)(+)}^+ + 2i\sqrt{2}\Phi_1 = 0, \quad (36)$$

где Φ, Φ_1 – произвольные всюду отличные от нуля суперполя. Наиболее общие k -преобразования, согласованные с соотношениями (35) и (36), имеют вид

$$\begin{aligned} \delta_{k(+)} z^M e_M^{(-)} &= P^- k^{(+)}, \\ \delta_{k(+)} P^+ &= P^+ P^- k^{(+)} T_{-(-)}^-, \\ \delta_{k(+)} P^- &= P^- P^- k^{(+)} T_{+(-)}^+, \\ \delta_{k(+)} e &= 2i\sqrt{2} k^{(+)} \dot{z}^M e_M^{(-)} \Phi - e P^- k^{(+)} (T_{-(-)}^- + T_{+(-)}^+); \end{aligned} \quad (37)$$

$$\begin{aligned} \delta_{k(-)} z^M e_M^{(+)} &= P^+ k^{(-)}, \\ \delta_{k(-)} P^+ &= P^+ P^+ k^{(-)} T_{-(+)}^-, \\ \delta_{k(-)} P^- &= P^+ P^- k^{(-)} T_{+(+)}^+, \\ \delta_{k(-)} e &= 2i\sqrt{2} k^{(-)} \dot{z}^M e_M^{(+)} \Phi_1 - e P^+ k^{(-)} (T_{-(+)}^- + T_{+(+)}^+). \end{aligned} \quad (38)$$

Отметим, что как для $(1, 0)$ -, так и для $(1, 1)$ -суперчастиц полученные преобразования содержат члены с суперполем кручения и не совпадают с прямым обобщением плоских k -преобразований на искривленный фон [5] (см. также раздел 5).

4. ДЕФОРМАЦИЯ АЛГЕБРЫ

Как было выяснено в разделе 2, локальные симметрии для рассматриваемых моделей на плоском фоне могут быть дополнены тривиальными преобразованиями и образуют в итоге замкнутую алгебру. Покажем, что то же самое может быть сделано для моделей на искривленном фоне (удовлетворяющем (30) и (32) или (35) и (36)).

Для случая $(1, 0)$ -суперчастицы, определяя следующие преобразования с бозонным параметром ξ^- :

$$\begin{aligned} \delta_\xi z^M &= -\xi^- \dot{z}^+ \dot{z}^- e_-^M, \\ \delta_\xi e &= \xi^- e^2 \mathcal{D}(e^{-1} \dot{z}^+) + \xi^- e \dot{z}^+ \dot{z}^- T_{+-}^+ + \\ &\quad + \xi^- e \dot{z}^+ \dot{z}^{(+)} T_{(+)-}^- + \xi^- e \dot{z}^+ \dot{z}^+ T_{+-}^-, \end{aligned} \quad (39)$$

где $\dot{z}^A \equiv \dot{z}^M e_M^A$, можно показать, что коммутатор двух k -преобразований имеет вид

$$\begin{aligned} [\delta_{k_1}, \delta_{k_2}] &= \delta_\alpha + \delta_{k_3} + \delta_\xi, \\ \alpha &= 2i \dot{z}^+ k_2^{(-)} k_1^{(-)} \Phi, \quad \xi^- = 2i k_2^{(-)} k_1^{(-)} \Phi, \\ k_3^{(-)} &= 2i k_2^{(-)} k_1^{(-)} \dot{z}^{(+)} \Phi - 2k_2^{(-)} k_1^{(-)} \dot{z}^+ T_{+(+)}^+ - k_2^{(-)} k_1^{(-)} \dot{z}^+ T_{(+)(+)}^{(+)}. \end{aligned} \quad (40)$$

При проверке соотношения (40) необходимо использовать связи (30) и (32), а также следствия тождеств Бианки

$$\begin{aligned} 2D_{(+)}[T_{+(+)}^{+} + T_{-(+)}^{-}] + 2i\partial_{+}\Phi + 2i\Phi[T_{+-}^{-} + 2T_{+(+)}^{(+)}] + \\ + T_{(+) (+)}^{(+)}[T_{+(+)}^{+} + T_{-(+)}^{-}] = 0, \\ \partial_{-}\Phi + \Phi[T_{+-}^{+} + 2T_{-(+)}^{(+)}] = 0, \\ \partial_{(+)}\Phi + \Phi[T_{+(+)}^{+} + T_{(+) (+)}^{(+)}] = 0. \end{aligned} \quad (41)$$

Принимая во внимание уравнения движения, можно показать, что преобразования (39) являются тривиальной симметрией действия (20) без наложения дополнительных связей на фон. Оставшиеся коммутаторы в алгебре имеют вид

$$\begin{aligned} [\delta_{\xi_1}, \delta_{\xi_2}] = \delta_{\xi_3}, \quad \xi_3^{-} = (\xi_1^{-}\dot{\xi}_2^{-} - \xi_2^{-}\dot{\xi}_1^{-})\dot{z}^{+}, \\ [\delta_k, \delta_{\xi}] = \delta_{k_1} + \delta_{\xi_1}, \\ k_1^{(-)} = \xi^{-}\dot{z}^{+}\dot{z}^{-}k^{(-)}[T_{(+)-}^{(+)} - T_{+-}^{+}], \\ \xi_1^{-} = 2i\Phi\xi^{-}k^{(-)}\dot{z}^{(+)} - \xi^{-}k^{(-)}\dot{z}^{+}T_{+(+)}^{+}, \end{aligned} \quad (42)$$

где использованы связи (30), (32) и следствия тождеств Бианки

$$\begin{aligned} R_{+(+)} = D_{(+)}T_{+-}^{-} + D_{+}T_{-(+)}^{-} + T_{(+) +}^{(+)}T_{(+)-}^{-} + T_{(+) +}^{+}T_{+-}^{-}, \\ R_{(+)-} = D_{(+)}T_{-+}^{+} + D_{-}T_{+(+)}^{+} + T_{(+)-}^{(+)}T_{(+) +}^{+} - \\ - 2i\Phi T_{-+}^{(+)} + T_{(+)-}^{-}T_{-+}^{+}, \\ R_{(+) (+)} = 2i\Phi T_{+-}^{-} - 2D_{(+)}T_{(+)-}^{-} - T_{(+) (+)}^{(+)}T_{(+)-}^{-}, \\ \partial_{-}\Phi + \Phi[T_{+-}^{+} + 2T_{-(+)}^{(+)}] = 0. \end{aligned} \quad (43)$$

Таким образом, расширенная преобразованиями (39) калибровочная алгебра для теории на фоне замкнута вне массовой оболочки. Аналогичные рассуждения можно провести рассматривая модель в формализме первого порядка [9]. При этом, в отличие от изложенного выше лагранжева формализма, структура алгебры на плоском фоне оказывается более простой по сравнению с (6), т.к. преобразования симметрии образуют реализацию алгебры Ли. Однако при переходе к искривленному фону структурные константы в коммутаторах преобразований по-прежнему оказываются функциями от переменных теории. Та же деформация плоской алгебры при переходе к искривленному фону имеет место для случая (1, 1)-суперчастицы и будет прослежена ниже.

Отметим, что преобразования на плоском фоне (4), (5) получаются из формул (33), (39), имеющих структуру $\delta_{\varepsilon}q^i = R^i(\varepsilon, q, e(q), T(e))$, с помощью подстановки плоской тетрады $e(q) \rightarrow e^0(q)$. При этом из замкнутости алгебры на плоском фоне (т.е. при специальном выборе функций $e^0(q)$) не следует то же свойство для произвольных $e(q)$. В качестве размыкающих алгебру могут появиться члены, пропорциональные либо уравнениям движения, либо фоновым суперполям, исчезающим в пределе плоского фона. Технически проверка замкнутости коммутаторов оказывается достаточно нетривиальной

и требует использования решений тождеств Бианки на фоне с минимальным набором связей (30) и (32) либо (35) и (36).

Рассмотрим теперь случай (1, 1)-суперчастицы. Определим следующие преобразования с бозонными параметрами ξ^+ и ξ^- :

$$\begin{aligned}
\delta_{\xi^+} z^M &= P^- P^- \xi^+ \Phi e_-^M, \\
\delta_{\xi^+} P^+ &= -P^+ P^- P^- \xi^+ (\mathcal{D}_- \Phi + 2\Phi T_{-(-)}^{(-)}), \\
\delta_{\xi^+} P^- &= P^- P^- P^- \xi^+ \Phi T_{+ -}^+, \\
\delta_{\xi^+} e &= \mathcal{D}(P^- \xi^+) \Phi + \xi^+ \mathcal{D}(P^-) \Phi - P^- \xi^+ \dot{z}^{(-)} T_{(-)(-)}^{(-)} \Phi + \\
&\quad + e P^- P^- \xi^+ (\mathcal{D}_- \Phi + 2\Phi T_{-(-)}^{(-)} + \Phi T_{+ -}^+) - \\
&\quad - 2\xi^+ P^- \Phi (\dot{z}^+ T_{+(-)}^{(-)} + \dot{z}^- T_{-(-)}^{(-)} + \dot{z}^{(+)} T_{(+)(-)}^{(-)}); \quad (44) \\
\delta_{\xi^-} z^M &= P^+ P^+ \xi^- \Phi_1 e_+^M, \\
\delta_{\xi^-} P^+ &= P^+ P^+ P^+ \xi^- \Phi_1 T_{-+}^-, \\
\delta_{\xi^-} P^- &= -P^- P^+ P^+ \xi^- (\mathcal{D}_+ \Phi_1 + 2\Phi_1 T_{+(+)}^{(+)}), \\
\delta_{\xi^-} e &= \mathcal{D}(\xi^- P^+) \Phi_1 + \xi^- \mathcal{D}(P^+) \Phi_1 - \xi^- P^+ \dot{z}^{(+)} T_{(+)(+)}^{(+)} \Phi_1 + \\
&\quad + e P^+ P^+ \xi^- (\mathcal{D}_+ \Phi_1 + 2\Phi_1 T_{+(+)}^{(+)} + \Phi_1 T_{+ -}^-) - \\
&\quad - 2\xi^- P^+ \Phi_1 (\dot{z}^+ T_{+(+)}^{(+)} + \dot{z}^- T_{- (+)}^{(+)} + \dot{z}^{(-)} T_{(-)(+)}^{(+)}). \quad (45)
\end{aligned}$$

Используя связи (35), (36) и следствия тождеств Бианки (Б.1), можно показать, что действие (34) инвариантно относительно (44) и (45). Как и в случае плоского суперпространства, $\xi^\pm$ -симметрия не является независимой, поскольку на массовой оболочке выполнены соотношения

$$\begin{aligned}
\delta_{\xi^+} \big|_{\text{on-shell}} &= (\delta_\alpha + \delta_{k^{(+)}}) \big|_{\text{on-shell}}, \\
\alpha &= e^{-1} P^- \xi^+ \Phi, \quad k^{(+)} = -e^{-1} \Phi \xi^+ \dot{z}^{(-)}, \\
\delta_{\xi^-} \big|_{\text{on-shell}} &= (\delta_\alpha + \delta_{k^{(-)}}) \big|_{\text{on-shell}}, \\
\alpha &= e^{-1} P^+ \xi^- \Phi_1, \quad k^{(-)} = -e^{-1} \Phi_1 \xi^- \dot{z}^{(+)}. \quad (46)
\end{aligned}$$

В присутствии $\xi^\pm$ -преобразований парные коммутаторы k -преобразований примут вид

$$\begin{aligned}
[\delta_{k_1^{(+)}} , \delta_{k_2^{(+)}}] &= \delta_{k_3^{(+)}} + \delta_{\xi^+} + \delta_\Lambda; \quad (47) \\
k_3^{(+)} &= P^- k_2^{(+)} k_1^{(+)} (2T_{+(-)}^+ - T_{(-)(-)}^{(-)}), \\
\xi^+ &= 2i\sqrt{2} k_2^{(+)} k_1^{(+)}, \\
\Lambda &= P^- P^- k_2^{(+)} k_1^{(+)} R_{(-)(-)}.
\end{aligned}$$

Формулы для $[\delta_{k_1^{(-)}} , \delta_{k_2^{(-)}}]$ получаются из (47) заменой всех индексов $+ \leftrightarrow - (+) \leftrightarrow (-)$. При вычислении использованы связи (35), (36) и следствия тождеств Бианки (Б.1), (Б.2), (Б.3). Необходимо также иметь в виду соотношение

$$[\delta_{k_1}, \delta_{k_2}] e_M^\pm = ([\delta_{k_1}, \delta_{k_2}] z^N) \mathcal{D}_{Ne_M}^\pm \mp \delta_{k_1} z^B \delta_{k_2} z^C R_{CB e_M}^\pm,$$

где R_{CB} – компоненты два-формы кривизны. Появление локально-лоренцевых преобразований¹⁾ в правых частях коммутаторов не удивительно, поскольку вариации фоновых суперполей сопровождаются компенсирующим локально-лоренцевым преобразованием (см. (A.6)). Отметим, что добавление этих преобразований к алгебре не приводит к ее замыканию.

Определим теперь следующие $\kappa^\pm$ -преобразования:

$$\delta_{\kappa+} P^+ = P^+ P^- \kappa^+, \quad \delta_{\kappa+} e = (\dot{z}^- - e P^-) \kappa^+; \quad (48)$$

$$\delta_{\kappa-} P^- = P^+ P^- \kappa^-, \quad \delta_{\kappa-} e = (\dot{z}^+ - e P^+) \kappa^-. \quad (49)$$

Очевидно, что (48) и (49) – тривиальная симметрия действия (34). В присутствии этих преобразований полная калибровочная алгебра оказывается замкнутой. Оставшиеся коммутаторы имеют вид

$$[\delta_{k^{(+)}} , \delta_{k^{(-)}}] = \delta_{k_1^{(+)}} + \delta_{k_1^{(-)}} + \delta_\Lambda + \delta_{\kappa+} + \delta_{\kappa-}; \quad (50)$$

$$k_1^{(+)} = P^+ k^{(+)} k^{(-)} (T_{(+)+}^+ + T_{(-)(+)}^{(-)}),$$

$$k_1^{(-)} = P^- k^{(+)} k^{(-)} (T_{(-)-}^- + T_{(-)(+)}^{(+)}),$$

$$\kappa^+ = 2i\sqrt{2} \Phi P^+ k^{(+)} k^{(-)} T_{-(+)}^{(-)},$$

$$\kappa^- = 2i\sqrt{2} \Phi_1 P^- k^{(+)} k^{(-)} T_{+(-)}^{(+)},$$

$$\Lambda = P^+ P^- k^{(-)} k^{(+)} R_{(+)(-)}$$

(здесь использованы связи (35), (36) и следствия тождеств Бианки (Б.1), (Б.2) и (Б.4));

$$[\delta_{k^{(+)}} , \delta_{\xi^+}] = \delta_{k_1^{(+)}} + \delta_{\xi_1^+} + \delta_\Lambda; \quad (51)$$

$$k_1^{(+)} = P^- P^- \xi^+ k^{(+)} \Phi (T_{-+}^+ + T_{-(-)}^{(-)}),$$

$$\xi_1^+ = P^- \xi^+ k^{(+)} (2T_{+(-)}^+ - T_{(-)(-)}^{(-)}),$$

$$\Lambda = P^- P^- P^- \xi^+ k^{(+)} \Phi R_{(-)-}$$

(здесь использованы связи (35), (36) и следствия тождеств Бианки (Б.1), (Б.2) и (Б.5));

$$[\delta_{k^{(+)}} , \delta_{\xi^-}] = \delta_{\xi_1^-} + \delta_{k_1^{(+)}} + \delta_{k_1^{(-)}} + \delta_{\kappa+} + \delta_{\kappa-} + \delta_\Lambda; \quad (52)$$

¹⁾ Локально-лоренцевы преобразования действуют на касательные индексы $\delta_{e_M}{}^A = N_A \times \Lambda e_M{}^A$, $\delta P^\pm = \pm \Lambda P^\pm$ и являются преобразованиями σ -модельного типа [19], поскольку $e_M{}^A(z)$ – фоновое суперполе.

$$\begin{aligned}
\xi_1^- &= 2P^- k^{(+)} \xi^- (T_{-(-)}^- - T_{(+)(-)}^{(+)}), \\
k_1^{(-)} &= \Phi_1 P^+ \xi^- P^- k^{(+)} T_{+(-)}^{(+)}, \\
k_1^{(+)} &= P^+ P^+ \xi^- k^{(+)} (D_+ \Phi_1 + 2\Phi_1 T_{+(+)}^{(+)} + \Phi_1 T_{+(-)}^{(-)}), \\
\kappa^+ &= 2i\sqrt{2} P^+ P^+ \xi^- \Phi \Phi_1 k^{(+)} T_{-+}^{(-)}, \\
\Lambda &= P^+ P^+ \xi^- \Phi_1 P^- k^{(+)} R_{(-)+}, \\
\kappa^- &= P^+ P^- \xi^- k^{(+)} \Phi_1 (2D_{(+)} T_{+(-)}^{(+)} + 2T_{(+)(-)}^{(-)} T_{+(-)}^{(+)} + \\
&\quad + 2T_{(+)+}^{+} T_{+(-)}^{(+)} + T_{(-)+}^{(+)} T_{(+)(+)}^{(+)}),
\end{aligned}$$

(здесь использованы связи (35), (36) и следствия тождеств Бианки (Б.1), (Б.2) и (Б.6));

$$\begin{aligned}
[\delta_{\xi_1^\pm}, \delta_{\xi_2^\pm}] &= 0, \\
[\delta_{\xi^+}, \delta_{\xi^-}] &= \delta_{\xi_1^+} + \delta_{\xi_1^-} + \delta_{k^{(+)}} + \delta_{k^{(-)}} + \delta_{k^+} + \delta_{k^-} + \delta_\Lambda; \\
k^{(+)} &= P^+ P^+ \xi^- \Phi_1 P^- \xi^+ \Phi T_{+-}^{(-)}, \\
k^{(-)} &= P^- P^- \xi^+ \Phi P^+ \xi^- \Phi_1 T_{+-}^{(+)}, \\
\xi_1^+ &= 2P^+ P^+ \xi^+ \xi^- (D_+ \Phi_1 + 2\Phi_1 T_{+(+)}^{(+)} + \Phi_1 T_{+(-)}^{(-)}), \\
\xi_1^- &= -2P^- P^- \xi^- \xi^+ (D_- \Phi + 2\Phi T_{-(-)}^{(-)} + \Phi T_{-(+)}^{(+)}), \\
\kappa^+ &= P^+ P^+ P^- \xi^+ \xi^- \Phi \Phi_1 (2D_{(-)} T_{-+}^{(-)} + T_{-+}^{(-)} T_{(-)(-)}^{(-)} + \\
&\quad + 2T_{+(-)}^{+} T_{+-}^{(-)} + 2T_{+(-)}^{(+)} T_{(+)-}^{(-)} + 2T_{(-)-}^{-} T_{-+}^{(-)}), \\
\kappa^- &= -P^- P^- P^+ \xi^- \xi^+ \Phi \Phi_1 (2D_{(+)} T_{+-}^{(+)} + T_{+-}^{(+)} T_{(+)(+)}^{(+)} + \\
&\quad + 2T_{-(+)}^{-} T_{-+}^{(+)} + 2T_{-(+)}^{(-)} T_{(-)+}^{(+)} + 2T_{(+)+}^{+} T_{+-}^{(+)}), \\
\Lambda &= P^+ P^+ P^- P^- \xi^+ \xi^- \Phi \Phi_1 R_{-+}
\end{aligned}$$

(здесь использованы связи (35), (36) и следствия тождеств Бианки (Б.1), (Б.2) и (Б.9));

$$[\delta_{k_1^\pm}, \delta_{k_2^\pm}] = 0; \quad (54)$$

$$\begin{aligned}
[\delta_{k^+}, \delta_{k^-}] &= \delta_{k_1^+} + \delta_{k_1^-}, \\
k_1^+ &= -k^+ k^- P^+, \quad k_1^- = k^+ k^- P^-;
\end{aligned} \quad (55)$$

$$\begin{aligned}
[\delta_{k^{(+)}} , \delta_{k^+}] &= \delta_{k_1^+}, \\
k_1^+ &= P^- k^+ k^{(+)} T_{+(-)}^{+};
\end{aligned} \quad (56)$$

$$\begin{aligned}
[\delta_{k^{(-)}} , \delta_{k^+}] &= \delta_{k_1^{(-)}} + \delta_{k_1^+}, \\
k_1^{(-)} &= -P^- k^+ k^{(-)}, \quad k_1^+ = P^+ k^{(-)} k^+ T_{+(+)}^{+};
\end{aligned} \quad (57)$$

$$\begin{aligned}
[\delta_{\xi^+}, \delta_{k^+}] &= \delta_{k_1^+}, \\
k_1^+ &= k^+ P^- P^- \xi^+ \Phi T_{+-}^{+}
\end{aligned} \quad (58)$$

(здесь использованы связи (35), (36) и следствия тождеств Бианки (Б.1));

$$\begin{aligned} [\delta_{\xi-}, \delta_{\kappa+}] &= \delta_{\xi_1-} + \delta_{\kappa_1+}, \\ \xi_1^- &= -2P^- \kappa^+ \xi^-, \\ \kappa_1^+ &= -P^+ P^+ \xi^- k^+ (D_+ \Phi_1 + 2\Phi_1 T_{+(+)}^{(+)}). \end{aligned} \quad (59)$$

Формулы для $[\delta_{k(-)}, \delta_{\xi-}]$, $[\delta_{k(-)}, \delta_{\xi+}]$, $[\delta_{k(-)}, \delta_{\kappa-}]$, $[\delta_{k(+)}, \delta_{\kappa-}]$, $[\delta_{\xi-}, \delta_{\kappa-}]$, $[\delta_{\xi+}, \delta_{\kappa-}]$ получаются из (51), (52) и (56)–(59), соответственно, заменой $\Phi \leftrightarrow \Phi_1$, а также перенумерацией всех индексов $+ \leftrightarrow -$ и $(+) \leftrightarrow (-)$. При вычислениях необходимо использовать связи (35), (36) и следствия тождеств Бианки (Б.1), (Б.2), (Б.7), (Б.8).

Таким образом, полная калибровочная алгебра для теории на фоне нетривиально деформируется и, более того, расширяется дополнительными $\kappa^\pm$ -преобразованиями по сравнению с плоской алгеброй (17).

5. СТРУКТУРА ЛОКАЛЬНЫХ СИММЕТРИЙ И СВЯЗИ $D = 2$ СУПЕРГРАВИТАЦИИ

Как было отмечено в разделе 3, корректная формулировка модели суперчастицы в искривленном суперпространстве подразумевает выполнение соотношений (30) и (32) для $(1, 0)$ -случая (или (35) и (36) для $(1, 1)$ -случая). К этим связям можно дописать дополнительные ограничения (необходимо лишь убедиться, что они не противоречат решениям соответствующих тождеств Бианки), получая в итоге теорию на более жестком фоне. Рассмотрим одну из таких возможностей. Преобразования, которые являются прямым обобщением плоских симметрий (4) и (5) на искривленный фон

$$\begin{aligned} \delta_k z^M e_M^{(+)} &= z^M e_M^+ k^{(-)}, \\ \delta_k z^M e_M^a &= 0, \\ \delta_k e &= 2ie k^{(-)} z^M e_M^{(+)}; \end{aligned} \quad (60)$$

$$\begin{aligned} \delta_\xi z^M e_M^- &= -\xi^- z^M e_M^+ z^N e_N^-, \\ \delta_\xi e &= \xi^- e^2 \mathcal{D}(e^{-1} z^M e_M^+), \end{aligned} \quad (61)$$

получаются из симметрий наиболее общего вида (33) и (39), если фон удовлетворяет следующим связям:

$$\begin{aligned} T_{(+)(+)}^+ &= -2i, \quad T_{(+)(+)}^- = T_{+(+)}^- = T_{-(+)}^+ = 0, \\ T_{+(+)}^+ + T_{-(+)}^- &= 0; \end{aligned} \quad (62)$$

$$T_{(+)-}^- = T_{+-}^+ = T_{+-}^- = 0, \quad (63)$$

или в более компактной форме

$$T_{(+)(+)}^a = -2i\delta^{a+}, \quad T_{ab}^c = T_{a(+)}^b = 0. \quad (64)$$

Действие (20) на фоне (64) инвариантно относительно (60) и (61) (поскольку оно инвариантно относительно (33) и (39) при произвольных фоновых суперполях). Используя уравнения движения и связи (64), можно убедиться, что ξ -преобразования исчезают на массовой оболочке. Алгебра преобразований (60), (61) замкнута и в точности совпадает с плоской алгеброй (6). Наконец, используя тождества Бианки, можно показать, что набор (64) эквивалентен полному набору связей (1, 0)-супергравитации [18].

Отметим, что при аналогичных вычислениях в формализме первого порядка [9] «плоские» преобразования образуют алгебру Ли, и, как отмечено выше, это свойство сохраняется при переходе к фону (1, 0)-супергравитации (64). На менее жестком фоне (30), (32) алгебра деформируется, как мы показали в предыдущем разделе.

В случае (1, 1)-суперчастицы ситуация выглядит вполне аналогично. Определяя преобразования, которые являются непосредственным обобщением плоских локальных симметрий на случай искривленного суперпространства,

$$\begin{aligned} \delta_{k(+)} z^M e_M^{(-)} &= P^- k^{(+)}, & \delta_{k(-)} z^M e_M^{(+)} &= P^+ k^{(-)}, \\ \delta_{k(+)} e &= 2i\sqrt{2} k^{(+)} \dot{z}^M e_M^{(-)}, & \delta_{k(-)} e &= 2i\sqrt{2} k^{(-)} \dot{z}^M e_M^{(+)}, \\ \delta_{\xi^+} z^M e_M^- &= P^- P^- \xi^+, & \delta_{\xi^-} z^M e_M^+ &= P^+ P^+ \xi^-, \\ \delta_{\xi^+} e &= \mathcal{D}(\xi^+ P^-) + \xi^+ \mathcal{D}(P^-), & \delta_{\xi^-} e &= \mathcal{D}(\xi^- P^+) + \xi^- \mathcal{D}(P^+) \end{aligned} \quad (65)$$

и сравнивая с формулами (37), (38), (44) и (45), получаем следующие ограничения на фон:

$$T_{\alpha\beta}{}^a = 2i\Gamma_{\alpha\beta}^a, \quad T_{ab}{}^c = T_{a\beta}{}^c = 0. \quad (66)$$

Используя тождества Бианки, далее легко показать, что набор (66) эквивалентен полному набору связей (1, 1)-супергравитации [20].

Таким образом, полный набор связей (1, 0)- и (1, 1)-супергравитации может быть получен из требования инвариантности действия суперчастицы относительно прямого обобщения плоских локальных симметрий, сформулированных подходящим образом.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе показано, что модели (1, 0)- и (1, 1)-суперчастицы в плоском суперпространстве могут быть сформулированы таким образом, что локальные фермионные k -преобразования образуют реализацию алгебры Ли. После перехода к искривленному суперпространству (в предположении минимального взаимодействия), выписан набор суперполевых связей на фоновые суперполя, обеспечивающий включение взаимодействия с сохранением исходного числа степеней свободы. На этом фоне восстановлен наиболее общий вид локальных k -симметрий и изучена их алгебраическая структура. Полученные преобразования образуют замкнутую алгебру, которая оказывается деформированной по сравнению с плоским случаем. Структурные константы в коммутаторах преобразований оказываются функциями переменных теории и фоновых суперполей, а в случае (1, 1)-суперчастицы алгебру необходимо расширить дополнительными тривиальными преобразованиями для обеспечения замкнутости вне массовой оболочки.

Сравнение полученных результатов с плоским случаем позволяет высказать естественный дополнительный критерий, которому можно следовать при формулировке суперчастицы в искривленном суперпространстве. А именно, зафиксируем фон таким образом, чтобы преобразования симметрии имели ту же алгебраическую структуру, что и в плоском суперпространстве. В частности, мы показали, что полный набор связей $D = 2$ супергравитации (как для $(1, 0)$ -, так и для $(1, 1)$ -случая) гарантирует сохранение «плоской» алгебраической структуры; именно на фоне $D = 2$ супергравитации локальные k -симметрии функционала действия суперчастицы являются реализацией алгебры Ли.

Настоящая работа выполнена при частичной поддержке фонда ISF Grant No M2I000 (А.Д.), фонда ECG INTAS-93-2058 (А.Д.), фонда ISSEP Grant No a837-ф (А.Г.) и фонда Томалла (в рамках программы МЦФФМ) (А.Г.).

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Суперпуанкаре-инвариантными объектами в $(1, 1)$ -суперпространстве $z^A = (x^a, \theta^\alpha)$ в майорановском представлении Γ^μ -матриц

$$\Gamma^0_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \Gamma^1_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} 0 & i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad C_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A.1})$$

являются комбинации $\dot{x}^a - i\bar{\theta}\Gamma^a\dot{\theta}$, $\dot{\theta}^\alpha$. Для перехода к искривленному фону удобно использовать вещественное представление

$$\begin{aligned} \sigma^a_{\alpha\beta} &= \Gamma^a_{\alpha\gamma} C_{\gamma\beta}, & \sigma^{a\alpha\beta} &= C_{\alpha\gamma} \Gamma^a_{\gamma}{}^\beta, \\ \{\sigma^a, \sigma^b\} &= 2\eta^{ab}, & \eta^{ab} &= (-1, 1) \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

и координаты светового конуса

$$A^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}}(A^0 \pm A^1), \quad (\text{A.3})$$

так что

$$\begin{aligned} \Pi^+ &= \dot{x}^+ - i\dot{\theta}^{(+)}\theta^{(+)}, & \Pi^- &= \dot{x}^- - i\dot{\theta}^{(-)}\theta^{(-)}, \\ \theta^{(+)} &\equiv 2^{1/4}\bar{\theta}^1, & \theta^{(-)} &\equiv 2^{1/4}\bar{\theta}^2. \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

Индексы $(+, -, (+), (-))$ выделяют неприводимые представления группы Лоренца в $D = 2$

$$\delta A^\pm = \pm\omega A^\pm, \quad \delta\theta^{(\pm)} = \pm\frac{1}{2}\omega\theta^{(\pm)}. \quad (\text{A.5})$$

Для перехода к $(1, 0)$ -суперпространству достаточно положить $\theta^{(-)} = 0$.

При варьировании функционала действия и вычислении коммутаторов полезно следующее замечание. Поскольку $e_M{}^A(z), \omega_{MA}{}^B(z)$ – фоновые суперполя, при произвольных вариациях δz^M они преобразуются только за счет аргументов ($\delta e_M{}^A =$

$\delta z^N \partial_N e_M^A$). Таким образом, действие калибровочных и (фоновых) локально-лоренцевых преобразований не согласованно ($e_M^A(z)$ не является лоренцевым вектором). Следуя стандартной идеологии [8, 18], сопроводим вариацию δz^N компенсирующим локально-лоренцевым преобразованием $\delta e_M^A = \delta z^N \partial_N e_M^A + \partial_\Lambda e_M^A$ и параметр Λ подберем так, что δe_M^A – лоренцев вектор. В результате

$$\delta e_M^A = \delta z^N \mathcal{D}_N e_M^A \equiv \delta z^N \left(\partial_N e_M^A + (-)^{\varepsilon_N(\varepsilon_M + \varepsilon_C)} e_M^C \omega_{NC}^A \right). \quad (\text{A.6})$$

С учетом этого замечания для произвольной вариации δz^N будем иметь

$$\delta(\dot{z}^N e_M^A) = \mathcal{D}(\delta z^N e_N^A) - \delta z^N e_N^B \dot{z}^M e_M^D T_{DB}^A,$$

где $\mathcal{D}(\delta z^N e_N^A)$ – ковариантизованная производная

$$\mathcal{D}(\xi^A) = \dot{\xi}^A + \xi^B \dot{z}^N \omega_{NB}^A. \quad (\text{A.7})$$

ПРИЛОЖЕНИЕ Б

После наложения связей (35) и (36) тождества Бианки $R_{[ABC]}^D = D_{[A} T_{BC]}^D + T_{[AB}^L T_{LC}^D$ представляют собой систему уравнений, которым должны удовлетворять фоновые суперполя кручения и кривизны. Выпишем соотношения, необходимые при проверке алгебры (50–59) (решение тождеств Бианки для полного набора связей $d = 2$ супергравитации можно найти в работе [18]),

$$D_{(+)} \Phi + \Phi (T_{-(+)}^- + 2T_{(-)(+)}^{(-)}) = 0,$$

$$D_{(-)} \Phi + \Phi (T_{-(-)}^- + T_{(-)(-)}^{(-)}) = 0,$$

$$D_{+} \Phi + \Phi (T_{-+}^- + 2T_{+(-)}^{(-)}) = 0,$$

$$D_{(+)} \Phi_1 + \Phi_1 (T_{+(+)}^+ + T_{(+)(+)}^{(+)}) = 0,$$

$$D_{(-)} \Phi_1 + \Phi_1 (T_{+(-)}^+ + 2T_{(+)(-)}^{(+)}) = 0,$$

$$D_{-} \Phi_1 + \Phi_1 (T_{+-}^+ + 2T_{-(+)}^{(+)}) = 0; \quad (\text{B.1})$$

$$T_{(+)(+)}^{(-)} = T_{(-)(-)}^{(+)} = T_{+(+)}^{(-)} = T_{-(-)}^{(+)} = 0; \quad (\text{B.2})$$

$$-R_{(-)(-)} = 2D_{(-)} T_{(-)-}^- - 2i\sqrt{2} D_{-} \Phi + T_{(-)(-)}^{(-)} T_{(-)-}^- - 4i\sqrt{2} \Phi T_{(-)(-)}^{(-)},$$

$$R_{(-)(-)} = 2D_{(-)} T_{(-)+}^+ + T_{(-)(-)}^{(-)} T_{(-)+}^+ + 2i\sqrt{2} \Phi T_{+-}^+,$$

$$-R_{(+)(+)} = 2D_{(+)} T_{(+)-}^- + T_{(+)(+)}^{(+)} T_{(+)-}^- + 2i\sqrt{2} \Phi_1 T_{-+}^-,$$

$$R_{(+)(+)} = 2D_{(+)} T_{(++)}^+ - 2i\sqrt{2} D_{+} \Phi_1 + \\ + T_{(+)(+)}^{(+)} T_{(++)}^+ - 4i\sqrt{2} \Phi_1 T_{+(+)}^{(+)}; \quad (\text{B.3})$$

$$\begin{aligned}
R_{(+)(-)} &= D_{(+)}T_{(-)+}^{+} + D_{(-)}T_{(+)+}^{+} + T_{(+)(-)}^{(+)}T_{(+)+}^{+} + \\
&\quad + T_{(+)(-)}^{(-)}T_{(-)+}^{+} - 2i\sqrt{2}\Phi_1 T_{+(-)}^{(+)}, \\
-R_{(-)(+)} &= D_{(+)}T_{(-)-}^{-} + D_{(-)}T_{(+)-}^{-} + T_{(+)(-)}^{(+)}T_{(+)-}^{-} + \\
&\quad + T_{(+)(-)}^{(-)}T_{(-)-}^{-} - 2i\sqrt{2}\Phi T_{-(+)}^{(-)}; \tag{Б.4}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
-R_{-(-)} &= 2D_{(-)}T_{(-)-}^{(-)} + D_{-}T_{(-)(-)}^{(-)} + \\
&\quad + 2T_{-(-)}^{-}T_{(-)-}^{(-)} + T_{-(-)}^{(-)}T_{(-)(-)}^{(-)}, \\
-R_{(-)-} &= D_{(-)}T_{+-}^{+} - D_{-}T_{+(-)}^{+} - T_{(-)-}^{-}T_{-+}^{+} - T_{(-)-}^{(-)}T_{(-)+}^{+}, \\
R_{(-)(-)} &= -2D_{(-)}T_{(-)(-)}^{(-)} + 4i\sqrt{2}\Phi T_{-(-)}^{(-)}, \\
R_{+(-)} &= 2D_{(-)}T_{(-)+}^{(-)} + D_{+}T_{(-)(-)}^{(-)} - 2i\sqrt{2}\Phi T_{-+}^{(-)} + \\
&\quad + 2T_{+(-)}^{+}T_{+(-)}^{(-)} + 2T_{+(-)}^{(+)}T_{(+)(-)}^{(-)} + T_{+(-)}^{(-)}T_{(-)(-)}^{(-)}, \\
-R_{(+)(-)} &= D_{(+)}T_{(-)(-)}^{(-)} + 2D_{(-)}T_{(+)(-)}^{(-)} + 2i\sqrt{2}\Phi T_{(+)-}^{(-)} + \\
&\quad + T_{(-)(+)}^{(-)}T_{(-)(-)}^{(-)} + 2T_{(-)(+)}^{(+)}T_{(+)(-)}^{(-)}; \tag{Б.5}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
-R_{(-)+} &= D_{(-)}T_{+-}^{-} + D_{+}T_{-(-)}^{-} - 2i\sqrt{2}\Phi T_{+-}^{(-)} + T_{(-)+}^{+}T_{+-}^{-} + \\
&\quad + T_{(-)+}^{(+)}T_{(+)-}^{-} + T_{(-)+}^{(-)}T_{(-)-}^{-}, \\
R_{+(-)} &= 2D_{(+)}T_{(-)+}^{(+)} + 2D_{(-)}T_{(+)+}^{(+)} + 2D_{+}T_{(+)(-)}^{(+)} + \\
&\quad + 2T_{(+)(-)}^{(-)}T_{(-)+}^{(+)} + 2T_{+(+)}^{+}T_{+(-)}^{(+)} + 2T_{+(-)}^{+}T_{+(+)}^{(+)} + \\
&\quad + 2T_{+(-)}^{(+)}T_{(+)(+)}^{(+)} + 2T_{+(-)}^{(-)}T_{(-)(+)}^{(+)}, \\
R_{(-)(-)} &= 4D_{(-)}T_{(-)(+)}^{(+)} + 4i\sqrt{2}\Phi T_{(+)-}^{(+)} + 2T_{(-)(-)}^{(-)}T_{(-)(+)}^{(+)}, \\
R_{(+)(-)} &= D_{(-)}T_{(+)(+)}^{(+)} + 2D_{(+)}T_{(+)(-)}^{(+)} + T_{(-)(+)}^{(+)}T_{(+)(+)}^{(+)} + \\
&\quad + 2T_{(-)(+)}^{(-)}T_{(-)(+)}^{(+)} + 2i\sqrt{2}\Phi_1 T_{(-)+}^{(+)}, \\
R_{-(-)} &= 2D_{(-)}T_{(+)-}^{(+)} + 2D_{-}T_{(+)(-)}^{(+)} + \\
&\quad + 2T_{-(-)}^{-}T_{-+}^{(+)} + 2T_{-(-)}^{(-)}T_{(-)(+)}^{(+)}; \tag{Б.6}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
-R_{(+)-} &= D_{(+)}T_{+-}^{+} - D_{-}T_{+(+)}^{+} - 2i\sqrt{2}\Phi_1 T_{+-}^{(+)} - T_{(+)-}^{-}T_{-+}^{+} - \\
&\quad - T_{(+)-}^{(+)}T_{(+)+}^{+} - T_{(+)-}^{(-)}T_{(-)+}^{+}, \\
-R_{-+} &= 2D_{(+)}T_{(-)-}^{(-)} + 2D_{(-)}T_{(+)-}^{(-)} + 2D_{-}T_{(+)(-)}^{(-)} + \\
&\quad + 2T_{(+)(-)}^{(+)}T_{(+)-}^{(-)} + 2T_{-+}^{-}T_{-(-)}^{(-)} + 2T_{-+}^{(+)}T_{(+)(-)}^{(-)} + \\
&\quad + 2T_{-+}^{(-)}T_{(-)(-)}^{(-)} + 2T_{-(-)}^{-}T_{-+}^{(-)},
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
R_{(+)(+)} &= -4D_{(+)}T_{(+)(-)}^{(-)} - 4i\sqrt{2}\Phi_1T_{(-)+}^{(-)} - 2T_{(+)(+)}^{(+)}T_{(+)(-)}^{(-)}, \\
R_{(+)(-)} &= -D_{(+)}T_{(-)(-)}^{(-)} - 2D_{(-)}T_{(+)(-)}^{(-)} - 2i\sqrt{2}\Phi_1T_{(+)-}^{(-)} - \\
&\quad - T_{(-)(+)}^{(-)}T_{(-)(-)}^{(-)} - 2T_{(-)(+)}^{(+)}T_{(+)(-)}^{(-)}, \\
-R_{+(+)} &= 2D_{(+)}T_{(-)+}^{(-)} + 2D_{+}T_{(+)(-)}^{(-)} + \\
&\quad + 2T_{+(+)}^{+}T_{+(-)}^{(-)} + 2T_{+(+)}^{(+)}T_{(+)(-)}^{(-)}; \tag{Б.7}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
R_{+(+)} &= 2D_{(+)}T_{(+)+}^{(+)} + D_{+}T_{(+)(+)}^{(+)} + \\
&\quad + 2T_{+(+)}^{+}T_{+(+)}^{(+)} + T_{+(+)}^{(+)}T_{(+)(+)}^{(+)}, \\
-R_{(+)+} &= D_{(+)}T_{+-}^{-} + D_{+}T_{- (+)}^{-} + T_{(+)+}^{+}T_{+-}^{-} + T_{(+)+}^{(+)}T_{(+)-}^{-}, \\
R_{(+)(+)} &= 2D_{(+)}T_{(+)(+)}^{(+)} + 4i\sqrt{2}\Phi_1T_{(+)+}^{(+)}, \\
R_{- (+)} &= 2D_{(+)}T_{(+)-}^{(+)} + D_{-}T_{(+)(+)}^{(+)} - 2i\sqrt{2}\Phi_1T_{+-}^{(+)} + \\
&\quad + 2T_{- (+)}^{-}T_{- (+)}^{(+)} + T_{- (+)}^{(+)}T_{(+)(+)}^{(+)} + 2T_{- (+)}^{(-)}T_{(-)(+)}^{(+)}, \\
R_{(-)(+)} &= D_{(-)}T_{(+)(+)}^{(+)} + 2D_{+}T_{(+)(-)}^{(+)} + T_{(-)(+)}^{(+)}T_{(+)(+)}^{(+)} + \\
&\quad + 2T_{(-)(+)}^{(-)}T_{(-)(+)}^{(+)} + 2i\sqrt{2}\Phi_1T_{(-)+}^{(+)}; \tag{Б.8}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{1}{2}R_{+-} &= D_{(+)}T_{+-}^{(+)} + D_{+}T_{- (+)}^{(+)} - D_{-}T_{(+)(+)}^{(+)} + T_{+-}^{+}T_{+(+)}^{(+)} + \\
&\quad + T_{+-}^{-}T_{- (+)}^{(+)} + T_{+-}^{(+)}T_{(+)(+)}^{(+)} + T_{+-}^{(-)}T_{(-)(+)}^{(+)} + \\
&\quad + T_{(+)+}^{+}T_{+-}^{(+)} - T_{(+)-}^{-}T_{-+}^{(+)} - T_{(+)-}^{(-)}T_{(-)+}^{(+)}, \\
-\frac{1}{2}R_{+-} &= D_{(-)}T_{+-}^{(-)} + D_{+}T_{- (-)}^{(-)} - D_{-}T_{(+)(-)}^{(-)} + T_{+-}^{+}T_{+(-)}^{(-)} + \\
&\quad + T_{+-}^{-}T_{- (-)}^{(-)} + T_{+-}^{(+)}T_{(+)(-)}^{(-)} + T_{+-}^{(-)}T_{(-)(-)}^{(-)} + \\
&\quad + T_{(-)+}^{+}T_{+-}^{(-)} + T_{(-)+}^{(+)}T_{(+)-}^{(-)} - T_{(-)-}^{-}T_{-+}^{(-)}. \tag{Б.9}
\end{aligned}$$

Список литературы

- [1] *Brink L., Schwarz J.* // Phys. Lett. 1981. V. B100. P. 310.
- [2] *Brink L., Henneaux M., Teitelboim C.* // Nucl. Phys. 1987. V. B293. P. 505.
- [3] *Green M., Schwarz J.* // Phys. Lett. 1984. V. B136. P. 367.
- [4] *Siegel W.* // Phys. Lett. 1983. V. B128. P. 397.
- [5] *Witten E.* // Nucl. Phys. 1986. V. B266. P. 245.
- [6] *Shapiro J.A., Taylor C.C.* // Phys. Lett. 1986. V. B181. P. 67; 1987. V. 186. P. 69; Phys. Rep. 1990. V. 191. №4. P. 221.
- [7] *Atick J.J., Dhar A., Ratra B.* // Phys. Lett. 1986. V. B169. P. 54.
- [8] *Deriglazov A.A.* // Int. J. Mod. Phys. 1993. V. A8. P. 1093.
- [9] *Галажинский А.В., Дериглазов А.А.* // Изв. вузов. Физика. 1994. №1. С. 33.
- [10] *Deriglazov A.A., Galajinsky A.V.* hep-th/9409078. 1994.
- [11] *Ward R.* // Phys. Lett. 1977. V. A61. P. 81.

- [12] *Witten E.* // Phys. Lett. 1978. V. B77. P. 394.
- [13] *Chau L.L.* Preprint UCD/86-30. 1986.
- [14] *Chau L.L., Lim C.S.* // Phys. Rev. Lett. 1986. V. 56. №4. P. 294.
- [15] *Howe P.S.* // Phys. Lett. 1991. V. B258. P. 141; V. B273. P. 90.
- [16] *Bergshoeff E., Howe P.S., Pope C.N., Sezgin E., Sokatchev E.* // Nucl. Phys. 1991. V. B354. P. 113.
- [17] *Sierra G.* // Class. Quant. Grav. 1986. V. 3. P. L67.
- [18] *Evans M., Louis J., Ovrut B.A.* // Phys. Rev. 1987. V. D35. P. 3045.
- [19] *Galperin A.* Symmetries of supersymmetric sigma-models / Proc. IX Workshop on "Supersymmetries and Superstrings". Dubna, Russia, 24–28 April 1990. P. 177.
- [20] *Howe P.S.* // J. Phys.: Math. Gen. 1979. V. A12. №3. P. 393.

Томский государственный университет,
Томский политехнический университет,
E-mail: deriglaz@phys.tsu.tomsk.su

Поступила в редакцию
30.I.1995 г.

A.V. Galajinsky, A.A. Deriglazov
ALGEBRAIC STRUCTURE OF LOCAL SYMMETRIES
FOR TWO-DIMENSIONAL SUPERPARTICLES
IN A CURVED EXTERNAL BACKGROUND

Local symmetries structure for $(1, 0)$ - and $(1, 1)$ -superparticles in a curved external background is consistently studied. The minimal set of restrictions to be imposed on the background superfields for correct inclusion of interaction is found from the requirement of correct number of first- and second-class constraints for the models. The most general form of local symmetries in this background is found. The resulting transformation contain contributions with torsion superfield. Gauge algebra is shown to be off-shell closed and nontrivially deformed as compared to the flat one. The requirement of the invariance of the action under direct generalization of the flat local symmetries is shown to lead to the full set of $d = 2$ supergravity constraints.