Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

П. М. Лавров, Суперполевая форма метода $Sp(2)$ -ковариантного квантования калибровочных теорий, *ТМФ*, 1996, том 107, номер 2, 229–237

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf1151>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением
<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.162.127.20

26 апреля 2023 г., 12:45:53

П. М. Лавров

СУПЕРПОЛЕВАЯ ФОРМА МЕТОДА $Sp(2)$ -КОВАРИАНТНОГО КВАНТОВАНИЯ КАЛИБРОВОЧНЫХ ТЕОРИЙ

На основе принципа БРСТ- и антиБРСТ-симметрии для произвольных калибровочных теорий предложена схема квантования в лагранжевом формализме на суперпространстве $D = d + 2$, где d – размерность пространства-времени. На суперполях БРСТ- и антиБРСТ-преобразования реализованы как сдвиги по дополнительным (грассмановым) координатам этого суперпространства.

1. ВВЕДЕНИЕ

Принцип инвариантности относительно БРСТ- и антиБРСТ-преобразований положен в основу методов квантования произвольных калибровочных теорий, открытых в работах [1–3] в рамках лагранжева ($Sp(2)$ -ковариантного) и в [4–6] в рамках гамильтонова (расширенного) формализмов и позволяющих рассматривать симметрично гостовские и антигостовские переменные.

В методе $Sp(2)$ -ковариантного квантования конфигурационное пространство описывается с помощью полевых переменных ϕ^A . Конкретный состав ϕ^A определяется свойствами калибровочной симметрии исходной классической системы и включает в себя исходные поля, гости и антигости, лагранжевы множители (в случае приводимых теорий – пирамиды гостей и антигостей и лагранжевых множителей; подробнее см. [1, 2]). Фактическая реализация БРСТ- и антиБРСТ-симметрии в лагранжевой схеме квантования требует расширения числа полевых переменных.

Минимальный набор переменных метода $Sp(2)$ -ковариантного квантования помимо ϕ^A , имеющих грассманову четность $\varepsilon(\phi^A) \equiv \varepsilon_A$, включает два набора антиполей ϕ_{Aa}^* , $\varepsilon(\phi_{Aa}^*) = \varepsilon_A + 1$, образующих $Sp(2)$ -дублет, набор антиполей $\bar{\phi}_A$, $\varepsilon(\bar{\phi}_A) = \varepsilon_A$, а также набор обычных источников J_A , $\varepsilon(J_A) = \varepsilon_A$, к полям ϕ^A . С помощью переменных минимального набора формулируются основные объекты метода $Sp(2)$ -ковариантного квантования [1–3]: вводится понятие расширенной антискобки, определяются операторы Δ^a , V^a и квантовое действие $S = S(\phi, \phi^*, \bar{\phi})$ как решение производящих уравнений метода, строится производящий функционал функций Грина $Z = Z(J)$.

Для формулировки правил Фейнмана в методе $Sp(2)$ -ковариантного квантования нужно ввести три набора дополнительных полей, а именно, $Sp(2)$ -дублет полей π^{Aa} , $\varepsilon(\pi^{Aa}) = \varepsilon_A + 1$ и полей λ^A , $\varepsilon(\lambda^A) = \varepsilon_A$. Полевые переменные π^{Aa} и λ^A позволяют представить процедуру введения калибровки в форме функционального интеграла.

Полевые переменные ϕ^A , π^{Aa} , λ^A и ϕ_{Aa}^* , $\bar{\phi}_A$, J_A образуют полный набор переменных метода $Sp(2)$ -ковариантного квантования произвольных калибровочных теорий. Именно в терминах полного набора переменных удается в явном виде сформулировать БРСТ- и антиБРСТ-преобразования

$$\begin{aligned}\delta\phi^A &= \pi^{Aa}\mu_a, & \delta\pi^{Aa} &= -\varepsilon^{ab}\lambda^A\mu_b, & \delta\lambda^A &= 0, \\ \delta\bar{\phi}_A &= \varepsilon^{ab}\mu_a\phi_{Ab}^*, & \delta\phi_{Aa}^* &= \mu_a\frac{\delta S}{\delta\phi^A}, & \delta J_A &= 0,\end{aligned}\tag{1}$$

где μ_a — $Sp(2)$ -дублет постоянных антикоммутирующих параметров, а ε^{ab} — антисимметричный тензор, нормированный условием $\varepsilon^{12} = 1$.

В секторе минимального набора переменных метода $Sp(2)$ -ковариантного квантования поля ϕ^A и антиполя ϕ_{Aa}^* , $\bar{\phi}_A$ входят несимметрично: в то время как полям ϕ^A соответствуют антиканонически сопряженные переменные ϕ_{Aa}^* , для переменных $\bar{\phi}_A$ нет соответствующих им антиканонически сопряженных. Для устранения этой несимметрии в работе [7] предложено рассматривать поля π^{Aa} из полного набора как антиканонически сопряженные переменным $\bar{\phi}_A$ в обычном смысле и построена соответствующая схема $Sp(2)$ -ковариантного квантования, названная авторами работы [8] триплетическим квантованием. Заметим, что переменные λ^A играют по-прежнему в этой схеме вспомогательную роль.

Геометрический смысл БРСТ- и антиБРСТ-преобразований для теорий Янга–Миллса как супертрансляций в суперпространстве с координатами $(x^\mu, \theta, \bar{\theta})$ (x^μ — координаты пространства-времени, а θ , $\bar{\theta}$ — антикоммутирующие скалярные координаты) вдоль координат θ , $\bar{\theta}$ осознан достаточно давно [9–12], однако удовлетворительного суперполевого описания процедуры квантования не было найдено. Причины этого, на наш взгляд, заключались в том, что все попытки были связаны с реализацией суперполевого описания на основе более широкой симметрии в суперпространстве (перемешивающие переменные x^μ с θ , $\bar{\theta}$), чем просто преобразования Лоренца в пространстве-времени и супертрансляции в подпространстве дополнительных измерений. Это приводило к необходимости накладывать связи на суперобъекты, разрешение которых, с одной стороны, становилось нетривиальным [12], а с другой стороны, все построения [9–12] существенно использовали конкретную структуру теорий Янга–Миллса и оставалось совершенно не ясным, как при таких подходах строить суперполевое описание для произвольных калибровочных теорий.

Основная цель данной работы состоит в построении правил суперполевого описания процедуры квантования произвольных калибровочных теорий, основанной на принципе инвариантности относительно БРСТ- и антиБРСТ-преобразований, действующих в суперпространстве как супертрансляции по дополнительным (к пространственно-временным) переменным.

Работа организована следующим образом. В разделе 2 вводятся основные объекты суперполевого описания: суперполя $\Phi^A(\theta)$, суперисточники $\bar{\Phi}_A(\theta)$, суперантискобки $(\cdot)^a$, операторы Δ^a , V^a , U^a и изучаются некоторые свойства введенных объектов. В разделе 3 формулируются правила суперполевого квантования произвольных калибровочных теорий, строится производящий функционал функций Грина как функционал от суперисточников $\bar{\Phi}$, находится суперполевая форма БРСТ- и антиБРСТ-преобразований, доказывается независимость S -матрицы от выбора калибров-

ки, выводятся суперполевые тождества Уорда. В разделе 4 устанавливается связь развиваемой схемы с $Sp(2)$ -ковариантным [1–3] квантованием, которое оказывается частным случаем суперполевого квантования, отвечающего выбору специальных решений суперполевых производящих уравнений и калибровки. В разделе 5 сделаны заключительные замечания.

В работе используются конденсированные обозначения де Витта [13]. Грассманова четность величины A обозначается через $\varepsilon(A)$. Производные по (супер)полям понимаются как правые, а по антиполям и (супер)источникам – как левые. Левые производные по (супер)полям отмечаются специальным символом “ l ”: $\delta_l / \delta \phi^A$. Скалярные антикоммутирующие координаты θ^a образуют $Sp(2)$ -дублет. Опускание индексов $Sp(2)$ -группы осуществляется по правилу $\theta_a = \varepsilon_{ab} \theta^b$. Производные по θ^a понимаются всюду как левые. Интегрирование по θ^a осуществляется по правилам

$$\int d^2 \theta = 0, \quad \int d^2 \theta \theta^a = 0, \quad \int d^2 \theta \theta^a \theta^b = \varepsilon^{ab}.$$

Для любой функции $f(\theta)$ справедливо равенство

$$\int d^2 \theta \frac{\partial f(\theta)}{\partial \theta^a} = 0,$$

из которого следует правило интегрирования по частям

$$\int d^2 \theta \frac{\partial f(\theta)}{\partial \theta^a} g(\theta) = - \int d^2 \theta (-1)^{\varepsilon(f)} f(\theta) \frac{\partial g(\theta)}{\partial \theta^a}.$$

Любая функция от θ

$$f(\theta) = f_0 + f_a \theta^a + \frac{1}{2} f_3 \theta_a \theta^a$$

допускает компонентное представление.

2. ОСНОВНЫЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Введем в рассмотрение суперпространство с координатами (x^μ, θ^a) , где x^μ ($\mu = 0, 1, \dots, d-1$) – координаты пространства-времени, а θ^a ($a = 1, 2$) – антикоммутирующие скалярные координаты. Определим суперполя $\Phi^A(\theta)$, $\varepsilon(\Phi^A(\theta)) = \varepsilon_A$, с помощью следующих двух требований: во-первых, потребуем, чтобы

$$\Phi^A(\theta) |_{\theta=0} = \phi^A,$$

и, во-вторых, реализуем БРСТ- и антиБРСТ-преобразования (1) для полей в суперпространстве как супертрансляции $\theta^a \rightarrow \theta^a + \mu^a$:

$$\delta \Phi^A(\theta) = \mu_a \frac{\partial \Phi^A(\theta)}{\partial \theta^a}. \quad (2)$$

Эти требования однозначно определяют компонентный состав суперполя $\Phi^A(\theta)$

$$\Phi^A(\theta) = \phi^A + \pi^{Aa} \theta_a + \frac{1}{2} \lambda^A \theta_a \theta^a. \quad (3)$$

Далее, введем набор суперисточников $\bar{\Phi}_A(\theta)$, $\varepsilon(\bar{\Phi}_A(\theta)) = \varepsilon_A$, отождествив их компонентный состав с переменными $\bar{\phi}_A$, ϕ_{Aa}^* , J_A по правилу

$$\bar{\Phi}_A(\theta) = \bar{\phi}_A - \theta^a \phi_{Aa}^* - \frac{1}{2} \theta_a \theta^a J_A. \quad (4)$$

Выбор знаков в (4) продиктован на этом этапе необходимостью, чтобы преобразования БРСТ- и антиБРСТ-симметрии (1) переменных $\bar{\phi}_A$, ϕ_{Aa}^* , J_A для $\bar{\Phi}_A(\theta)$ имели вид супертрансляций, по крайней мере на экстремальных действия $S(\phi, \phi^*, \bar{\phi}) + J_A \phi^A$.

Для любых функционалов от суперполей и суперисточников $F = F(\Phi, \bar{\Phi})$, $G = G(\Phi, \bar{\Phi})$ определим суперантискобки

$$(F, G)^a = \int d^2\theta \left\{ \frac{\delta F}{\delta \Phi^A(\theta)} (-1)^{\varepsilon_A+1} \frac{\partial}{\partial \theta_a} \frac{\delta G}{\delta \bar{\Phi}_A(\theta)} - (F \leftrightarrow G) (-1)^{(\varepsilon(F)+1)(\varepsilon(G)+1)} \right\} \quad (5)$$

с очевидным свойством обобщенной антисимметрии:

$$(F, G)^a = -(-1)^{(\varepsilon(F)+1)(\varepsilon(G)+1)} (G, F)^a. \quad (6)$$

Суперантискобки (5) удовлетворяют обобщенным тождествам Якоби

$$((F, G)^{\{a}, H)^{b\}} (-1)^{(\varepsilon(F)+1)(\varepsilon(H)+1)} + \text{cycle}(F, G, H) \equiv 0, \quad (7)$$

где фигурные скобки означают симметризацию по индексам a и b .

Определим операторы Δ^a , V^a и U^a следующими соотношениями:

$$\Delta^a = - \int d^2\theta \frac{\delta_l}{\delta \Phi^A(\theta)} \frac{\partial}{\partial \theta_a} \frac{\delta}{\delta \bar{\Phi}_A(\theta)}, \quad (8)$$

$$V^a = \int d^2\theta \frac{\partial \bar{\Phi}_A(\theta)}{\partial \theta_a} \frac{\delta}{\delta \Phi^A(\theta)}, \quad (9)$$

$$U^a = \int d^2\theta \frac{\partial \Phi^A(\theta)}{\partial \theta_a} \frac{\delta_l}{\delta \Phi^A(\theta)}. \quad (10)$$

Нетрудно проверить, что введенные операторы удовлетворяют свойствам

$$\Delta^{\{a} \Delta^{b\}} = 0, \quad (11)$$

$$V^{\{a} V^{b\}} = 0, \quad (12)$$

$$\Delta^{\{a} V^{b\}} + V^{\{a} \Delta^{b\}} = 0, \quad (13)$$

$$U^{\{a} U^{b\}} = 0, \quad (14)$$

$$\Delta^{\{a} U^{b\}} + U^{\{a} \Delta^{b\}} = 0, \quad (15)$$

$$V^a U^b + U^b V^a = 0, \quad (16)$$

$$\Delta^a V^b + V^b \Delta^a + \Delta^a U^b + U^b \Delta^a = 0, \quad (17)$$

а их действие на суперскобки (5) определяется правилами

$$\Delta^{\{a}(F, G)^{b\} = (\Delta^{\{a} F, G)^{b\} - (F, \Delta^{\{a} G)^{b\} (-1)^{\varepsilon(F)}, \quad (18)$$

$$V^{\{a}(F, G)^{b\} = (V^{\{a} F, G)^{b\} - (F, V^{\{a} G)^{b\} (-1)^{\varepsilon(F)}, \quad (19)$$

$$U^{\{a}(F, G)^{b\} = (U^{\{a} F, G)^{b\} - (F, U^{\{a} G)^{b\} (-1)^{\varepsilon(F)}. \quad (20)$$

Удобно также ввести расширенные операторы $\bar{\Delta}^a$

$$\bar{\Delta}^a = \Delta^a + \frac{i}{\hbar} V^a. \quad (21)$$

Эти операторы удовлетворяют следующим равенствам:

$$\bar{\Delta}^{\{a} \bar{\Delta}^{b\} = 0, \quad (22)$$

которые следуют из (11)–(13).

3. КВАНТОВАНИЕ

Определим квантовое действие $W = W(\Phi, \bar{\Phi})$ как решение следующих производящих уравнений:

$$\bar{\Delta}^a \exp \left\{ \frac{i}{\hbar} W \right\} = 0, \quad (23)$$

или в эквивалентной форме

$$\frac{1}{2} (W, W)^a + V^a W = i\hbar \Delta^a W. \quad (24)$$

Производящий функционал функций Грина $Z = Z(\bar{\Phi})$ суперполей $\Phi^A(\theta)$ определим через решение уравнений (24) W в виде следующего функционального интеграла:

$$Z(\bar{\Phi}) = \int [d\Phi'] [d\bar{\Phi}'] \rho(\bar{\Phi}') \exp \left\{ \frac{i}{\hbar} \left[W(\Phi', \bar{\Phi}') + \bar{\Phi}' \Phi' - \frac{1}{2} \varepsilon_{ab} U'^a U'^b F(\Phi') - \bar{\Phi} \Phi' \right] \right\}, \quad (25)$$

где $F(\Phi)$ – бозонный функционал, с помощью которого вводится калибровка, $\rho(\bar{\Phi})$ – функционал, определяющий вес интегрирования по суперисточникам $\bar{\Phi}$ и имеющий вид функциональной δ -функции

$$\rho(\bar{\Phi}) = \delta \left(\int d^2 \theta \bar{\Phi}(\theta) \right), \quad (26)$$

а также введено обозначение

$$\bar{\Phi} \Phi \equiv \int d^2 \theta \bar{\Phi}_A(\theta) \Phi^A(\theta). \quad (27)$$

Введенный производящий функционал $Z(\bar{\Phi})$ (25) обладает двумя важными свойствами. Во-первых, при $\bar{\Phi} = 0$ подынтегральное выражение в (25) инвариантно относительно следующих преобразований глобальной суперсимметрии:

$$\begin{aligned} \delta \Phi^A(\theta) &= \mu_a \frac{\partial \Phi^A(\theta)}{\partial \theta_a}, \quad \varepsilon(\mu_a) = 1, \\ \delta \bar{\Phi}_A(\theta) &= \mu_a \frac{\partial \bar{\Phi}_A(\theta)}{\partial \theta_a} + \mu_a \frac{\partial}{\partial \theta_a} \frac{\delta W}{\delta \Phi^A(\theta)}. \end{aligned} \quad (28)$$

При установлении этого факта существенно используется свойство инвариантности весового функционала $\rho(\bar{\Phi})$ относительно преобразований (28)

$$\delta\rho(\bar{\Phi}) = 0. \quad (29)$$

Заметим, что с помощью операторов V^a , U^a и суперантискобок преобразования (28) можно переписать тождественно в виде

$$\begin{aligned} \delta\Phi^A(\theta) &= \mu_a U^a \Phi^A(\theta), \\ \delta\bar{\Phi}_A(\theta) &= \mu_a V^a \bar{\Phi}_A(\theta) + \mu_a (W, \bar{\Phi}_A(\theta))^a. \end{aligned} \quad (30)$$

Преобразования (28) (или (30)) представляют собой суперполеую реализацию БРСТ-и антиБРСТ-преобразований для произвольных калибровочных теорий. Во-вторых, симметрия вакуумного функционала $Z(0)$ относительно преобразований (28) позволяет установить независимость S -матрицы от выбора калибровки в теории, построенной по правилам (24), (25). Действительно, пусть $Z(0) \equiv Z_F$ – вакуумный функционал, вычисленный в калибровке, определяемой функционалом $F = F(\Phi)$. Рассмотрим вакуумный функционал $Z_{F'} = Z_{F+\Delta F}$, отвечающий калибровке при выборе функционала $F'(\Phi) = F(\Phi) + \Delta F(\Phi)$. В функционале $Z_{F+\Delta F}$ сделаем замену переменных (28), выбирая параметры μ_a в виде следующих функционалов суперполей $\Phi^A(\theta)$:

$$\mu_a = -\frac{i}{2\hbar} \varepsilon_{ab} U^b \Delta F(\Phi). \quad (31)$$

Тогда после несложных преобразований опять с учетом свойства инвариантности (29) весового функционала $\rho(\bar{\Phi})$ (26) мы найдем, что

$$Z_{F+\Delta F} = Z_F, \quad (32)$$

и, следовательно, S -матрица калибровочно-инвариантна.

Инвариантность вакуумного функционала $Z(0)$ относительно преобразований (28) приводит к наличию в квантовой теории тождеств Уорда, представляющих собой соотношения между функциями Грина.

Рассмотрим вывод тождеств Уорда. При этом выводе мы используем стандартные предположения о свойствах функционального интеграла, в частности

$$\int [d\Phi] [d\bar{\Phi}] \rho(\bar{\Phi}) \frac{\delta F(\Phi, \bar{\Phi})}{\delta \Phi} = 0, \quad \int [d\Phi] [d\bar{\Phi}] \rho(\bar{\Phi}) \frac{\delta F(\Phi, \bar{\Phi})}{\delta \bar{\Phi}} = 0. \quad (33)$$

Учитывая (33) и явный вид операторов $\bar{\Delta}^a$ (21), мы имеем следующие равенства:

$$\int [d\Phi'] [d\bar{\Phi}'] \rho(\bar{\Phi}') \bar{\Delta}'^a \exp \left\{ \frac{i}{\hbar} \left[W(\Phi', \bar{\Phi}') + \bar{\Phi}' \Phi' - \frac{1}{2} \varepsilon_{ab} U'^a U'^b F(\Phi') - \bar{\Phi} \Phi' \right] \right\} = 0. \quad (34)$$

Действуя явно оператором $\bar{\Delta}^a$ в (34), с учетом уравнений (24), (12) и (13) мы получаем

$$V^a Z(\bar{\Phi}) = 0. \quad (35)$$

Уравнения (35) представляют собой суперполевою форму тождеств Уорда для производящего функционала функций Грина $Z(\bar{\Phi})$.

4. КОМПОНЕНТНЫЙ АНАЛИЗ

Сравним представленную в данной работе схему суперполевого квантования калибровочных теорий с $Sp(2)$ -ковариантным формализмом работ [1–3]. Для этого прежде всего представим содержание развиваемой суперполевой схемы квантования в компонентном виде.

Операторы Δ^a , V^a , U^a и суперантискобки (5) имеют следующее компонентное представление:

$$(F, G)^a = \frac{\delta F}{\delta \phi^A} \frac{\delta G}{\delta \phi_{Aa}^*} + \varepsilon^{ab} \frac{\delta F}{\delta \pi^{Ab}} \frac{\delta G}{\delta \bar{\phi}_A} - (F \leftrightarrow G)(-1)^{(\varepsilon(F)+1)(\varepsilon(G)+1)}, \quad (36)$$

$$\Delta^a = (-1)^{\varepsilon_A} \frac{\delta_l}{\delta \phi^A} \frac{\delta}{\delta \phi_{Aa}^*} + (-1)^{\varepsilon_A+1} \varepsilon^{ab} \frac{\delta_l}{\delta \pi^{Ab}} \frac{\delta}{\delta \bar{\phi}_A}, \quad (37)$$

$$V^a = \varepsilon^{ab} \phi_{Ab}^* \frac{\delta}{\delta \bar{\phi}_A} - J_A \frac{\delta}{\delta \phi_{Aa}^*}, \quad (38)$$

$$U^a = (-1)^{\varepsilon_A} \varepsilon^{ab} \lambda^A \frac{\delta_l}{\delta \pi^{Ab}} - (-1)^{\varepsilon_A} \pi^{Aa} \frac{\delta_l}{\delta \phi^A}. \quad (39)$$

Заметим здесь, что суперантискобки (36) и операторы Δ^a (37) совпадают с соответствующими объектами, введенными в [7] при обсуждении полностью антиканонической формы $Sp(2)$ -ковариантного квантования.

Член, фиксирующий калибровку, в компонентах имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \varepsilon_{ab} U^a U^b F(\Phi) &= \frac{1}{2} \varepsilon_{ab} \pi^{Aa} \frac{\delta^2 F}{\delta \phi^A \delta \phi_{Bb}^*} \pi^{Bb} + \frac{\delta F}{\delta \phi^A} \lambda^A - \\ &- \frac{1}{2} \varepsilon^{ab} \lambda^A \frac{\delta^2 F}{\delta \pi^{Aa} \delta \pi^{Bb}} \lambda^B + \pi^{Aa} \frac{\delta^2 F}{\delta \phi^A \delta \pi^{Ba}} \lambda^B, \end{aligned} \quad (40)$$

а функционал $\bar{\Phi}\Phi$ в (25) принимает форму

$$\bar{\Phi}\Phi = \bar{\phi}_A \lambda^A + \phi_{Aa}^* \pi^{Aa} - J_A \phi^A. \quad (41)$$

Мера интегрирования

$$[d\Phi][d\bar{\Phi}]\rho(\bar{\Phi}) = [d\phi][d\phi^*][d\pi][d\bar{\phi}][d\lambda][dJ]\delta(J) \quad (42)$$

фактически совпадает с мерами интегрирования в функциональных интегралах работ [1–3] и [7].

Установим связь развиваемого здесь подхода с методом $Sp(2)$ -ковариантного квантования работ [1–3]. Для этого прежде всего заметим, что в силу специальной структуры меры интегрирования (42) достаточно рассмотреть решения производящих уравнений (24) при $J_A = 0$

$$W(\Phi, \bar{\Phi})|_{J=0} = S \quad (43)$$

и потребовать дополнительно, чтобы функционал S не зависел от переменных π^{Aa} , λ^A , т.е.

$$\frac{\delta S}{\delta \pi^{Aa}} = 0, \quad \frac{\delta S}{\delta \lambda^A} = 0. \quad (44)$$

Тогда функционал $S = S(\phi, \phi^*, \bar{\phi})$ в точности удовлетворяет производящим уравнениям для квантового действия работ [1–3]. Выбирая, далее, калибровочный функционал F зависящим только от переменных ϕ^A : $F = F(\phi)$, а граничное условие для $S(\phi, \phi^*, \bar{\phi})$ в виде

$$S(\phi, \phi^*, \bar{\phi})|_{\phi^*=\bar{\phi}=\hbar=0} = \mathcal{S}, \quad (45)$$

где $\mathcal{S}$ – исходное калибровочно-инвариантное классическое действие (заметим, что условие (45) совместно с производящими уравнениями (24)), мы получаем в (25) в точности форму производящего функционала функций Грина метода $Sp(2)$ -ковариантного квантования работ [1–3].

Тождества Уорда для $Z(\bar{\Phi})$ (30), переписанные в компонентной форме

$$J_A \frac{\delta Z}{\delta \phi_{Aa}^*} - \varepsilon^{ab} \phi_{Ab}^* \frac{\delta Z}{\delta \bar{\phi}_A} = 0, \quad (46)$$

по виду совпадают с полученными в работе [1].

5. ОБСУЖДЕНИЕ

В данной работе получена замкнутая форма суперполевого представления метода $Sp(2)$ -ковариантного квантования калибровочных теорий. Одним из основных объектов метода выступает суперполе $\Phi^A(\theta)$ с граничным условием $\Phi^A(\theta)|_{\theta=0} = \phi^A$, где ϕ^A – набор полей конфигурационного пространства формализма $Sp(2)$ -ковариантного квантования [1–3]. Для каждого суперполя $\Phi^A(\theta)$ вводится соответствующий суперисточник $\bar{\Phi}_A(\theta)$, имеющий одинаковую с $\Phi^A(\theta)$ грассманову четность. Переменные полного набора метода $Sp(2)$ -ковариантного квантования в суперполевым формализме возникают естественным образом как соответствующие компоненты суперпеременных $\Phi^A(\theta)$ и $\bar{\Phi}_A(\theta)$ (см. (3), (4)).

Преобразования БРСТ- и антиБРСТ-симметрии (28) (или (30)) для произвольных калибровочных теорий в суперполевым формализме имеют ясный геометрический смысл и на суперполях $\Phi^A(\theta)$ реализуются как супертрансляции в суперпространстве (x^μ, θ^a) по грассмановым координатам θ^a .

Суперполевое описание позволяет по-новому взглянуть на тождества Уорда в квантовой теории калибровочных полей и выявить их ясный геометрический смысл. Действительно, тождества (35) для производящего функционала функций Грина $Z = Z(\bar{\Phi})$ есть не что иное, как утверждение о том, что Z инвариантен относительно супертрансляций в суперпространстве. Одновременно с этим выявляется роль и геометрическая природа операторов V^a , U^a , реализующих супертрансляции на суперполевых переменных $\Phi^A(\theta)$ и $\bar{\Phi}_A(\theta)$, соответственно.

$Sp(2)$ -ковариантное квантование калибровочных теорий общего вида [1–3] представляет собой частный случай суперполевого описания и соответствует специальному выбору решений производящих уравнений (24) и калибровки.

Автор благодарен И.В. Тютину за многолетнее плодотворное научное сотрудничество и полезные обсуждения затронутых в работе вопросов. Работа частично поддержана

Международным научным фондом (грант RI 1300) и Российским фондом фундаментальных исследований (проект № 94-02-03234).

Список литературы

- [1] *Batalin I.A., Lavrov P.M., Tyutin I.V.* // J. Math. Phys. 1990. V. 31. № 6. P. 1487–1493.
- [2] *Batalin I.A., Lavrov P.M., Tyutin I.V.* // J. Math. Phys. 1991. V. 32. № 2. P. 532–539.
- [3] *Batalin I.A., Lavrov P.M., Tyutin I.V.* // J. Math. Phys. 1991. V. 32. № 9. P. 2513–2521.
- [4] *Batalin I.A., Lavrov P.M., Tyutin I.V.* // J. Math. Phys. 1990. V. 31. № 1. P. 6–13.
- [5] *Batalin I.A., Lavrov P.M., Tyutin I.V.* // J. Math. Phys. 1990. V. 31. № 11. P. 2708–2717.
- [6] *Batalin I.A., Lavrov P.M., Tyutin I.V.* // Int. J. Mod. Phys. 1991. V. 6. № 20. P. 3599–3612.
- [7] *Batalin I., Marnelius R.* // Phys. Lett. 1995. V. B350. P. 44–48.
- [8] *Batalin I.A., Marnelius R., Semikhatov A.M.* // Nucl. Phys. 1995. V. B446. P. 249–271.
- [9] *Bonora L., Tonin M.* // Phys. Lett. 1981. V. B98. № 1. P. 48–50.
- [10] *Bonora L., Pasti P., Tonin M.* // J. Math. Phys. 1982. V. 23. № 5. P. 839–845.
- [11] *Baulieu L.* // Phys. Rep. 1985. V. 129. P. 1–74.
- [12] *Hull C.M., Spence B., Vazquez-Bello J.L.* // Nucl. Phys. 1991. V. B348. P. 108–124.
- [13] *Девитт Б.* Динамическая теория групп и полей. М.: Мир, 1987.

Томский государственный
педагогический университет

Поступила в редакцию
26.VII.1995 г.

P.M. Lavrov

SUPERFIELD FORM OF $Sp(2)$ -COVARIANT QUANTIZATION METHOD FOR GAUGE THEORIES

A Lagrangian quantization scheme for general gauge theories is proposed on a basis of the BRST–antiBRST symmetry principle in superspace $D = d + 2$ (d is a space-time dimension). The BRST–antiBRST transformations are realized in terms of superfields in the form of translations with respect to auxiliary (Grassmann) coordinates of the superspace.