Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

С. М. Ташпулатов, Двухмагнонные состояния в одномерном негейзенберговском ферромагнетике со взаимодействием до третьих соседей со значением спина $s = 1$, *ТМФ*, 1996, том 107, номер 2, 262–268

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf1154>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 3.80.181.102

26 апреля 2023 г., 16:02:03

С. М. Ташпулатов

ДВУХМАГНОННЫЕ СОСТОЯНИЯ В ОДНОМЕРНОМ НЕГЕЙЗЕНБЕРГОВСКОМ ФЕРРОМАГНЕТИКЕ СО ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ ДО ТРЕТЬИХ СОСЕДЕЙ СО ЗНАЧЕНИЕМ СПИНА $s = 1$

Рассматривается двухмагнонная система в одномерном негейзенберговском ферромагнетике со взаимодействием ближайших, вторых и третьих соседей со значением спина $s = 1$. Доказано, что при $\Lambda = \pi$ и $J = J_1$ система имеет единственное двухмагнонное связанное состояние (ДСС), а при $\Lambda = \pi$ и $J = 2J_1$ система имеет три ДСС, и вычислены их энергии. Если же $\Lambda = \pi$ и $J \neq J_1$, $J \neq 2J_1$, то система имеет не более пяти ДСС.

1. ВВЕДЕНИЕ

В работах [1, 2] автора изучены двухмагнонные связанные состояния (ДСС) в одномерном изотропном и анизотропном ферромагнетике (ФМ) Гейзенберга со взаимодействием до третьих соседей со значением спина $s = \frac{1}{2}$. В работе [1] показано, что в изотропном случае при определенных соотношениях между параметрами гамильтониана существует не более чем одно ДСС со значением энергии, лежащим ниже области непрерывного спектра оператора $\tilde{H}_{2\Lambda}$.

В работе [2] доказано, что в анизотропном случае может существовать еще одно дополнительное ДСС со значением энергии, лежащим ниже области непрерывного спектра оператора $\tilde{H}_{2\Lambda}$ по сравнению с изотропным случаем.

В настоящей работе изучаются двухмагнонные связанные состояния в одномерном негейзенберговском ФМ со взаимодействием ближайших, вторых и третьих соседей со значением спина $s = 1$. В этом случае задача значительно усложняется. А именно, не удастся аналитически найти энергию ДСС для всех значений параметров гамильтониана. Однако при некоторых значениях полного квазиимпульса Λ удастся исследовать ДСС оператора энергии при всех значениях параметров гамильтониана.

Покажем, что при условии $\Lambda = \pi$ и $J = J_1$ система имеет единственное ДСС, а при условии $\Lambda = \pi$ и $J = 2J_1$ она имеет ровно три ДСС. В этих случаях точно вычислено значение энергии этих ДСС. Если $\Lambda = \pi$ и $J \neq J_1$, $J \neq 2J_1$, покажем, что система может иметь не более пяти ДСС со значениями энергий, лежащими вне области непрерывного спектра оператора $\tilde{H}_{2\Lambda}$.

2. ГАМИЛЬТониан системы и его инвариантные подпространства

Гамильтониан рассматриваемой системы имеет вид

$$H = -J \sum_{m, \tau} (\mathbf{S}_m \cdot \mathbf{S}_{m+\tau} + \alpha \mathbf{S}_m \cdot \mathbf{S}_{m+2\tau} + \beta \mathbf{S}_m \cdot \mathbf{S}_{m+3\tau}) - J_1 \sum_{m, \tau} (\mathbf{S}_m \cdot \mathbf{S}_{m+\tau} + \alpha \mathbf{S}_m \cdot \mathbf{S}_{m+2\tau} + \beta \mathbf{S}_m \cdot \mathbf{S}_{m+3\tau})^2, \quad (1)$$

где $J > 0$, $J_1 > 0$ – вещественные параметры соответственно билинейного и биквадратичного обменного взаимодействий между узлами решетки, а τ суммирует по ± 1 , $\tau = \pm 1$, $0 \leq \alpha \leq 1$ и $0 \leq \beta \leq 1$.

Пусть Z – одномерная целочисленная решетка. Обозначим через $\mathbf{S}_m = (S_m^x, S_m^y, S_m^z)$ оператор атомного спина величины $S = 1$ узла m . Положим $S_m^\pm = S_m^x \pm iS_m^y$; обозначим через φ_0 вакуумный вектор, однозначно определяемый условиями $\|\varphi_0\| = 1$, $S_m^+ \varphi_0 = 0$ и $S_m^z \varphi_0 = \varphi_0$. Векторы $S_m^- S_n^- \varphi_0$ описывают состояние системы двух магнонов, находящихся на узлах m и n со значением спина $s = 1$. Векторы $\{\frac{1}{2} S_m^- S_n^- \varphi_0\}$ образуют ортонормальную систему. Замыкание пространства, образованного всевозможными линейными комбинациями этих векторов, обозначим через $\mathcal{H}_2$.

Оператор (1) действует в пространстве магнонных состояний $\mathcal{H}_{\text{маг}}$, которое является бесконечным тензорным произведением трехмерных евклидовых пространств $\mathbb{C}^3$: $\mathcal{H}_{\text{маг}} = \bigotimes_{k \in Z} \mathbb{C}_k^3$, где $\mathbb{C}_k^3 \equiv \mathbb{C}^3$, для произвольного $k \in Z$.

Заметим, что сужение H_2 оператора H на пространство $\mathcal{H}_2$ есть самосопряженный и ограниченный оператор.

Из построения пространства $\mathcal{H}_2$ и вида оператора H непосредственно следует

ПРЕДЛОЖЕНИЕ 1. *Пространство $\mathcal{H}_2$ инвариантно относительно оператора H . Оператор $H_2 = H|_{\mathcal{H}_2}$ является ограниченным самосопряженным оператором. Он порождает ограниченный самосопряженный оператор $\overline{H}_2$, действующий в $l_2(Z \times Z)$ по формуле*

$$\begin{aligned} (\overline{H}_2 f)(p; q) = & -J \sum_{k=1}^3 \sum_{p, q, \tau} \alpha_k (\delta_{p, q+k\tau} + \delta_{p+k\tau, q} - 4) f(p; q) + \\ & + \frac{1}{2} J \sum_{k=1}^3 \sum_{p, q, \tau} \alpha_k [\delta_{p-k\tau, q} f(p-k\tau; q) + \delta_{p+k\tau, q} f(p+k\tau; q) + \\ & + \delta_{p, q-k\tau} f(p; q-k\tau) + \delta_{p, q+k\tau} f(p; q+k\tau)] - \\ & - J \sum_{k=1}^3 \sum_{p, q, \tau} \alpha_k [f(p-k\tau; q) + f(p+k\tau; q) + f(p; q-k\tau) + f(p; q+k\tau)] - \\ & - 2J_1 \sum_{k=1}^3 \sum_{p, q, \tau} \alpha_k (\delta_{p, q} - \delta_{p+k\tau, q} - \delta_{p, q+k\tau} + 4) f(p; q) - \\ & - J_1 \sum_{k=1}^3 \sum_{p, q, \tau} \alpha_k \left[\delta_{p, q+k\tau} f(p-k\tau; q+k\tau) + \delta_{p+k\tau, q} f(p+k\tau; q-k\tau) + \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \delta_{p,q} f(p - k\tau; q - k\tau) + \delta_{p,q} f(p + k\tau; q + k\tau) - 2f(p - k\tau; q) + \\
& + \frac{1}{2} \delta_{p,q+k\tau} f(p - k\tau; q) - \delta_{p,q} f(p - k\tau; q) - \\
& - 2f(p + k\tau; q) + \frac{1}{2} \delta_{p+k\tau,q} f(p; q - k\tau) - \delta_{p,q} f(p; q - k\tau) - \\
& - 2f(p; q + k\tau) + \frac{1}{2} \delta_{p,q+k\tau} f(p; q + k\tau) - \delta_{p,q} f(p; q + k\tau) + \\
& + \frac{1}{2} \delta_{p+k\tau,q} f(p + k\tau; q) - \delta_{p,q} f(p + k\tau; q) - 2f(p; q - k\tau) \Big], \tag{2}
\end{aligned}$$

где $\delta_{k,j}$ – символ Кронекера, $\alpha_1 = 1$, $\alpha_2 = \alpha$, $\alpha_3 = \beta$. Сам оператор H_2 действует на вектор $\Psi \in \mathcal{H}_2$ по формуле

$$H_2 \Psi = \sum_{p,q} (\overline{H}_2 f)(p; q) S_p^- S_q^- \varphi_0.$$

Доказательство предложения проводится непосредственно с использованием следующих коммутационных соотношений:

$$[S_m^+, S_p^-] = 2\delta_{mp} S_m^z, \quad [S_m^z, S_n^\pm] = \pm \delta_{mn} S_n^\pm.$$

ЛЕММА 1. Спектры операторов H_2 и $\overline{H}_2$ совпадают.

Лемма доказывается с использованием критерия Вейля (см. [3]). Доказательство леммы проведено в работе автора [4].

3. ИМПУЛЬСНЫЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ОПЕРАТОРА $\overline{H}_2$

Цель настоящей работы – изучить спектр оператора H_2 . Этот спектр легко изучается в его импульсном представлении.

Обозначим через $\mathcal{F}$ преобразование Фурье:

$$\mathcal{F}: l_2(Z \times Z) \rightarrow L_2(T \times T) \equiv \tilde{\mathcal{H}}_2,$$

здесь $T = [0; 2\pi)$ – одномерный тор, снабженный нормированной мерой Лебега $d\lambda$: $\lambda(T) = 1$.

ПРЕДЛОЖЕНИЕ 2. При преобразовании Фурье оператор $\overline{H}_2$ переходит в оператор $\tilde{H}_2$, который определяет ограниченный самосопряженный оператор в $\tilde{\mathcal{H}}_2$ и действует по формуле

$$(\tilde{H}f)(x; y) = h(x; y)f(x; y) + \int_T h_1(x; y; t)f(t; x + y - t) dt, \tag{3}$$

здесь

$$\begin{aligned}
h(x; y) &= 8(J - 2J_1) \sum_{k=1}^3 \alpha_k \left[1 - \cos \frac{k(x+y)}{2} \cos \frac{k(x-y)}{2} \right], \\
h_1(x; y; t) &= -4(J - J_1) \sum_{k=1}^3 \alpha_k \left[\cos \frac{k(x-y)}{2} - \cos \frac{k(x+y)}{2} \right] \cos \left(\frac{k(x+y)}{2} - kt \right) - \\
&\quad - 4J_1 \sum_{k=1}^3 \alpha_k \left[1 - 2 \cos \frac{k(x+y)}{2} \cos \frac{k(x-y)}{2} + \cos k(x+y) \right].
\end{aligned}$$

Доказательство проводится непосредственным переходом в (2) к преобразованию Фурье.

Из леммы 1 и предложения 2 следует, что для изучения спектра оператора H_2 в $\mathcal{H}_2$ достаточно изучить спектр оператора $\tilde{H}_2$, действующего в $L_2(T \times T)$ по формуле (3).

Одной из важнейших задач математической физики является нахождение связанных состояний оператора H_2 и значения энергии этих связанных состояний.

Следующий факт важен для последующих исследований спектра оператора $\tilde{H}_2$.

Пусть фиксирован полный квазиимпульс $x + y = \Lambda$. Обозначим через $L_2(\Gamma_\Lambda)$ пространство функций, квадратично интегрируемых по многообразию $\Gamma_\Lambda = \{(x; y) : x + y = \Lambda\}$. Заметим, что оператор $\tilde{H}_2$ и пространство $\tilde{\mathcal{H}}_2$ можно разложить [5] в прямой интеграл $\tilde{H}_2 = \int_T \oplus \tilde{H}_{2\Lambda} d\Lambda$ и $\tilde{\mathcal{H}}_2 = \int_T \oplus \tilde{\mathcal{H}}_{2\Lambda} d\Lambda$ операторов $\tilde{H}_{2\Lambda}$ и пространств $\tilde{\mathcal{H}}_{2\Lambda}$ так, что пространства $\tilde{\mathcal{H}}_{2\Lambda}$ окажутся инвариантными относительно операторов $\tilde{H}_{2\Lambda}$, а операторы $\tilde{H}_{2\Lambda}$ в пространствах $\tilde{\mathcal{H}}_{2\Lambda}$ действуют по формуле

$$(\tilde{H}_{2\Lambda} f_\Lambda)(x) = h_\Lambda(x) f_\Lambda(x) + \int_T h_{1\Lambda}(x; t) f_\Lambda(t) dt,$$

здесь

$$h_\Lambda(x) = h(x; \Lambda - x), \quad h_{1\Lambda}(x; t) = h_1(x; \Lambda - x; t), \quad f_\Lambda(x) = f(x, \Lambda - x).$$

Заметим, что непрерывный спектр оператора $\tilde{H}_{2\Lambda}$ состоит из множества значений функции $h_\Lambda(x)$.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ. Собственная функция φ_Λ оператора $\tilde{H}_{2\Lambda}$, отвечающая собственному значению z_Λ , называется связанным состоянием оператора $\tilde{H}_2$, а величина z_Λ — энергией этого связанного состояния.

4. ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

ТЕОРЕМА.

А. Пусть $\Lambda = \pi$, $J = J_1$ и $\alpha \in [0; 1]$, $\beta \in [0; 1]$. Тогда оператор $\tilde{H}_2$ имеет единственное ДСС со значениями энергии $z_1 = -8J_1(1 + \beta) - \frac{64\alpha J_1}{3}$, лежащими ниже области непрерывного спектра оператора $\tilde{H}_{2\Lambda}$.

Б. Пусть $\Lambda = \pi$, $J = 2J_1$ и $\alpha, \beta \in [0; 1]$. Тогда оператор $\tilde{H}_2$ имеет ровно три ДСС со значениями энергии, равными $z_1 = -10\alpha J_1$, $z_2 = -2J_1$, $z_3 = -2\beta J_1$ и лежащими ниже области непрерывного спектра оператора $\tilde{H}_{2\Lambda}$.

В. Пусть $\Lambda = \pi$ и $J \neq 2J_1$, $J \neq J_1$. Тогда оператор $\tilde{H}_2$ может иметь не более пяти ДСС со значениями энергии, лежащими вне области непрерывного спектра оператора $\tilde{H}_{2\Lambda}$.

5. ДОКАЗАТЕЛЬСТВО ОСНОВНЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

Рассмотрим оператор K_Λ :

$$(K_\Lambda(z) f_\Lambda)(x) = \int_T \frac{h_{1\Lambda}(x; t)}{h_\Lambda(t) - z} f_\Lambda(t) dt.$$

Он является вполне непрерывным в пространстве $\tilde{\mathcal{H}}_{2\Lambda}$ для значений z , лежащих вне множества $G_\Lambda = \text{Im } h_\Lambda(x)$. Обозначим через $\Delta_\Lambda(z)$ определитель Фредгольма оператора $E_\Lambda + K_\Lambda(z)$, где E_Λ — единичный оператор в $\mathcal{H}_{2\Lambda}$.

ЛЕММА 2. Число $z_0 \in G_\Lambda$ является собственным значением оператора $\tilde{H}_{2\Lambda}$ тогда и только тогда, когда $\Delta_\Lambda(z_0) = 0$.

Доказательство леммы см. в [1].

Будем исследовать ДСС оператора $\tilde{H}_2$ для значений полного квазиимпульса $\Lambda = \pi$. Пользуясь явными выражениями для функций $h_\Lambda(x)$ и $h_{1\Lambda}(x; t)$, нетрудно показать, что

$$\begin{aligned} \Delta_\pi(z) = & \left\{ 1 + 4\alpha(J - J_1) \int_T \frac{\cos 2s(1 - \cos 2s) ds}{h_\pi(s) - z} - 8\alpha J_1 \int_T \frac{1 - \cos 2s}{h_\pi(s) - z} ds \right\} \times \\ & \times \left\{ 1 - 4(J - J_1) \int_T \frac{\sin^2 s ds}{h_\pi(s) - z} - 4\beta(J - J_1) \int_T \frac{\sin^2 3s ds}{h_\pi(s) - z} + \right. \\ & + 16\beta(J - J_1)^2 \int_T \frac{\sin^2 s ds}{h_\pi(s) - z} \int_T \frac{\sin^2 3s ds}{h_\pi(s) - z} - \\ & \left. - 16\beta(J - J_1)^2 \left[\int_T \frac{\sin s \sin 3s ds}{h_\pi(s) - z} \right]^2 \right\}, \end{aligned} \quad (4)$$

где

$$h_\pi(s) = 8(J - 2J_1) \left[\sum_{k=1}^3 \alpha_k - \alpha \cos 2s \right].$$

ПРЕДЛОЖЕНИЕ 3.

А. Пусть $\Lambda = \pi$, $J = J_1$ и $\alpha, \beta \in [0; 1]$. Тогда функция $\Delta_\pi(z)$ обращается в нуль в единственной точке $z = -8J_1(1 + \beta) - \frac{64\alpha J_1}{3}$, лежащей ниже значений $t_\pi = \inf_x h_\pi(x)$.

Б. Пусть $\Lambda = \pi$, $J = 2J_1$ и $\alpha, \beta \in [0; 1]$. Тогда функция $\Delta_\pi(z)$ обращается в нуль в трех точках: $z_1 = -10\alpha J_1$, $z_2 = -2J_1$ и $z_3 = -2\beta J_1$, лежащих ниже значений t_π .

В. Пусть $\Lambda = \pi$, $J \neq J_1$ и $J \neq 2J_1$. Тогда функция $\Delta_\pi(z)$ может обратиться в нуль вне множества $G_\pi = [t_\pi; M_\pi]$ не более чем в пяти точках, где $M_\pi = \sup_x h_\pi(x)$.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Все интегралы, участвующие в (4), явно вычисляются в квадратурах для значений $z \in G_\pi$. Подставляя в (4) $J = J_1$ и вычисля значения интегралов в (4) левее (правее) множества G_π , получим

$$\Delta_\pi(z) = 2\sqrt{[z + 8J_1(1 + 2\alpha + \beta)][z + 8J_1(1 + \beta)]} + 8J_1(1 + \beta) + z, \quad (5)$$

$$\Delta_\pi(z) = 2\sqrt{[z + 8J_1(1 + 2\alpha + \beta)][z + 8J_1(1 + \beta)]} - 8J_1(1 + \beta) - z. \quad (6)$$

Теперь, решая уравнение $\Delta_\pi(z) = 0$, учитывая (5) и (6), получим доказательства пункта “А” предложения 3.

Если $J = 2J_1$, то $h_\pi(x) = 0$. Подставляя это в (4) вместо $h_\pi(s)$ и вычисля значения интегралов, получим

$$\Delta_\pi(z) = \left\{ 1 + \frac{10\alpha J_1}{z} \right\} \left\{ 1 + \frac{2J_1(1 + \beta)}{z} + \frac{4\beta J_1^2}{z^2} \right\}. \quad (7)$$

Из (7) видно, что в этом случае уравнение $\Delta_\pi(z) = 0$ имеет ровно три решения: $z_1 = -10\alpha J_1$, $z_2 = -2J_1$ и $z_3 = -2\beta J_1$ со значениями, меньшими G_π .

Теперь докажем пункт “В” предложения 3. В этом случае, снова вычисляя значение всех интегралов в (4) вне отрезка $[m_\pi; M_\pi]$ и приравнявая к нулю каждый сомножитель, получаем следующие эквивалентные алгебраические уравнения:

а) при $z < m_\pi$

$$\varphi_\pi(z) + \Psi_\pi(z) = 0, \quad (8)$$

$$R_\pi(z) + Q_\pi(z) = 0; \quad (9)$$

б) при $z > M_\pi$

$$\varphi_\pi(z) - \Psi_\pi(z) = 0, \quad (10)$$

$$R_\pi(z) - Q_\pi(z) = 0, \quad (11)$$

здесь

$$\begin{aligned} \varphi_\pi(z) &= 1 + \frac{(J - J_1)[8(J - 2J_1)(1 + \beta) - z]}{16\alpha(J - 2J_1)^2} - \\ &\quad - \frac{J_1}{J - 2J_1} - \frac{J_1(J - J_1)(J - 2J_1)(2\alpha - 1 - \beta)}{16\alpha(J - 2J_1)^3}; \\ \Psi_\pi(z) &= -\frac{(J - J_1)[8(J - 2J_1)(1 + \beta) - z][8(J - 2J_1)(1 + \alpha + \beta) - z]}{16\alpha(J - 2J_1)\sqrt{D}} - \\ &\quad - \frac{4(J - 2J_1)(J_1 + \beta J_1) - J_1[8(J - 2J_1)(1 + \alpha + \beta) - z]}{(J - 2J_1)\sqrt{D}} + \\ &\quad + \frac{J_1(J - J_1)(J - 2J_1)(2\alpha - 1 - \beta)[8(J - 2J_1)(1 + \alpha + \beta) - z]}{16\alpha(J - 2J_1)^3\sqrt{D}}; \\ R_\pi(z) &= \frac{\beta(J - J_1)^2[z - 8(J - 2J_1)(1 + \alpha + \beta)]}{64\alpha^2(J - 2J_1)^2\sqrt{D}} + \\ &\quad + \frac{\beta(J - J_1)^2}{8\alpha(J - 2J_1)\sqrt{D}} + \frac{\beta(J - J_1)^2[z - 8(J - 2J_1)(1 + \alpha + \beta)]^2}{512\alpha^3(J - 2J_1)^3\sqrt{D}} + \\ &\quad + \frac{\beta(J - J_1)}{2\sqrt{D}} + \frac{2(J - J_1)}{\sqrt{D}} + \frac{\beta(J - J_1)[z - 8(J - 2J_1)(1 + \alpha + \beta)]^3}{256\alpha^3(J - 2J_1)^3\sqrt{D}} - \\ &\quad - \frac{3\beta(J - J_1)[z - 8(J - 2J_1)(1 + \alpha + \beta)]}{16\alpha(J - 2J_1)\sqrt{D}} + \\ &\quad + \frac{(J - J_1)[z - 8(J - 2J_1)(1 + \alpha + \beta)]}{4\alpha\sqrt{D}}; \\ Q_\pi(z) &= \frac{\beta(J - J_1)[z - 8(J - 2J_1)(1 + \alpha + \beta)]^2}{256(J - 2J_1)^3} + \\ &\quad + \frac{\beta(J - J_1)^2}{64\alpha^3(J - 2J_1)^3} + \frac{\alpha^2\beta(J - J_1)}{16} + \frac{\alpha^2(J - J_1)}{16(J - 2J_1)} + \end{aligned}$$

$$+ \alpha^3 - \frac{\beta(J - J_1)^2 z}{512(J - 2J_1)^3} + \frac{\beta(J - J_1)^2}{64\alpha^2(J - 2J_1)^2} + \frac{\beta^2(J - J_1)^2}{64\alpha^3(J - 2J_1)^2},$$

где $D = [8(J - 2J_1)(1 + \beta) + z][8(J - 2J_1)(1 + 2\alpha + \beta) + z]$.

Ясно, что выражение D не обращается в нуль вне отрезка $[m_\pi; M_\pi]$. Поэтому вне множества G_π уравнения (8) и (10) являются эквивалентными уравнению второй степени, а уравнения (9) и (11) эквивалентны уравнению третьей степени. Отсюда следует, что уравнение $\Delta_\pi(z) = 0$ может иметь не более пяти решений вне множества G_π .

Из предложения 3 и определения связанных состояний следует доказательство теоремы.

ЗАМЕЧАНИЕ. Вообще говоря, количество ДСС зависит от значений параметров α и β . В принципе могут существовать такие множества G_k , $k = \overline{0, 5}$, со значениями параметров J , J_1 , α и β (возможно, некоторые из них могут быть пустыми), при которых существуют соответственно 0, 1, 2, 3, 4, 5 ДСС. Причем при переходе из одного состояния в другое некоторые могут исчезнуть, а появиться новые.

Список литературы

- [1] *Ташпулатов С. М.* // ДАН РУз. 1994. №1. С. 7–10.
- [2] *Ташпулатов С. М.* // ДАН РУз. 1994. №4. С. 5–8.
- [3] *Рид М., Саймон Б.* Методы современной математической физики. М.: Мир, 1977.
- [4] *Ташпулатов С. М.* // Узб. матем. ж. 1994. №1. С. 20–30.
- [5] *Наймарк М. А.* Теория представлений групп. М.: Наука, 1976.

“Кибернетика” АН РУз

Поступила в редакцию
7.III.1995 г.,
после доработки
16.XI.1995 г.

S. M. Tashpulatov

TWO-MAGNON SYSTEMS IN THE ONE-DIMENSIONAL NON-HEISENBERG FERROMAGNET WITH THE INTERACTION UP TO THREE NEIGHBOURS WITH A SPIN VALUE $s = 1$

Two-magnon systems in the one-dimensional non-Heisenberg ferromagnet with the nearest, the second nearest and the third nearest neighbours interaction with a spin value $s = 1$ are considered. It is proved that under $\Lambda = \pi$ and $J = J_1$ the system has a single two-magnon bound state, and under $\Lambda = \pi$, $J = 2J_1$ it has three such states respectively. Their energies are calculated. If $\Lambda = \pi$ and $J \neq J_1$, $J \neq 2J_1$, the system is shown to have no more than five two-magnon bound states.