Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

В. Н. Рыжов, Е. Е. Тареева, Т. И. Щелкачёва, Н. М. Щелкачёв, Переход жидкость–стекло в простой кластерной модели, *ТМФ*, 2004, том 141, номер 1, 131–140

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf117>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.162.27.143

26 апреля 2023 г., 13:26:59

© 2004 г.

В. Н. Рыжов*, Е. Е. Тареева*,
Т. И. Шелкачева*, Н. М. Шелкачев*,†

ПЕРЕХОД ЖИДКОСТЬ–СТЕКЛО В ПРОСТОЙ КЛАСТЕРНОЙ МОДЕЛИ

С помощью метода функций распределения классической статистической механики оценено ориентационное взаимодействие кластеров, состоящих из частицы и ее ближайших соседей, в простых жидкостях. Показано, что существует область плотностей и температур, в которой это взаимодействие как функция радиуса кластера меняет знак. На этом основании предложена модель взаимодействующих кубических и икосаэдрических кластеров (типа модели спинового стекла) и дано ее решение в реплико-симметричном приближении. Показано, что параметр порядка стекла растет непрерывно с понижением температуры, а температуру нарушения репличной симметрии можно отождествить с температурой перехода в состояние стекла. Показано также, что при охлаждении системы частиц с взаимодействием Ленарда–Джонса первыми замораживаются ориентации кубических кластеров. Для икосаэдрических кластеров соответствующая температура несколько ниже, так что наиболее вероятной структурой ближнего порядка в стекле Ленарда–Джонса вблизи перехода является кубическая.

Ключевые слова: ближний порядок, локальная структура жидкости, ориентационные стекла.

1. Несмотря на возрастающий интерес к физическим свойствам жидкостей и стекол (см., например, недавние обзоры [1]–[3]), природа реальных, структурных стекол до сих пор остается загадочной. Экспериментальные исследования и феноменологические теории неэргодических аморфных фаз получили существенное развитие в последнее время [1]. Однако прогресс в области микроскопических, основанных на первых принципах статистической механики, подходов к реальным стеклам происходит значительно медленнее.

Перспективным путем теоретического исследования структурных стекол нам представляется использование аналогии между фазовыми переходами в спиновых стеклах

* Институт физики высоких давлений, г. Троицк, Московская обл., Россия.
E-mail: etare@ns.hppi.troisk.ru

† Институт теоретической физики им. Л. Д. Ландау, РАН, Москва, Россия

(которые в настоящее время достаточно хорошо изучены [3], [4]) и переходом жидкость–стекло. Основанием для этого является тот факт, что структура динамических уравнений для соответствующих корреляционных функций в случае переохлажденных жидкостей и в случае p -спиновых моделей спинового стекла ($p \geq 3$) одна и та же в приближении среднего поля [3], [5], [6]. Это позволяет надеяться на то, что модели спиновых стекол могут, по крайней мере, качественно описывать свойства реальных структурных стекол. Главным препятствием на этом пути является отсутствие замороженного беспорядка в реальных стеклах (в противоположность спиновым стеклам). Поэтому на первый взгляд кажется, что спиновые стекла микроскопически имеют очень мало общего с жидкостями и совершенно не подходят для использования при описании перехода простой жидкости в стекло. Однако в настоящей работе мы предлагаем сценарий, по которому аналог замороженного беспорядка возникает в системе частиц с центральным потенциалом Ленарда–Джонса естественным образом. Это позволяет использовать методы теории спиновых стекол для описания перехода жидкость–стекло. Важную роль в нашем подходе играет представление о локальной структуре переохлажденных жидкостей и стекол, не вполне изученной даже для простейших систем. Френкелем [7] была предложена качественная картина, в которой локальная структура плотной переохлажденной жидкости в малых объемах совпадает с соответствующей кристаллической структурой. С другой стороны, как было показано Франком [8], икосаэдрический кластер из тринадцати частиц имеет значительно меньшую энергию, чем более естественные упорядоченные образования с симметрией гранецентрированного кубического (ГЦК) или гексагонального плотно упакованного (ГПУ) кристаллов. Из работы [9] по компьютерному моделированию плотной переохлажденной жидкости частиц с потенциалом Ленарда–Джонса следовало, что локальная симметрия простой жидкости определяется фрагментированными или обладающими дефектами блоками икосаэдров с симметрией пятого порядка. Однако, как было показано позже [10], в переохлажденной жидкости Ленарда–Джонса при быстром охлаждении возникают небольшие кластеры со структурой ГЦК. Возможно, что локальная структура переохлажденной жидкости Ленарда–Джонса является как раз результатом конкуренции между ГЦК и икосаэдрической локальными симметриями [11].

Представление о взаимодействующих кластерах использовалось в феноменологических теориях ориентационного упорядочения связей [12], [13] или “ориентационного плавления” [14], [15]. Микроскопический подход к описанию ориентационного упорядочения связей (или гексатической фазы в двумерном случае) был развит в работах [11], [16]–[19]. В настоящей работе мы используем этот подход для анализа межкластерного взаимодействия и построения модели для описания перехода жидкость–стекло в системе частиц с потенциалом Ленарда–Джонса и прояснения структурных свойств стекла в этой системе.

2. Нашей отправной точкой является выражение для свободной энергии системы в виде функционала от парной функции распределения $g_2(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_0)$, имеющее вид [11], [16], [19]

$$\frac{F}{k_B T} = \int d\mathbf{r} d\mathbf{r}_0 \rho g_2(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) \ln[\lambda^3 \rho g_2(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) - 1] -$$

$$\begin{aligned}
 & - \sum_n \frac{\rho^{n+1}}{(n+1)!} \int S_{n+1}(\mathbf{r}_1 \dots \mathbf{r}_{n+1}) g_2(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_0) \dots \\
 & \dots g_2(\mathbf{r}_{n+1}, \mathbf{r}_0) d\mathbf{r}_1 \dots d\mathbf{r}_{n+1} d\mathbf{r}_0 - \int \Phi(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) \rho g_2(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) d\mathbf{r} d\mathbf{r}_0. \quad (1)
 \end{aligned}$$

Здесь $S_{k+1}(\mathbf{r}_1 \dots \mathbf{r}_{k+1})$ – сумма неприводимых майеровских диаграмм порядка $k+1$, связывающих (по крайней мере дважды) $k+1$ частицу, ρ – средняя плотность, $\Phi(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)$ – межчастичный потенциал взаимодействия, $\lambda = h/(2\pi m k_B T)^{1/2}$.

В изотропной жидкости двухчастичная функция распределения $g_2(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0)$ зависит только от модуля $|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|$, $g_2(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) = g(|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|)$, где $g(r)$ – радиальная функция распределения. В анизотропном состоянии с ориентационным упорядочением связей вращательная симметрия радиальной функции нарушена,

$$g_2(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) = g(|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|) + \delta g(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0). \quad (2)$$

Функция $\delta g(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0)$ имеет симметрию локального окружения частицы в точке $\mathbf{r}_0$ и может быть приближенно записана в виде [11], [16]

$$\delta g(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) = f(\Omega) \delta(r_s - |\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|). \quad (3)$$

Здесь Ω определяет направление вектора $\mathbf{r} - \mathbf{r}_0$, а величина $2r_s$ характеризует линейный размер кластера и может быть выбрана равной среднему диаметру первой координационной сферы. Функция $f(\Omega)$ определяет вероятность ориентации кластера и может быть разложена в ряд по сферическим гармоникам,

$$f(r, \Omega) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l f_{lm}(r) Y_{lm}(\Omega). \quad (4)$$

В разложении (4) следует удерживать лишь члены с локальной симметрией кластера. Коэффициенты f_{lm} являются параметрами порядка при фазовом переходе в анизотропную фазу.

Для того чтобы оценить ориентационное взаимодействие между кластерами, запишем разложение свободной энергии (1) с точностью до членов второго порядка по $\delta g(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0)$. Опуская не зависящие от Ω члены, получим

$$\frac{\Delta F}{k_B T} = -\frac{1}{2} \int \Gamma(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_0, \mathbf{r}_2) \delta g(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_0) \delta g(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_0) d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2, \quad (5)$$

где [11], [16]

$$\begin{aligned}
 \Gamma(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_1^0, \mathbf{r}_2) &= \sum_{k \geq 1} \frac{\rho^k}{(k-1)!} \int S_{k+1}(\mathbf{r}_1 \dots \mathbf{r}_{k+1}) \times \\
 &\quad \times g(|\mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_1^0|) \dots g(|\mathbf{r}_{k+1} - \mathbf{r}_1^0|) d\mathbf{r}_3 \dots d\mathbf{r}_{k+1} = \\
 &= \sum_{l=0}^{\infty} \frac{4\pi}{2l+1} \Gamma_l(r, r') \sum_{l=-m}^l Y_{lm}(\Omega_1) Y_{lm}^*(\Omega_2). \quad (6)
 \end{aligned}$$

Пространственные углы Ω_1 и Ω_2 определяют направления векторов $\mathbf{r} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_1^0$ и $\mathbf{r}' = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1^0$.

Подставляя выражения (3) и (6) в (5), получим

$$\begin{aligned} \frac{\Delta F(r_s)}{k_B T} &= -\frac{1}{2} \sum_{l=0}^{\infty} \frac{4\pi}{2l+1} \Gamma_l(r_s, r_s) \times \\ &\quad \times \int \sum_{l=-m}^l Y_{lm}(\Omega_1) Y_{lm}^*(\Omega_2) f(\Omega_1) f(\Omega_2) r_s^4 d\Omega_1 d\Omega_2 = \\ &= -\frac{1}{2} \sum_{l=0}^{\infty} J_l(r_s) \sum_{l=-m}^l |f_{lm}|^2, \end{aligned} \quad (7)$$

где

$$J_l(r_s) = \frac{4\pi}{2l+1} r_s^4 \Gamma_l(r_s, r_s).$$

3. Величину $\Delta F(r_s)$ можно интерпретировать как энергию ориентационного взаимодействия системы кластеров радиуса r_s в приближении среднего поля. Чтобы получить полную энергию системы, следует проинтегрировать выражение (7), учитывая весовой множитель, соответствующий вероятности найти кластер радиуса r_s . Эта вероятность дается функцией $r^2 g(r)$ в области первого максимума.

Как было показано в работе [11], хорошие результаты дает следующее простое приближение функции $\Gamma(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_1^0, \mathbf{r}_2)$ для системы частиц с потенциалом Ленарда-Джонса $\Phi_{LJ}(r)$:

$$\Gamma(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_1^0, \mathbf{r}_2) = \rho \left(e^{-\frac{\Phi_{LJ}(|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|)}{k_B T}} - 1 \right). \quad (8)$$

Используя это приближение, можно оценить поведение функции $J_l(r_s)$. На рис. 1 приведены результаты расчетов для функции $J_l(r_s)$ при $l = 4$ и $l = 6$, а также представлено поведение $r_s^2 g(r_s)$ в окрестности первого пика для значений безразмерных температуры и плотности $T = 1.0$, $\rho = 1.2$. Как видно из рисунка, функция $J_l(r_s)$ меняет знак. Сопоставляя выражение (7) и кривые на рис. 1, нетрудно сделать вывод о том, что в результате вариаций размеров кластеров, возникающих из-за флуктуаций локальной плотности, в системе кластеров появляется фрустрация. Это позволяет исследовать далее фрустрированную систему кластеров по аналогии со спиновыми, или, точнее говоря, с ориентационными стеклами.

Для того чтобы исследовать переход в состояние стекла во фрустрированной системе взаимодействующих кластеров, введем простой модельный гамильтониан на решетке с узлами i, j ,

$$H = -\frac{1}{2} \sum_{i \neq j} \sum_{l=0}^{\infty} J_l^{ij} \sum_{m=-l}^l U_{lm}(\Omega_i) U_{lm}^*(\Omega_j). \quad (9)$$

В качестве функций $U_{lm}(\Omega_i)$ взяты кристаллические гармоники для точечных групп, соответствующих симметрии кластеров. Если термодинамические средние от $U_{lm}(\Omega_i)$ обозначить через f_{lm} , то энергия, вычисленная в приближении среднего поля для гамильтониана (9), совпадет с энергией межкластерного взаимодействия (7) при подходящем выборе коэффициентов J_l^{ij} .

Рис. 1

В данной статье, имея целью получение качественных результатов, мы не будем учитывать зависимость коэффициентов J_l^{ij} от температуры, а также ограничимся “минимальной моделью”, т.е. оставим в гамильтониане (9) только те члены, которые соответствуют единичному представлению. Это упрощение аналогично рассмотрению модели Изинга вместо модели Гейзенберга. Кроме того, мы будем рассматривать лишь члены с $l = 4$ и $l = 6$, соответствующие кубической и икосаэдрической симметрии.

Гамильтониан минимальной модели имеет вид

$$H = -\frac{1}{2} \sum_{i \neq j} J_{ij} \hat{U}_i \hat{U}_j. \quad (10)$$

Функции $\hat{U} \equiv U(\varphi, \theta)$ являются линейными комбинациями сферических гармоник [20]. Мы рассмотрим отдельно симметрии “простого” куба ($l = 4, m = 0, \pm 4$), куба ($l = 6, m = 0, \pm 4$) и икосаэдра ($l = 6, m = 0, \pm 5$). Соответственно (см. [13], [21]) будем иметь в этих случаях

$$\begin{aligned} \hat{U} &\equiv U_{\text{sc}}(\varphi, \theta) = \sqrt{\frac{7}{12}} \left\{ Y_{40}(\varphi, \theta) + \sqrt{\frac{5}{14}} [Y_{44}(\varphi, \theta) + Y_{44}(-\varphi, \theta)] \right\}, \\ \hat{U} &\equiv U_{\text{c}}(\varphi, \theta) = \frac{\sqrt{2}}{4} \left\{ Y_{60}(\varphi, \theta) + \sqrt{\frac{7}{2}} [Y_{64}(\varphi, \theta) + Y_{64}(-\varphi, \theta)] \right\}, \\ \hat{U} &\equiv U_{\text{i}}(\varphi, \theta) = \frac{5}{\sqrt{11}} \left\{ Y_{60}(\varphi, \theta) + \sqrt{\frac{7}{11}} [Y_{65}(\varphi, \theta) + Y_{65}(-\varphi, \theta)] \right\}. \end{aligned}$$

Взаимодействие J_{ij} будем считать таким, чтобы было справедливо приближение среднего поля. Заметим, что для минимальной модели без беспорядка имеет место переход первого рода в состояние с ориентационным упорядочением связей, так как интегралы по углам от кубов U_{sc}^3 , U_c^3 и U_i^3 отличны от нуля (см., например, [22]). Из рис. 1 ясно, что в качестве простейшего приближения можно выбрать гауссово распределение для J_{ij} ,

$$P(J_{ij}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi J}} \exp \left[-\frac{(J_{ij} - J_0)^2}{2J^2} \right], \quad (11)$$

где будем считать, что $J = \tilde{J}/\sqrt{N}$, $J_0 = \tilde{J}_0/N$.

4. Действуя стандартным образом, как и в теории спиновых стекол, и применяя метод реплик [23] для усреднения по беспорядку (см. также [22]), получим свободную энергию в виде

$$\begin{aligned} \frac{\langle F \rangle_J}{Nk_B T} = & - \lim_{n \rightarrow 0} \frac{1}{n} \max \left\{ - \sum_{\alpha} \frac{(x^{\alpha})^2}{2} - \sum_{\alpha} \frac{(w^{\alpha})^2}{2} - \sum_{\alpha > \beta} \frac{(y^{\alpha\beta})^2}{2} + \right. \\ & \left. + \ln \text{Tr}_{\{U^{\alpha}\}} \exp \left[\sum_{\alpha} x^{\alpha} \sqrt{\frac{\tilde{J}_0}{kT}} U^{\alpha} + \sum_{\alpha} w^{\alpha} \frac{1}{\sqrt{2}} t (U^{\alpha})^2 + \sum_{\alpha > \beta} y^{\alpha\beta} t U^{\alpha} U^{\beta} \right] \right\}. \quad (12) \end{aligned}$$

Параметрами порядка являются: регулярный параметр порядка (аналог магнитного момента в спиновых системах)

$$m^{\alpha} = (x^{\alpha})^{\text{extr}} \left(\sqrt{\frac{\tilde{J}_0}{kT}} \right)^{-1} = \langle U^{\alpha} \rangle_{\text{eff}},$$

параметр порядка стекла Эдвардса–Андерсона

$$q^{\alpha\beta} = (y^{\alpha\beta})^{\text{extr}} t^{-1} = \langle U^{\alpha} U^{\beta} \rangle_{\text{eff}}$$

и дополнительный (вообще говоря, не независимый) параметр порядка

$$p^{\alpha} = (w^{\alpha})^{\text{extr}} \sqrt{2} t^{-1} = \langle (U^{\alpha})^2 \rangle_{\text{eff}},$$

где $t = \tilde{J}/k_B T$. Эти определения следуют из уравнений для седловой точки. Усреднение проводится с эффективным гамильтонианом

$$\mathcal{H}_{\text{eff}} = - \sum_{\alpha} \frac{\tilde{J}_0}{kT} m^{\alpha} U^{\alpha} - \sum_{\alpha} \frac{t^2}{2} p^{\alpha} (U^{\alpha})^2 - \sum_{\alpha > \beta} t^2 q^{\alpha\beta} U^{\alpha} U^{\beta}$$

и включает в себя на самом деле как термодинамическое среднее, так и усреднение по беспорядку.

В реплико-симметричном приближении получаем для свободной энергии (см. [22], [24])

$$F = -Nk_B T \left[- \left(\frac{\tilde{J}_0}{k_B T} \right) \frac{m^2}{2} + t^2 \frac{q^2}{4} - t^2 \frac{p^2}{4} + \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dz}{\sqrt{2\pi}} e^{-z^2/2} \ln \text{Tr} e^{\hat{\theta}} \right]. \quad (13)$$

Здесь $t = \tilde{J}/k_B T$ и

$$\hat{\theta} = \left[zt\sqrt{q} + m \left(\frac{\tilde{J}_0}{k_B T} \right) \right] \hat{U} + t^2 \frac{p-q}{2} \hat{U}^2.$$

След имеет в нашем случае следующий смысл:

$$\text{Tr}(\dots) \equiv \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\pi d\cos\theta (\dots).$$

В реплико-симметричном приближении из условий экстремума свободной энергии (13) получим уравнения для параметров порядка

$$m = \overline{\langle \hat{U} \rangle}, \quad p = \overline{\langle \hat{U}^2 \rangle}, \quad q = \overline{\langle \hat{U}^3 \rangle}, \quad (14)$$

где

$$\langle \dots \rangle = \frac{\text{Tr}(\dots e^{\hat{\theta}})}{\text{Tr} e^{\hat{\theta}}}, \quad \overline{(\dots)} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dz}{\sqrt{2\pi}} e^{-z^2/2} (\dots).$$

Решение этих уравнений дает температурную зависимость параметров порядка в реплико-симметричном случае, которая представлена на рис. 2.

На этом рисунке показаны параметры порядка m и $q^{1/2}$ как функции $T/\tilde{J}$, $\tilde{J}_0 = 0$. Пунктирная вертикальная прямая указывает температуру $T_A - T$, разделяющую стабильную и нестабильную области в реплико-симметричной теории: при этой температуре происходит переход жидкость–стекло. “Простому” кубу соответствует $l = 4$, $m = 0, \pm 4$, кубу $l = 6$, $m = 0, \pm 4$ и икосаэдру $l = 6$, $m = 0, \pm 5$. Параметры q и m плавно растут с понижением температуры. Подобное поведение имеет место в квадрупольном стекле в молекулярном водороде [22], [24], [25]. Не вполне понятно на сегодняшний день, однако, является ли появление регулярного ориентационного упорядочения связей артефактом, обусловленным приближенным характером модели, или свойством, действительно присущим системам частиц с потенциалом Ленарда–Джонса.

Температуру перехода жидкость–стекло можно определить как температуру, при которой происходит нарушение репличной симметрии. Реплико-симметричное решение остается устойчивым, пока положительна энергия репличной моды λ_{repl} [22], [26]. В нашей модели

$$\lambda_{\text{repl}} = 1 - t^2 (\overline{\langle \hat{U}^2 \rangle} - \langle \hat{U} \rangle^2)^2. \quad (15)$$

Температура $T_A - T$, соответствующая $\lambda_{\text{repl}} = 0$, может быть поставлена в соответствие переходу жидкость–стекло. На рис. 3 представлена зависимость $T_A - T$ от $\tilde{J}_0/\tilde{J}$ для $l = 6$. Из этого рисунка можно заключить, что вблизи перехода в стекло сначала появляется локальная кубическая симметрия. Если учесть еще и члены с $l = 4$, то получается, что именно кубическая локальная симметрия наиболее вероятна для стекол в системе Ленарда–Джонса. Этот вывод находится в согласии с результатом работы [11], где было показано, что корреляционная длина для кубического ориентационного порядка связей превосходит соответствующую длину для икосаэдрического порядка.

Мы также нашли численно так называемую динамическую температуру перехода T_D (для случая $\tilde{J}_0 = 0$), при которой нарушается условие маргинальной стабильности [3], [6] решения, соответствующего первому этапу нарушения репличной симметрии.

Рис. 2

Оказалось, что в пределах точности вычислений температуры T_D и $T_A = T$ в нашем случае совпадают.

5. Используя подход, примененный ранее для описания ориентационного упорядочения связей в простых жидкостях [11], в настоящей работе мы провели оценку ориентационного взаимодействия между кластерами, представляющими частицу и ее ближайших

Рис. 3

соседей. Мы показали, что существует область плотностей и температур, где это взаимодействие как функция от радиуса кластера меняет знак. Вероятности значений радиусов кластеров определяются радиальной функцией распределения жидкости вблизи ее первого пика. В силу этого оказалось возможным ввести модель взаимодействующих кластеров типа модели спинового стекла. Модель взаимодействующих кубических и икосаэдрических кластеров была решена в реплико-симметричном приближении среднего поля. Из-за отсутствия отражательной симметрии параметр порядка стекла в этом приближении нарастает плавно с понижением температуры. Переход жидкость–стекло мы отождествили с нарушением устойчивости реплико-симметричного решения. Мы показали, что при охлаждении системы частиц с потенциалом Ленарда–Джонса первой замерзает система кубических кластеров. Температура перехода для икосаэдрических кластеров примерно на десять процентов ниже. Таким образом, наиболее вероятной структурой ближайшего окружения в стекле Ленарда–Джонса является кубическая.

Благодарности. Авторы благодарят В. В. Бражкина за полезные обсуждения. Работа выполнена при частичной поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (гранты № 02-02-16622 (ВНР, НМШ и ТИШ), № 02-02-16621 (ЕЕТ) и № 03-02-16677 (НМШ)).

Список литературы

- [1] V. V. Brazhkin, S. V. Buldyrev, V. N. Ryzhov, H. E. Stanley (eds.). New Kinds of Phase Transitions: Transformations in Disordered Substances. Proc. NATO Advanced Research Workshop. Dordrecht: Kluwer, 2002.

- [2] *G. Parisi*. Glasses, replicas and all that. cond-mat/0301157.
- [3] *L. F. Cugliandolo*. Dynamics of glassy systems. cond-mat/0210312.
- [4] *M. Mezard, G. Parisi, M. A. Virasoro*. Spin Glass Theory and Beyond. Singapore: World Scientific, 1987.
- [5] *T. R. Kirkpatrick, P. G. Wolynes*. Phys. Rev. B. 1987. V. 36. P. 8552.
- [6] *T. R. Kirkpatrick, D. Thirumalai*. Phys. Rev. B. 1988. V. 37. P. 5342.
- [7] *Я. И. Френкель*. Кинетическая теория жидкостей. М.: Наука, 1975.
- [8] *F. C. Frank*. Proc. R. Soc. A. 1952. V. 215. P. 43.
- [9] *P. J. Steinhardt, D. R. Nelson, M. Ronchetti*. Phys. Rev. B. 1983. V. 28. P. 784.
- [10] *A. C. Mitus, F. Smolei, H. Hahn, A. Z. Patashinski*. Europhys. Lett. 1995. V. 32. P. 777.
- [11] *V. N. Ryzhov*. J. Phys.: Condens. Matter. 1990. V. 2. P. 5855; *В. Н. Рыжов*. ТМФ. 1989. Т. 80. С. 107.
- [12] *D. R. Nelson, J. Toner*. Phys. Rev. B. 1981. V. 24. P. 363.
- [13] *A. D. J. Haymet*. Phys. Rev. B. 1993. V. 27. P. 1725.
- [14] *A. С. Мутус, А. З. Паташинский*. ЖЭТФ. 1981. Т. 80. С. 1554.
- [15] *A. Z. Patashinski, M. A. Ratner*. J. Chem. Phys. 1997. V. 106. P. 7249.
- [16] *V. N. Ryzhov, E. E. Tareeva*. J. Phys. C. 1988. V. 21. P. 819.
- [17] *V. N. Ryzhov, E. E. Tareeva*. Phys. Rev. B. 1995. V. 51. P. 8789; *В. Н. Рыжов, Е. Е. Тареева*. ЖЭТФ. 1995. Т. 108. С. 2044.
- [18] *V. N. Ryzhov, E. E. Tareeva*. Physica A. 2002. V. 314. P. 396.
- [19] *В. Н. Рыжов, Е. Е. Тареева*. ТМФ. 1987. Т. 73. С. 463; 1992. Т. 92. С. 331.
- [20] *Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц*. Квантовая механика. М.: Наука, 1989.
- [21] *C. J. Bradley, A. P. Cracknell*. The Mathematical Theory of Symmetry in Solids. Oxford: Clarendon Press, 1972.
- [22] *N. V. Gribova, V. N. Ryzhov, T. I. Schelkacheva, E. E. Tareeva*. Phys. Lett. A. 2003. V. 315. P. 467.
- [23] *D. Sherrington, S. Kirkpatrick*. Phys. Rev. Lett. 1975. V. 32. P. 1972; *S. Kirkpatrick, D. Sherrington*. Phys. Rev. B. 1978. V. 17. P. 4384.
- [24] *Т. И. Щелкачева*. Письма в ЖЭТФ. 2002. Т. 76. С. 434.
- [25] *E. A. Lutchinskaya, V. N. Ryzhov, E. E. Tareeva*. J. Phys. C. 1984. V. 17. P. L665; *Е. А. Лутчинская, В. Н. Рыжов, Е. Е. Тареева*. ТМФ. 1986. Т. 67. С. 463.
- [26] *J. R. L. Almeida, D. J. Thouless*. J. Phys. A. 1978. V. 11. P. 983.

Поступила в редакцию 12.I.2004 г.,
после доработки 30.I.2004 г.