Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

С. М. Ташпулатов, Исследование спектра оператора энергии двухмагنونной системы в одномерном анизотропном ферромагнетике Гейзенберга со взаимодействием до вторых соседей, *ТМФ*, 1996, том 107, номер 1, 155–161

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf1145>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.198.55.26

26 апреля 2023 г., 16:16:24

С. М. Ташпулатов

ИССЛЕДОВАНИЕ СПЕКТРА ОПЕРАТОРА ЭНЕРГИИ ДВУХМАГНОННОЙ СИСТЕМЫ В ОДНОМЕРНОМ АНИЗОТРОПНОМ ФЕРРОМАГНЕТИКЕ ГЕЙЗЕНБЕРГА СО ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ ДО ВТОРЫХ СОСЕДЕЙ

Рассматривается физическая система, состоящая из двух магнонов в одномерном анизотропном ферромагнетике Гейзенберга со взаимодействием до вторых соседей. Изучаются спектр и связанные состояния (определение см. ниже) гамильтониана системы. Установлено, что в некоторых случаях у гамильтониана системы возникает или исчезает дополнительное связанное состояние по сравнению с изотропным случаем.

В работах [1–3] изучаются спектральные свойства гамильтониана двухмагнонной системы в ферромагнетике Гейзенберга со взаимодействием ближайших соседей. В этих работах доказано, что в одномерном случае гамильтониан системы обладает не более чем одним связанным состоянием. В работе [3] доказано, что гамильтониан двухмагнонной системы в d -мерном пространстве может иметь $0, 1, 2, \dots, d$ связанных состояний.

Задача изучения связанных состояний гамильтониана двухмагнонной системы получила дальнейшее развитие в работах [4–7], где рассматриваются системы с ближайшим и вторым взаимодействием.

Изучение спектральных свойств гамильтониана двухмагнонной системы в случае анизотропного ферромагнетика Гейзенберга представляет чрезвычайный интерес для квантовой механики, квантовой физики и физики твердого тела. Трудности, возникающие в анизотропном случае по сравнению с изотропным, заключаются в том, что здесь появляются дополнительные параметры, при изменении которых картина энергетического спектра существенно меняется. В настоящей работе изучаются спектр и связанные состояния гамильтониана двухмагнонной системы в случае $X X Z$ -модели [8] со взаимодействием ближайших и вторых соседей, когда полный квазиимпульс системы Λ принимает значения π , $\frac{\pi}{2}$ и 0 . Для этих значений Λ установлено, что при некоторых соотношениях между параметрами гамильтониана возникает одно дополнительное связанное состояние системы или оно исчезает по сравнению с изотропным случаем. Для остальных же значений полного квазиимпульса Λ установлено существование параметров $\alpha_{кр}$ и γ (см. ниже) таких, что при некоторых их значениях существуют $0, 1, 2$ -связанные состояния системы.

Пусть Z – одномерная целочисленная решетка. Обозначим через $\mathbf{S}_m = (S_m^x, S_m^y, S_m^z)$ оператор атомного спина величины $s = 1/2$ узла m . Положим $S_m^\pm = S_m^x \pm iS_m^y$. Обозначим через φ_0 вектор, называемый вакуумным, однозначно определяемый условиями $S_m^+ \varphi_0 = 0$, $S_m^z \varphi_0 = \frac{1}{2} \varphi_0$, $\|\varphi_0\| = 1$. Векторы $S_m^- S_n^- \varphi_0$ описывают состояние систе-

мы двух магнов, находящихся в узлах m и n , со значением спина $s = 1/2$. Векторы $\{S_m^- S_n^- \varphi_0\}$ образуют ортогональную систему. Замыкание пространства, образованного всевозможными линейными комбинациями этих векторов, обозначим через $\mathcal{H}_2$.

Гамильтониан рассматриваемой системы имеет вид

$$H = -J_z \sum_{m,\tau} (S_m^z S_{m+\tau}^z + \alpha S_m^z S_{m+2\tau}^z) - J_x \sum_{m,\tau} (S_m^+ S_{m+\tau}^- + \alpha S_m^+ S_{m+2\tau}^-)$$

и действует в пространстве $\mathcal{H} = \bigotimes_{t \in Z} \mathbb{C}_t^2$ – бесконечном тензорном произведении двумерных комплексных пространств $\mathbb{C}_t^2$, где $\mathbb{C}_t^2 \equiv \mathbb{C}^2$, $\forall t \in Z$. Здесь $J_z > 0$ и $J_x > 0$ – параметры билинейного обменного взаимодействия ближайших соседей: α ($0 \leq \alpha \leq 1$) – отношение параметра билинейного обменного взаимодействия вторых соседей к параметру билинейного обменного взаимодействия ближайших соседей: τ суммирует по ± 1 .

ПРЕДЛОЖЕНИЕ 1. *Пространство $\mathcal{H}_2$ инвариантно относительно оператора H . Оператор $H_2 = H/\mathcal{H}_2$ определяет ограниченный самосопряженный оператор и унитарно-эквивалентен оператору $\bar{H}_2$, действующему в пространстве $l_2(Z \times Z)$ по формуле*

$$\begin{aligned} (\bar{H}_2 f)(p; q) = & -J_z \sum_{\tau} \sum_{p,q} \sum_{k=1}^2 \{ \alpha_k (\delta_{p,q+k\tau} + \delta_{p+k\tau,q} - 2) \} f(p; q) - \\ & - J_x \sum_{\tau} \sum_{p,q} \sum_{k=1}^2 \{ \alpha_k [-\delta_{p-k\tau,q} f(p-k\tau, q) - \\ & - \delta_{p,q-k\tau} f(p, q-k\tau) + f(p-k\tau, q) + f(p, q-k\tau)] \}, \end{aligned}$$

здесь $\alpha_1 = 1$, $\alpha_2 = \alpha$.

Спектр оператора H в пространстве $\mathcal{H}$ устроен очень сложно. Поэтому мы изучим его спектр в инвариантном подпространстве $\mathcal{H}_2 \subset \mathcal{H}$. Из предложения 1 следует, что для этого достаточно изучить спектр оператора $\bar{H}_2$ в $l_2(Z \times Z)$.

Спектр оператора $\bar{H}_2$ легче изучается в его импульсном представлении. С этой целью обозначим через $\mathcal{F}$ преобразование Фурье:

$$\mathcal{F} : l_2(Z \times Z) \rightarrow L_2(T \times T).$$

Здесь $T = [0; 2\pi)$ – одномерный тор, снабженный нормированной мерой Лебега $d\lambda : \lambda(T) = 1$. Положим $\tilde{H}_2 = \mathcal{F} \bar{H}_2 \mathcal{F}^{-1}$.

ПРЕДЛОЖЕНИЕ 2. *Оператор $\tilde{H}_2$ в пространстве $L_2(T \times T)$ определяет ограниченный самосопряженный оператор и действует по формуле*

$$(\tilde{H}_2 f)(x; y) = h(x; y) f(x; y) - \int_T h_1(x; y; t) f(t; x + y - t) dt,$$

где $h_1(x; y; t) = h(x; y) + h_2(x; y; t)$, здесь

$$\begin{aligned} h(x; y) = & 4J_z(1 + \alpha) - 4J_x \left[\cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2} + \alpha \cos(x+y) \cos(x-y) \right], \\ h_2(x; y; t) = & -4J_x \left[\cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x+y-2t}{2} + \alpha \cos(x+y) \cos(x+y-2t) \right] + \\ & + 4J_z \left[\cos \frac{x-y}{2} \cos \frac{x+y-2t}{2} + \alpha \cos(x-y) \cos(x+y-2t) \right]. \end{aligned}$$

Одной из важнейших задач математической физики является нахождение связанных состояний оператора H_2 и значения энергий этих связанных состояний.

Пусть $\tilde{\mathcal{H}}_2 = \mathcal{FH}_2$. Рассмотрим многообразие $\Gamma_\Lambda = \{x, y \in T : x + y = \Lambda\}$. Следующее предложение важно для дальнейших исследований спектра оператора $\tilde{H}_2$.

ПРЕДЛОЖЕНИЕ 3. Пусть фиксирован полный квазиимпульс $x + y = \Lambda$. Тогда оператор $\tilde{H}_2$ и пространство $\tilde{\mathcal{H}}_2$ можно разложить в прямые интегралы $\tilde{H}_2 = \oplus \int_T \tilde{H}_{2\Lambda} d\Lambda$, $\tilde{\mathcal{H}}_2 = \oplus \int_T L_2(\Gamma_\Lambda) d\Lambda$ операторов $\tilde{H}_{2\Lambda}$ и пространств $\tilde{\mathcal{H}}_{2\Lambda} = L_2(\Gamma_\Lambda)$ так, что пространство $\tilde{\mathcal{H}}_{2\Lambda}$ инвариантно относительно оператора $\tilde{H}_{2\Lambda}$, а оператор $\tilde{H}_{2\Lambda}$ в $\tilde{\mathcal{H}}_{2\Lambda}$ действует по формуле

$$(\tilde{H}_{2\Lambda} f_\Lambda)(x) = h_\Lambda(x) f_\Lambda(x) - \int_T h_{1\Lambda}(x; t) f_\Lambda(t) dt,$$

здесь $h_\Lambda(x) = h(x; \Lambda - x)$, $h_{1\Lambda}(x; t) = h_1(x; \Lambda - x; t)$ и $f_\Lambda(x) = f(x; \Lambda - x)$.

Рассмотрим оператор K_Λ :

$$(K_\Lambda(z) f_\Lambda)(x) = - \int_T \frac{h_{1\Lambda}(x; t)}{h_\Lambda(t) - z} f_\Lambda(t) dt.$$

Он является вполне непрерывным в пространстве $\tilde{\mathcal{H}}_{2\Lambda}$ для значений z , лежащих вне множества $G_\Lambda = \text{Im } h_\Lambda(x)$. Обозначим через $\Delta_\Lambda(z)$ определитель Фредгольма оператора $E(\Lambda) + K_\Lambda(z)$ (E_Λ — единичный оператор в $\mathcal{H}(\Lambda)$):

$$\Delta_\Lambda(z) = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!} d_{n\Lambda}(z),$$

где

$$d_{n\Lambda}(z) = \int_T \cdots \int_T \frac{K_{\Lambda z}(t_1, \dots, t_n)}{\prod_{j=1}^n (h_\Lambda(t_j) - z)} dt_1 \dots dt_n,$$

$$K_{\Lambda z}(t_1, \dots, t_n) = \begin{vmatrix} h_{1\Lambda}(t_1; t_1) & \dots & h_{1\Lambda}(t_1; t_n) \\ \dots & \dots & \dots \\ h_{1\Lambda}(t_n; t_1) & \dots & h_{1\Lambda}(t_n; t_n) \end{vmatrix},$$

$$\begin{aligned} h_{1\Lambda}(t_k; t_j) = & 4J_z(1 + \alpha) - 4J_x \left[\cos \frac{\Lambda}{2} \cos \left(\frac{\Lambda}{2} - t_k \right) + \alpha \cos \Lambda \cos(\Lambda - 2t_k) \right] - \\ & - 4J_x \left[\cos \frac{\Lambda}{2} \cos \left(\frac{\Lambda}{2} - t_j \right) + \alpha \cos \Lambda \cos(\Lambda - 2t_j) \right] + \\ & + 4J_z \left[\cos \left(\frac{\Lambda}{2} - t_j \right) \cos \left(\frac{\Lambda}{2} - t_k \right) + \alpha \cos(\Lambda - 2t_j) \cos(\Lambda - 2t_k) \right]. \end{aligned}$$

Общий вид функции $\Delta_\Lambda(z)$ довольно громоздок, поэтому мы его здесь не приводим.

Заметим, что непрерывный спектр оператора $\tilde{H}_{2\Lambda}$ состоит из множества значений функции $h_\Lambda(x)$.

ЛЕММА. Число $z \in G_\Lambda$ – собственное значение оператора $\tilde{H}_{2\Lambda}$ тогда и только тогда, когда оно является решением уравнения $\Delta_\Lambda(z) = 0$.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Пусть $z = z_0$ – собственное значение оператора $\tilde{H}_{2\Lambda}$. Это означает, что число $\mu = -1$ является собственным значением оператора $K_\Lambda(z_0)$, т.е. однородное уравнение

$$f_\Lambda(x) - \int_T \frac{h_{1\Lambda}(x; t)}{h_\Lambda(t) - z} f_\Lambda(t) dt = 0$$

имеет нетривиальное решение. Следовательно, в точке $z = z_0$ функция $\Delta_\Lambda(z)$ равна нулю: $\Delta_\Lambda(z_0) = 0$.

Пусть теперь точка $z = \bar{z}$ является нулем функции $\Delta_\Lambda(z)$: $\Delta_\Lambda(\bar{z}) = 0$. Тогда однородное уравнение

$$f_\Lambda(x) - \int_T \frac{h_{1\Lambda}(x; t)}{h_\Lambda(t) - z} f_\Lambda(t) dt = 0$$

имеет нетривиальное решение. Это означает, что число $z = z_0$ есть собственное значение оператора $K_\Lambda(\bar{z})$. Отсюда следует, что число $z = \bar{z}$ – собственное значение оператора $\tilde{H}_{2\Lambda}$.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ. Собственная функция φ_Λ оператора $\tilde{H}_{2\Lambda}$, отвечающая собственному значению z_Λ , называется связанным состоянием оператора $\tilde{H}_2$, а величина z_Λ – энергией этого связанного состояния.

Пусть теперь $\Lambda = \pi$. Тогда имеет место следующее предложение.

ПРЕДЛОЖЕНИЕ 4.

А. При условии $0 < \alpha < \frac{J_z}{2J_x}$ уравнение $\Delta_\pi(z) = 0$ имеет ровно два решения:

$$z'_\pi = 4J_z + 2\alpha J_z - \frac{2\alpha J_x^2}{J_z},$$

$$z''_\pi = 4J_z + 4\alpha(J_z + J_x) - \frac{2J_z^2}{J_z - \alpha J_x},$$

которые лежат ниже значений m_π , где $m_\pi = \inf_x h_\pi(x)$. (Заметим, что z'_π и z''_π совпадают при $\alpha = J_z/(J_x + J_z)$ и $\alpha = J_z^2/[J_x(J_x + J_z)]$, а при остальных значениях α они различны.)

Б. При условии $\alpha \geq J_z/(2J_x)$ уравнение $\Delta_\pi(z) = 0$ имеет единственное решение $z = z'_\pi < m_\pi$.

Из предложения 4 и леммы вытекает следующая теорема.

ТЕОРЕМА 1.

А. Если выполняется условие “А” предложения 4, то оператор $\tilde{H}_2$ при $\Lambda = \pi$ имеет ровно два связанных состояния φ'_π и φ''_π со значениями энергии $z = z'_\pi$ и $z = z''_\pi$, соответственно. Эти значения энергии лежат ниже значений m_π .

Б. Если выполняется условие “Б” предложения 4, то оператор $\tilde{H}_2$ при $\Lambda = \pi$ имеет единственное связанное состояние φ'_π со значением энергии $z = z'_\pi < m_\pi$. В этом случае второе связанное состояние исчезает, а его энергия поглощается непрерывным спектром оператора $\tilde{H}_{2\pi}$.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Подробный анализ функции $\Delta_\Lambda(z)$ показывает, что уравнение $\Delta_\pi(z) = 0$ эквивалентно уравнению

$$\left(1 - 4J_z \int_T \frac{\sin^2 s \, ds}{h_\pi(s) - z}\right) \left\{ \int_T \frac{ds}{h_\pi(s) - z} \left(1 - \int_T \frac{\cos 2s (4\alpha J_z \cos 2s - 4\alpha J_x) \, ds}{h_\pi(s) - z}\right) + \right. \\ \left. + \int_T \frac{\cos 2s \, ds}{h_\pi(s) - z} \int_T \frac{4\alpha J_z \cos 2s - 4\alpha J_x}{h_\pi(s) - z} \, ds \right\} = 0, \quad (1)$$

где

$$h_\pi(s) = 4J_z - 4\alpha J_x \cos 2s.$$

Интегралы, содержащиеся в этом уравнении, вычисляются в квадратурах. Приравняв к нулю первый сомножитель и вычисляя интегралы для значений z , лежащих ниже значений непрерывного спектра оператора $\tilde{H}_{2\Lambda}$, получим следующее уравнение:

$$1 - \frac{J_z}{2\alpha J_x} + \frac{J_z(4\alpha J_z + 4J_z - 4\alpha J_x) - z}{2\alpha J_x \sqrt{(4J_z + 4\alpha J_z - z)^2 - 16\alpha^2 J_x^2}} = 0.$$

Исследование показывает, что это уравнение имеет ровно одно решение z''_π при $0 < \alpha < J_z/(2J_x)$:

$$z''_\pi = 4J_z + 4\alpha J_z + 4\alpha J_x - 2J_z^2/(J_z - \alpha J_x).$$

Далее, приравняв к нулю второй сомножитель уравнения (1) и вычисляя интегралы, получим уравнение

$$\frac{J_z}{4\alpha J_x^2} - \frac{J_z(4J_z + 4\alpha J_z - z) - 4\alpha J_x^2}{4\alpha J_x^2 \sqrt{(4J_z + 4\alpha J_z - z)^2 - 16\alpha^2 J_x^2}} = 0.$$

Исследование этого уравнения показывает, что оно имеет ровно одно решение z'_π при всех значениях параметра α ($0 \leq \alpha \leq 1$):

$$z'_\pi = 4J_z + 2\alpha J_z - (2\alpha J_x^2)/J_z.$$

Предложение 4 доказано.

Заметим, что когда значение параметра α возрастая переходит через значения $J_z/(2J_x)$, одно из связанных состояний оператора $\tilde{H}_2$ исчезает, а его энергия поглощается непрерывным спектром оператора $\tilde{H}_{2\Lambda}$.

Пусть теперь $\Lambda = \pi/2$. В этом случае имеет место следующее предложение.

ПРЕДЛОЖЕНИЕ 5.

А. При условии $J_x < \sqrt{2} J_z$ и $J_x \neq J_z$ уравнение $\Delta_{\pi/2}(z) = 0$ имеет ровно два решения $z'_{\pi/2}$ и $z''_{\pi/2}$ для всех значений параметра α ($0 \leq \alpha \leq 1$); $z'_{\pi/2}, z''_{\pi/2} < t_{\pi/2} = \inf_x h_\pi(x)$.

Б. При $J_z = J_x$ (изотропный случай) уравнение $\Delta_{\pi/2}(z) = 0$ имеет единственное решение $z = z'_{\pi/2}$ для всех значений параметра α ($0 \leq \alpha \leq 1$). Это решение лежит ниже значений $t_{\pi/2}$.

В. Если $J_x \geq \sqrt{2} J_z$, то существует такое значение параметра α , обозначаемое $\alpha_{кр}$, что при $0 < \alpha < \alpha_{кр}$ уравнение $\Delta_{\pi/2}(z) = 0$ имеет ровно два решения $z = z^1_{\pi/2}$ и $z = z^2_{\pi/2}$, а при $\alpha = \alpha_{кр}$ имеет ровно одно решение $z = z^1_{\pi/2}$. Если же $\alpha > \alpha_{кр}$, уравнение $\Delta_{\pi/2}(z) = 0$ не имеет решений ниже значений $t_{\pi/2}$. Заметим, что $\alpha_{кр}$ зависит от J_x , J_z и $\alpha_{кр} \in [0; 1]$. Например, при $J_x = \sqrt{2} J_z$ имеем $\alpha_{кр} \approx 0,38$.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Нетрудно показать, что уравнение $\Delta_{\pi/2}(z) = 0$ эквивалентно уравнению

$$\begin{aligned} \alpha J_z \left[(4J_z + 4\alpha J_z - z) \sqrt{(4J_z + 4\alpha J_z - z)^2 - 8J_x^2} - (4J_z + 4\alpha J_z - z)^2 + 4J_x^2 \right] = \\ = 2J_x^2 \left[J_z + 2(J_z^2 - J_x^2) / (2J_z + 4\alpha J_z - z) - \right. \\ \left. - \{J_z / (2J_z + 4\alpha J_z - z)\} \sqrt{(4J_z + 4\alpha J_z - z)^2 - 8J_x^2} \right]. \end{aligned}$$

Исследуя это уравнение при $z < m_{\pi/2}$, получим доказательство предложения 5.

Из предложения 5 и леммы следует теорема.

ТЕОРЕМА 2.

А. Если выполняется условие “А” предложения 5 и $\Lambda = \pi/2$, то при всех значениях параметра α оператор $\tilde{H}_2$ имеет ровно два связанных состояния $\varphi'_{\pi/2}$ и $\varphi''_{\pi/2}$ со значениями энергии $z = z'_{\pi/2}, z''_{\pi/2} < m_{\pi/2}$.

Б. Если выполняется условие “Б” предложения 5 и $\Lambda = \pi/2$, то при всех значениях параметра α оператор $\tilde{H}_2$ имеет единственное связанное состояние $\varphi'_{\pi/2}$ со значением энергии $z = z'_{\pi/2} < m_{\pi/2}$.

В. Если выполняется условие “В” предложения 5 и $\Lambda = \pi/2$, то при $\alpha \in [0; \alpha_{\text{кр}})$ оператор $\tilde{H}_2$ имеет ровно два связанных состояния φ_1 и φ_2 со значениями энергий $z = z^1_{\pi/2}, z^2_{\pi/2} < m_{\pi/2}$. При $\alpha = \alpha_{\text{кр}}$ оператор $\tilde{H}_2$ имеет единственное связанное состояние со значением энергии $z = z^1_{\pi/2} < m_{\pi/2}$. При $\alpha > \alpha_{\text{кр}}$ оператор $\tilde{H}_2$ не имеет ни одного связанного состояния.

Пусть теперь $\Lambda = 0$. В этом случае имеет место следующее предложение.

ПРЕДЛОЖЕНИЕ 6. При всех значениях α , J_z и J_x уравнение $\Delta_{\Lambda=0}(z) = 0$ не имеет ни одного решения ниже непрерывного спектра оператора $\tilde{H}_{2\Lambda}$.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО предложения 6 аналогично доказательству предложений 4 и 5.

Из предложения 6 вытекает теорема.

ТЕОРЕМА 3. Пусть $\Lambda = 0$. Тогда оператор $\tilde{H}_2$ при всех значениях параметров α , J_x и J_z не имеет связанных состояний.

В области значений полного квазиимпульса Λ , $-\pi < \Lambda < \pi$, $\Lambda \neq \frac{\pi}{2}$ и $\Lambda \neq 0$, исследования связанного состояния оператора $\tilde{H}_2$ показывают, что при фиксированном значении полного квазиимпульса Λ существует положительное вещественное число γ , зависящее только от Λ , такое, что при $J_x < \gamma J_z$ и при всех значениях параметра α оператор $\tilde{H}_2$ имеет ровно два связанных состояния. При условии $J_x \geq \gamma J_z$ имеются два связанных состояния в случае, если $0 < \alpha < \alpha_{\text{кр}}$, одно связанное состояние, если $\alpha = \alpha_{\text{кр}}$, и не существует ни одного связанного состояния, если $\alpha > \alpha_{\text{кр}}$. Энергия этих связанных состояний всегда меньше $m_\Lambda = \inf_x h_\Lambda(x)$. При условии $J_x = J_z$ (изотропный случай) существует одно связанное состояние, если $0 < \alpha < \alpha_{\text{кр}}$, и не существует ни одного связанного состояния, если $\alpha \geq \alpha_{\text{кр}}$.

Отметим, что если связанное состояние системы исчезает при некоторых значениях параметров J_x , J_z и α , то оно появится при некоторых других значениях.

Таким образом, при $-\pi < \Lambda < \pi$, $\Lambda \neq \frac{\pi}{2}$, $\Lambda \neq 0$ могут существовать два или одно связанное состояние системы или же не существует ни одного связанного состояния со значениями энергии, меньшими m_Λ . Отметим, что в этом случае $\alpha_{\text{кр}} = \alpha(\Lambda, J_z, J_x)$. Коротко приводим доказательство этого утверждения.

Заметим, что все интегралы, содержащиеся в уравнении $\Delta_\Lambda(z) = 0$ для значений $z < m_\Lambda$, явно вычисляются в квадратурах и их значения зависят от параметров J_x, J_z, α и Λ . Выражение для $\Delta_\Lambda(z)$ получается громоздким.

Уравнение $\Delta_\Lambda(z) = 0$ после несложных преобразований можно свести к некоторому алгебраическому уравнению

$$F(J_x, J_z, \alpha, \Lambda, z) = 0. \quad (2)$$

Исследование этого алгебраического уравнения показывает, что если $J_x < \gamma J_z$, то при всех значениях Λ уравнение (2) имеет ровно два решения. Если же $J_x \geq \gamma J_z$, то уравнение (2) имеет ровно два решения только в том случае, если $0 < \alpha < \alpha_{\text{кр}}$. Если $\alpha = \alpha_{\text{кр}}$, уравнение (2) имеет единственное решение. Причем все решения z уравнения (2) имеют значения меньше m_Λ . Если же $\alpha > \alpha_{\text{кр}}$, то не существует решения уравнения (2) со значениями меньше m_Λ .

Следовательно, при указанных выше соотношениях между параметрами J_x, J_z, α и γ оператор $\tilde{H}_{2\Lambda}$ имеет 0, 1, 2-связанные состояния со значениями энергии, меньшими m_Λ .

Список литературы

- [1] *Bethe H. A.* // Z. Phys. 1931. В. 71. С. 205.
- [2] *Fukuda N., Wortis M.* // J. Phys. Chem. Solids. 1963. V. 24. P. 1675–1677.
- [3] *Wortis M.* // Phys. Rev. 1963. V. 132. №1. P. 85–97.
- [4] *Majumdar C. K.* // J. Math. Phys. 1969. V. 10. P. 117.
- [5] *Ono J., Mikado S., Oguchi T.* // J. Phys. Soc. Japan. 1971. V. 30. №8. P. 358.
- [6] *Гочев И. Г.* // ТМФ. 1973. Т. 15. №1. С. 120–126.
- [7] *Гочев И. Г.* // ЖЭТФ. 1971. Т. 61. Вып. 4(10). С. 1674.
- [8] *Исюмов Ю. А., Скрябин Ю. Н.* Статистическая механика магнитоупорядоченных систем. М.: Наука, 1987.

“Кибернетика” АН РУз

Поступила в редакцию
8.VIII.1994 г.,
после доработки
16.XI.1995 г.

S. M. Tashpulatov

EXPLORATION OF SPECTRUM OF THE ENERGY OPERATOR OF TWO-MAGNON SYSTEM IN THE ONE-DIMENSIONAL ANISOTROPIC HEISENBERG FERROMAGNET WITH INTERACTION OF SECOND NEIGHBOURS

We investigate a physical system of two magnons in the one-dimensional anisotropic Heisenberg ferromagnet with the interaction up to two neighbours. We study the spectrum and bound states of the Hamiltonian of the two-magnon system. It is established that in some cases additional bound states can appear or disappear in comparison with the isotropic case.