Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

В. Н. Туняк, Релятивистская теория гравитации и скалярное поле Бранса–Дикке, *ТМФ*, 1996, том 106, номер 2, 325–332

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf1119>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 34.227.88.159

26 апреля 2023 г., 06:59:09

В. Н. Туняк

РЕЛЯТИВИСТСКАЯ ТЕОРИЯ ГРАВИТАЦИИ И СКАЛЯРНОЕ ПОЛЕ БРАНСА–ДИККЕ

Рассматривается естественное обобщение релятивистской теории гравитации (РТГ) путем включения в нее скалярного поля Бранса–Дикке. Уравнение скалярно-тензорного гравитационного поля в пространстве Минковского и выражение суммарного метрического тензора энергии-импульса гравитационного поля и негравитационной материи выводятся из вариационного принципа с гравитационным лагранжианом, квадратичным по первым производным скалярного и тензорного гравитационных потенциалов. Получено двухпараметрическое сферически-симметричное статическое решение вакуумных уравнений с нулевой массой тензорного гравитона. Это решение имеет истинно сингулярную поверхность Шварцшильда. В случае ненулевой гравитонной массы получено приближенное несингулярное решение для начала Вселенной. Отмечено, что в рамках скалярно-тензорного обобщения РТГ несингулярная однородная изотропная космология может быть представлена не только циклическими моделями, но и моделями с неограниченным расширением Вселенной и одновременным уменьшением гравитационного скаляра.

Целью данной работы является рассмотрение естественного обобщения релятивистской теории гравитации (РТГ) [1–3], обеспечивающего включение в РТГ скалярного гравитационного поля Бранса–Дикке [4]. В соответствии с общей теоретической концепцией РТГ принимаются постулаты о существовании физического пространства-времени Минковского E_4 и об эффективном характере риманова пространства V_4 . Скалярно-тензорное гравитационное поле в пространстве E_4 описывается как скалярным потенциалом ψ , так и тензорными потенциалами

$$\Phi^{\mu\nu} = \psi \sqrt{g/\gamma} g^{\mu\nu} - \gamma^{\mu\nu}. \quad (1)$$

При этом $g_{\mu\nu}$ – метрический тензор V_4 , $g = \det(g_{\mu\nu})$, $\gamma_{\alpha\beta}$ – метрический тензор E_4 , $\gamma = \det(\gamma_{\alpha\beta})$. Потенциалы $\Phi^{\mu\nu}$ подчиняются дополнительным квазигармоническим условиям

$$\nabla_\mu \Phi^{\mu\nu} = 0, \quad (2)$$

∇_μ обозначает ковариантную производную со связностью Кристоффеля в пространстве E_4 .

Исходим из вариационного принципа

$$\delta J = (1/c) \delta \int L \sqrt{-\gamma} d^4x = 0,$$

где

$$\begin{aligned} L &= L_g + \sqrt{g/\gamma} L_m = L_{\psi R} + L_\mu + \sqrt{g/\gamma} L_m, \\ L_{\psi R} &= -(k_\omega^2/2\kappa) \{ \psi R - (\omega/\psi) \partial_\alpha \psi g^{\alpha\beta} \partial_\beta \psi \}, \\ L_\mu &= (\mu^2 k_\omega^2/2\kappa) \left(1 + \psi^2 \sqrt{g/\gamma} - (1/2) \psi \sqrt{g/\gamma} g^{\alpha\beta} \gamma_{\alpha\beta} \right), \end{aligned} \quad (3)$$

L_m – лагранжева функция негравитационной материи в пространстве V_4 , R – скалярная кривизна V_4 , ω – положительная [5] безразмерная константа скалярно-тензорной теории, $k_\omega^2 = (2\omega + 4)(2\omega + 3)^{-1}$, κ – эйнштейновская гравитационная константа, μ – константа, которая характеризует массу тензорного гравитона. Известные эффекты отклонения лучей света и запаздывания сигналов в гравитационном поле Солнца показывают, что $\omega > 500$ [6]. При некоординатных инфинитезимальных калибровочных преобразованиях

$$\delta_\varepsilon \psi = -\varepsilon^\sigma \partial_\sigma \psi, \quad \delta_\varepsilon \Phi^{\mu\nu} = 2f^{\sigma(\mu} \nabla_\sigma \varepsilon^{\nu)} - \nabla_\sigma (f^{\mu\nu} \varepsilon^\sigma),$$

где

$$f^{\mu\nu} = \gamma^{\mu\nu} + \Phi^{\mu\nu}, \quad f_{\rho\lambda} f^{\lambda\sigma} = \delta_\rho^\sigma,$$

L_g (3) изменяются по закону

$$L_g \rightarrow L_g + \nabla_\sigma \left\{ \varepsilon^\sigma \left[\frac{\mu^2 k_\omega^2}{2\kappa} - L_g \right] - \frac{\mu^2 k_\omega^2}{2\kappa} \psi_{\lambda\nu} f^{\lambda\sigma} \varepsilon^\nu \right\}.$$

После элиминации из L_g (3) дивергенциального члена

$$L_d = (k_\omega^2/2\kappa) \nabla_\alpha \left\{ \psi \sqrt{g/\gamma} \left[g^{\alpha\beta} \Pi_{\beta\rho}^\rho - g^{\beta\sigma} \Pi_{\beta\sigma}^\alpha \right] \right\},$$

где $\Pi_{\mu\nu}^\alpha$ – разность связностей Кристоффеля в V_4 и E_4 , получаем гравитационную функцию Лагранжа, квадратичную по первым производным потенциалов ψ , $\Phi^{\mu\nu}$,

$$\begin{aligned} L_g &= L_g(\psi, \Phi^{\mu\nu}, \gamma_{\alpha\beta}, \nabla_\alpha \Phi^{\lambda\sigma}, \partial_\rho \psi) = L_{kv} + L_\mu, \\ L_{kv} &= -(k_\omega^2/4\kappa) \{ f_{\mu\rho} \nabla_\alpha \Phi^{\mu\lambda} \nabla_\lambda \Phi^{\alpha\rho} + (1/4) f_{\sigma\nu} f_{\lambda\mu} f^{\alpha\rho} \nabla_\alpha \Phi^{\mu\lambda} \nabla_\rho \Phi^{\sigma\nu} - \\ &\quad - (1/2) f_{\mu\sigma} f_{\varepsilon\lambda} f^{\alpha\rho} \nabla_\alpha \Phi^{\mu\lambda} \nabla_\rho \Phi^{\varepsilon\sigma} \} + [(\omega + 2)/2\kappa \psi^2] f^{\alpha\beta} \partial_\alpha \psi \partial_\beta \psi. \end{aligned}$$

Подчеркнем, что при этом в соответствии с принципом геометризации [1–3] риманова метрика $g_{\mu\nu}$ в функции Лагранжа L рассматривается как эффективная переменная, которая является локальной функцией потенциалов ψ , $\Phi^{\mu\nu}$ и плоской метрики $\gamma_{\alpha\beta}$. Конкретно в соответствии с (1) это означает, что

$$\begin{aligned} \delta g_{\alpha\beta} &= \frac{\sqrt{\gamma/g}}{\psi} \left\{ \frac{1}{2} g_{\mu\nu} g_{\alpha\beta} - g_{\alpha\mu} g_{\beta\nu} \right\} \delta \Phi^{\mu\nu} - \frac{1}{\psi} g_{\alpha\beta} \delta \psi + \\ &\quad + \frac{\sqrt{\gamma/g}}{\psi} \gamma^{\mu\rho} \gamma^{\nu\sigma} \left\{ g_{\alpha\rho} g_{\sigma\beta} - \frac{1}{2} g_{\alpha\beta} g_{\rho\sigma} + \frac{\psi}{2} \sqrt{g/\gamma} \gamma_{\rho\sigma} g_{\alpha\beta} \right\} \delta \gamma_{\mu\nu}. \end{aligned} \quad (4)$$

В результате варьирования по ψ , $\Phi^{\mu\nu}$ получаем уравнения поля

$$g^{\alpha\beta}\psi_{;\alpha;\beta} = [\varkappa/(2\omega + 4)]T; \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \psi G_{\mu\nu} + g_{\mu\nu}g^{\alpha\beta}\psi_{;\alpha;\beta} - \psi_{;\mu;\nu} - (\omega/\psi)\{\partial_\mu\psi\partial_\nu\psi - \\ - (1/2)g_{\mu\nu}\partial_\alpha\psi g^{\alpha\beta}\partial_\beta\psi\} + (\mu^2/2)\{\psi^2 g_{\mu\nu} + \psi\gamma_{\mu\nu} - \\ - (1/2)\psi g_{\mu\nu}g^{\alpha\beta}\gamma_{\alpha\beta}\} = (\varkappa/k_\omega^2)T_{\mu\nu}, \end{aligned} \quad (6)$$

где точка с запятой обозначает ковариантную производную в V_4 , $T_{\mu\nu}$ – метрический тензор энергии-импульса негравитационной материи в V_4 , $T = g^{\alpha\beta}T_{\alpha\beta}$, $G_{\mu\nu}$ – тензор Гильберта–Эйнштейна. Дифференцируя (6) и учитывая закон сохранения

$$T^{\mu\nu}_{;\nu} = 0, \quad (7)$$

получаем при $\mu \neq 0$ квазигармонические условия (2). В приближении слабого поля уравнения (5), (6) принимают вид

$$\begin{aligned} \square\psi = [\varkappa/(2\omega + 4)]T, \\ \square\Phi^{\mu\nu} + \mu^2\Phi^{\mu\nu} = (2\varkappa/k_\omega^2)T^{\mu\nu}, \quad \nabla_\mu\Phi^{\mu\nu} = 0, \end{aligned}$$

где $\square = \gamma^{\alpha\beta}\nabla_\alpha\nabla_\beta$ – оператор Даламбера в E_4 . Таким образом, данная теория описывает скалярно-тензорное поле в пространстве Минковского, которое является смесью (массивного при $\mu \neq 0$) тензорного поля $\Phi^{\mu\nu}$ и безмассового скалярного поля ψ . В предельном случае $\psi = 1$, $\omega = \infty$ уравнения (5), (6) переходят в уравнения РТГ [1–3].

В соответствии с (4) метрический тензор энергии-импульса негравитационной материи в пространстве E_4

$$\Theta^{\mu\nu}_{(m)} = -\frac{2}{\sqrt{-\gamma}}\frac{\delta(\sqrt{-\gamma}L_m)}{\delta\gamma_{\mu\nu}}$$

имеет вид

$$\Theta^{\mu\nu}_{(m)} = \sqrt{g/\gamma}T^{\alpha\beta}\frac{\partial g_{\alpha\beta}}{\partial\gamma_{\mu\nu}}. \quad (8)$$

При использовании уравнений Φ -поля

$$\frac{\partial L_g}{\partial\Phi^{\mu\nu}} - \nabla_\sigma\frac{\partial L_g}{\partial(\nabla_\sigma\Phi^{\mu\nu})} = \frac{\sqrt{g/\gamma}}{2}T^{\alpha\beta}\frac{\partial g_{\alpha\beta}}{\partial\Phi^{\mu\nu}}$$

и соотношения

$$\frac{\partial L_{kv}}{\partial\gamma_{\mu\nu}} = -\gamma^{\mu\alpha}\gamma^{\nu\beta}\frac{\partial L_{kv}}{\partial\Phi^{\alpha\beta}}$$

тензор энергии-импульса гравитационного поля

$$\Theta^{\mu\nu}_{(g)} = -\frac{2}{\sqrt{-\gamma}}\frac{\delta(\sqrt{-\gamma}L_g)}{\delta\gamma_{\mu\nu}}$$

можно записать в виде

$$\begin{aligned}\Theta_{(g)}^{\mu\nu} = & (k_\omega^2/2\kappa)(\square\Phi^{\mu\nu} + \mu^2\Phi^{\mu\nu}) - \\ & - \sqrt{g/\gamma} \frac{\partial g_{\alpha\beta}}{\partial \gamma_{\mu\nu}} \frac{k_\omega^2}{\kappa} \{ \psi G^{\alpha\beta} + (g^{\alpha\beta} g^{\rho\sigma} - g^{\alpha\rho} g^{\beta\sigma}) \psi_{;\rho;\sigma} - \\ & - (\omega/\psi)(g^{\alpha\beta} g^{\rho\sigma} \partial_\rho \psi \partial_\sigma \psi - (1/2)g^{\alpha\beta} \partial_\sigma \psi g^{\rho\sigma} \partial_\rho \psi) + \\ & + (\mu^2/2)(\psi^2 g^{\alpha\beta} + \psi g^{\alpha\beta} g^{\beta\sigma} \gamma_{\rho\sigma} - (1/2)\psi g^{\alpha\beta} g^{\rho\sigma} \gamma_{\rho\sigma}) \}. \quad (9)\end{aligned}$$

При складывании (8), (9) и учете (6) получаем, что суммарный метрический тензор энергии-импульса гравитационного поля и негравитационной материи

$$\Theta^{\mu\nu} = -\frac{2}{\sqrt{-\gamma}} \frac{\delta(\sqrt{-\gamma}L)}{\delta \gamma_{\mu\nu}} = \Theta_{(m)}^{\mu\nu} + \Theta_{(g)}^{\mu\nu}$$

имеет вид

$$\Theta^{\mu\nu} = \frac{k_\omega^2}{2\kappa} (\square\Phi^{\mu\nu} + \mu^2\Phi^{\mu\nu}). \quad (10)$$

Выражение (10) – слабое соотношение, и поэтому полевые уравнения (6) можно переписать в компактном виде

$$\square\Phi^{\mu\nu} + \mu^2\Phi^{\mu\nu} = \frac{2\kappa}{k_\omega^2} \Theta^{\mu\nu}.$$

При этом закон сохранения

$$\nabla_\mu \Theta^{\mu\nu} = 0$$

следует непосредственно из квазигармонических условий [2].

В работе [4] сферически-симметричное статическое вакуумное, $T_{\mu\nu} = 0$, решение уравнений (5), (6) с $\mu = 0$ было получено при использовании квазидекартовой координатной системы

$$\{\bar{x}^\alpha\} = \{\bar{x}^0 = ct, \bar{x}^k\}, \quad \xi^2 = \bar{x}^m \bar{x}^n \delta_{mn},$$

а также римановой метрики и скалярного поля

$$\bar{g}_{\lambda 0} = e^{2\alpha(\xi)} \delta_{\lambda 0}, \quad \bar{g}_{km} = -\delta_{km} e^{2\beta(\xi)}, \quad \psi = \psi(\xi).$$

Решение имеет вид

$$\begin{aligned}e^\alpha &= f_-^{k_\omega} f_+^{-k_\omega}, & e^\beta &= f_+^2 e^{n\alpha}, & \psi &= e^{-\alpha/(\omega+2)}, \\ f_\pm &= 1 \pm (r_0/\xi k_\omega), & n &= [\omega + 2 - (\omega + 1)k_\omega]/(\omega + 2)k_\omega,\end{aligned}$$

где M – масса системы, $r_0 = kM/2c^2$, $k = \kappa c^4/8\pi$. Оно, однако, не удовлетворяет квазигармоническим координатным условиям

$$\partial_\alpha (\psi \sqrt{-g} g^{\alpha\sigma}) = 0. \quad (11)$$

Чтобы найти решение, которое согласуется с этими условиями, введем новые координаты

$$\{\hat{x}^\alpha\} = \left\{ \hat{x}^0 = ct, \hat{x}^k = \left(1 + \frac{r_0^2}{\xi^2 k_\omega^2} \right) \bar{x}^k \right\}, \quad \zeta^2 = \hat{x}^m \hat{x}^n \delta_{mn}.$$

Таким образом, скалярное поле и риманова метрика принимают вид

$$\begin{aligned}\psi &= \psi(\zeta) = F_+^{m/2} F_-^{-m/2}, \\ \hat{g}_{\lambda 0} &= e^{2\alpha} \delta_{\lambda 0}, \quad \hat{g}_{km} = n_k n_m (e^{2\lambda} - e^{2\nu}) - \delta_{km} e^{2\lambda}, \\ e^{2\alpha(\zeta)} &= F_+^{-k_\omega} F_-^{k_\omega}, \quad e^{2\nu(\zeta)} = F_+^{m(\omega+1)} F_-^{-m(\omega+1)}, \\ e^{2\lambda(\zeta)} &= F_+^{1+m(\omega+1)} F_-^{1-m(\omega+1)},\end{aligned}$$

где

$$n_m = \hat{x}^m / \zeta, \quad F_\pm = 1 \pm (r_1 / \zeta), \quad m = k_\omega / (\omega + 2), \quad r_1 = 2r_0 / k_\omega.$$

Это решение подчиняется условиям (11), но не является наиболее общим решением такого типа, потому что для него выполняется еще одно дополнительное условие

$$\alpha + \nu + \ln \psi = 0$$

Для получения более общего решения, удовлетворяющего условиям (11), осуществим еще одно координатное преобразование

$$\{x^\alpha\} = \{x^0 = ct, x^k = Y \hat{x}^k\}, \quad r^2 = x^m x^n \delta_{mn},$$

где Y – произвольная функция ζ . Тогда скалярное поле и риманова метрика принимают вид

$$\begin{aligned}\psi &= \psi(r) = F_+^{m/2} F_-^{-m/2}, \\ g_{\lambda 0} &= e^{2\alpha} \delta_{\lambda 0}, \quad g_{km} = e_k e_m (e^{2\sigma} - e^{2\beta}) - \delta_{km} e^{2\sigma}, \quad e_k = x^k / r, \\ e^{2\alpha(r)} &= F_+^{-k_\omega} F_-^{k_\omega}, \quad e^{2\beta(r)} = (d\zeta/dr)^2 F_+^{m(\omega+1)} F_-^{-m(\omega+1)}, \\ e^{2\sigma(r)} &= (\zeta/r)^2 F_+^{1+m(\omega+1)} F_-^{1-m(\omega+1)}.\end{aligned}\tag{12}$$

Решение (12) содержит произвольную функцию $\zeta = \zeta(r)$, для определения которой используем условия (11). Последние сводятся к одному уравнению

$$\frac{\psi'}{\psi} + \alpha' + 2\sigma' - \beta' + \frac{2}{r} (1 - e^{2\beta-2\sigma}) = 0,\tag{13}$$

штрих означает производную по r . Подставляя (12) в (13), получаем следующее уравнение для функции $r = r(\zeta)$ (кстати, очень похожее на соответствующее уравнение РТГ [1, с.102]:

$$\frac{d}{d\zeta} \left\{ (\zeta - r_1)(\zeta + r_1) \frac{dr}{d\zeta} \right\} = 2r.$$

Его общее решение имеет вид

$$r = r(\zeta) = C_1 \left\{ 1 + \frac{\zeta}{2r_1} \ln \frac{\zeta - r_1}{\zeta + r_1} \right\} + \frac{C_2}{r_1} \zeta,\tag{14}$$

где C_1 , C_2 – произвольные постоянные. Формулы (12), (14) – это решение уравнений (5), (6) и (11). Однако координатные условия (11) формально совпадают с квазигармоническими условиями (2) при простейшей метрике E_4

$$d\sigma^2 = \gamma_{\alpha\beta} dx^\alpha dx^\beta = c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2. \quad (15)$$

Таким образом, искомое сферически-симметричное статическое решение вакуумных уравнений с $\mu = 0$ представляют соотношения (12), (14) и (15). В предельном случае $\omega = \infty$ это решение переходит в соответствующее сферически-симметричное статическое вакуумное решение РТГ [1].

С целью однозначного определения C_1 , C_2 можно ввести дополнительные условия (см., например, [1, 7]): а) асимптотическая псевдоевклидовость $g_{\mu\nu}$; б) неотрицательность r ; в) монотонность функции $r(\zeta)$. Согласно условию “а” имеем $C_2 = r_1$. При $C_1 \neq 0$ и $\zeta \rightarrow r_1$ имеем или $r \rightarrow \infty$ (нарушение условия “в”), или $r \rightarrow -\infty$ (нарушение условия “б”). Таким образом, однозначно получаем решение с $C_1 = 0$ и $r = \zeta$.

Полученное решение имеет истинную сингулярность на поверхности Шварцшильда $g_{00} = 0$, $r = r_1$. Рассмотрим, например, изотропный, $\gamma_{\alpha\beta} v^\alpha v^\beta = 0$, вектор E_4 :

$$v^\alpha = \left\{ 1, \frac{x}{r}, \frac{y}{r}, \frac{z}{r} \right\}. \quad (16)$$

Инвариант $I_{gv} = g_{\mu\nu} v^\mu v^\nu$ имеет вид

$$I_{gv} = \left[(r - r_1)^{\frac{2}{k\omega}} - (r + r_1)^{\frac{2}{k\omega}} \right] (r + r_1)^{-k\omega} (r - r_1)^{-\frac{(2\omega+2)}{k\omega(2\omega+3)}},$$

так что $I_{gv}(r = r_1) = -\infty$, $I_{gv} < 0$ при $r_1 < r < \infty$ и $I_{gv} = 0$ при $r = \infty$. В соответствии с принципом причинности $I_{gv} \leq 0$ [2, 3] гравитационное поле, которое представляет данное решение, будет физическим полем за пределами вещества только в том случае, если радиус источника поля $r > r_1$. Известно, что если при сжатии звездоподобного объекта выполняется граничное условие нулевого давления, то частицы на поверхности объекта движутся по времениподобным мировым линиям во внешнем вакуумном поле. Нефизичность последнего при $r \leq r_1$ означает, что частицы поверхности сжимающейся звезды не смогут пройти через барьер $r = r_1$, коллапс останавливается при $r > r_1$; в соответствии с данным решением не существует черных дыр, в которых происходит катастрофическое сжатие вещества до бесконечно высокой плотности.

Интегральный 4-вектор энергии-импульса замкнутой островной системы

$$P^\mu = (1/c) \int \Theta^{\mu\nu} \sqrt{-\gamma} (d^3x)_\nu$$

в соответствии с полученным решением записывается как интеграл

$$P^\mu = -\frac{k_\omega^2}{2\pi c} \oint \partial_k \Phi^{\mu 0} n_k dS$$

по сферической поверхности, лежащей в области слабого поля. Учитывая выражение Φ -потенциала

$$\Phi^{\lambda 0} \approx \frac{8r_0}{rk_\omega^2} \delta_{\lambda 0},$$

получаем корректное выражение

$$P^0 = Mc, \quad P^k = 0$$

равенства “инертной” и “тяжелой” масс системы.

Рассмотрим однородную изотропную космологическую модель с плоской метрикой (15) и римановой метрикой

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu = \psi^2(t) a^6(t) c^2 dt^2 - a^2 \delta_{mn} dx^m dx^n. \quad (17)$$

В пространствах (15), (17) уравнения (2) выполняются автоматически. Как обычно, материальную начинку Вселенной принимаем в виде идеальной жидкости,

$$T_{\mu\nu} = (\varepsilon + p) u_\mu u_\nu - p g_{\mu\nu}.$$

Уравнения (5) – (7) принимают вид

$$\dot{\varepsilon} + \frac{3}{a} \dot{a} (\varepsilon + p) = 0; \quad (18)$$

$$\ddot{\psi} + \frac{3}{a} \dot{a} \dot{\psi} = \frac{\varkappa}{(2\omega + 4)} (\varepsilon - 3p); \quad (19)$$

$$\frac{\dot{a}^2}{a^2} + \frac{\dot{a}\dot{\psi}}{a\psi} - \frac{\omega}{6\psi^2} \dot{\psi}^2 + \frac{\mu^2}{12} \left(\frac{1}{\psi^2 a^6} + 2\psi - \frac{3}{a^2} \right) = \frac{\varkappa \varepsilon}{3\psi k_\omega^2}; \quad (20)$$

$$\frac{\ddot{a}}{a} + \frac{\dot{a}\dot{\psi}}{a\psi} + 2\frac{\dot{a}^2}{a^2} + \frac{\mu^2}{2} \left(\psi - \frac{1}{a^2} \right) = \frac{\varkappa}{(2\omega + 4)\psi} [(\omega + 1)\varepsilon - \omega p], \quad (21)$$

точка обозначает дифференцирование по ct , $d\tau = \psi a^3 dt$. В предельном случае $\psi = 1$, $\omega = \infty$ уравнения (17), (18) – (21) переходят в соответствующие космологические уравнения РТГ [1]. Критерий причинности $I_{gv} \leq 0$ при v^α (16) принимает вид

$$\psi^2 a^4 \leq 1, \quad (22)$$

т.е. при эволюции Вселенной величина $\psi^2 a^4$ не может превысить определенного максимального значения. Интересно отметить, что соотношение (22) само по себе совместимо как с циклическими несингулярными моделями, так и с моделями “вечной” Вселенной с неограниченным ростом масштабного фактора и одновременным уменьшением гравитационного скаляра. Конкретно отметим приближенное решение для начала Вселенной с регулярным минимумом масштабного фактора

$$a(\tau = 0) = a_{\min} \equiv a_0 > 0, \quad \dot{a}(\tau = 0) = 0, \quad \ddot{a}(\tau = 0) > 0$$

и регулярным максимумом скалярного поля

$$\psi(\tau = 0) = \psi_{\max} \equiv \psi_0 > 0, \quad \dot{\psi}(\tau = 0) = 0, \quad \ddot{\psi}(\tau = 0) < 0.$$

При $\tau \sim 0$ это решение имеет вид

$$a \approx a_0 + \frac{c^2 \tau^2}{a_0 \psi_0 (4\omega + 8)} \{ \kappa a_0^2 [(\omega + 1)\varepsilon_0 - \omega p_0] + \mu^2 \psi_0 (\omega + 2)(1 - \psi_0 a_0^2) \},$$

$$\psi \approx \psi_0 + \frac{\kappa(\varepsilon_0 - 3p_0)}{(4\omega + 8)} c^2 \tau^2,$$

где

$$\varepsilon_0 \equiv \varepsilon(\tau = 0) = \varepsilon_{\max}, \quad p_0 \equiv p(\tau = 0),$$

$$\varepsilon_0 = (\mu^2 k_\omega^2 / 4\kappa \psi_0 a_0^6) (1 + 2\psi_0^3 a_0^6 - 3\psi_0^2 a_0^4),$$

$$\kappa [(\omega + 1)\varepsilon_0 - \omega p_0] + \mu^2 \psi_0 (\omega + 2) \left(\frac{1}{a_0^2} - \psi_0 \right) > 0,$$

$$\varepsilon_0 - 3p_0 < 0.$$

Уравнение состояния будем предполагать в виде (см., например, [1])

$$p = \nu \varepsilon, \quad 0 \leq \nu \leq 1.$$

В соответствии с нашим решением имеем условия

$$1 + 2\psi_0^3 a_0^6 - 3\psi_0^2 a_0^4 > 0; \quad (23)$$

$$1 + \omega(1 - \nu) + \psi_0^2 a_0^4 \{3 + \omega(1 + 3\nu)\} - 2\psi_0^3 a_0^6 \{2 + \omega(1 + \nu)\} > 0; \quad (24)$$

$$\nu > 1/3. \quad (25)$$

Комбинируя (24) и (25), получаем важное неравенство

$$\psi_0^2 a_0^4 < 1,$$

которое соответствует условию причинности (22).

Автор признателен профессору Г.В. Шипкину за внимание к работе и полезное обсуждение.

Список литературы

- [1] Логунов А. А., Мествиришвили М. А. Релятивистская теория гравитации. М.: Наука, 1989.
- [2] Логунов А. А. // ТМФ. 1992. Т. 92. №2. С. 191.
- [3] Логунов А. А. // ТМФ. 1994. Т. 101. №1. С. 3.
- [4] Brans C., Dicke R. H. // Phys. Rev. 1961. V. 124. №1. P. 925.
- [5] Noerdlinger P. D. // Phys. Rev. 1968. V. 170. №5. P. 1175.
- [6] Уилл К. Теория и эксперимент в гравитационной физике. М.: Энергоатомиздат, 1985.
- [7] Бронников К. А., Шипкин Г. Н. // ТМФ. 1988. Т. 76. №2. С. 304.

Белорусский государственный
педагогический университет

Поступила в редакцию
5.V.1995 г.

V. N. Tuniak

RELATIVISTIC THEORY OF GRAVITY AND BRANS-DICKE SCALAR FIELD

Relativistic theory of gravity (RTG) is generalized by including the Brans-Dicke-type scalar field in the Minkowski space. The corresponding scalar-tensor theory is discussed in detail.