Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

А. А. Андрианов, В. А. Андрианов, В. Л. Юдичев, Фермионные модели с квази-локальным взаимодействием в окрестности олигкритической точки, *ТМФ*, 1996, том 108, номер 2, 276–293

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf1190>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.197.130.99

26 апреля 2023 г., 16:30:50

А. А. Андрианов, В. А. Андрианов, В. Л. Юдичев
**ФЕРМИОННЫЕ МОДЕЛИ С КВАЗИЛОКАЛЬНЫМ
ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ В ОКРЕСТНОСТИ
ПОЛИКРИТИЧЕСКОЙ ТОЧКИ**

Фермионные модели с самодействием, включающим производные полей, исследованы в режиме сильной связи, когда несколько констант взаимодействия принимают критические значения. В двухканальной модели в окрестности трикритической точки установлено существование трех фаз с разной корреляционной длиной в скалярном канале. Во всех областях фазовой диаграммы получен спектр масс составных скалярных и псевдоскалярных бозонов в приближении больших логарифмов. Обнаружена фаза с динамическим нарушением P -четности.

Виктору Николаевичу Попову посвящается

1. ВВЕДЕНИЕ

Необходимость построения эффективных лагранжианов для описания физических явлений в области мягких импульсов и низких энергий появляется в различных областях физики. Значительный вклад в разработку техники построения низкоэнергетического действия внес Виктор Николаевич Попов, чьи работы по методу разделения переменных функционального интегрирования (полей) на жесткие и мягкие составляющие [1] оказали на нас существенное влияние и стимулировали наш интерес к (неперенормируемым) фермионным моделям, в которых кроме стандартного локального 4-фермионного взаимодействия присутствуют квазилокальные вершины с производными от полей. В этих моделях квазилокальное взаимодействие приближенно описывает более сложное микроскопическое взаимодействие и фермионные поля рассматриваются в области низких энергий в соответствии с идеологией низкоэнергетического эффективного действия [2].

Концепция низкоэнергетического эффективного действия допускает применение адиабатического (квазилокального) разложения в вершинах взаимодействия фермионов по обратным степеням характерного масштаба области низких энергий Λ . Вследствие этого можно ожидать появления в низкоэнергетическом эффективном действии вершин с любым числом фермионных полей и их производных. Однако в приложениях, как правило, используются локальные 4-фермионные взаимодействия [3], хотя и существуют некоторые попытки включения производных фермионных полей в вершины взаимодействия [4]. Основным мотивом для локального приближения являются канонические размерные соображения для констант связи в вершинах взаимодействия. А именно, вершины более высокой размерности (например, с производными) содержат дополнительные

обратные степени масштаба Λ , который по предположению существенно больше характерных импульсов. Поэтому соответствующие вершины можно считать несущественными (более точный анализ методом ренормгруппы подтверждает данную классификацию).

Как было обнаружено в [5], ситуация радикальным образом меняется в режиме сильной связи, когда возникает явление многокомпонентного (поликритического) динамического нарушения киральной симметрии (ДНКС), в результате которого формируется эффективная масса фермионов и образуется несколько бозонных состояний с одинаковыми квантовыми числами.

Такие эффективные фермионные модели с квазилокальным взаимодействием могут служить для интерполяции более сложных калибровочных теорий типа КХД в области адронизации кварков. Они обладают [5] достаточным запасом феноменологических констант связи для описания бесконечного спектра резонансов в пределе больших N_c (числа цветов), который ожидается в силу конфайнмента. Эти модели могут найти применение для описания свойств адронов с массами порядка нескольких ГэВ [6] (основных состояний адронов и их радиальных возбуждений на языке потенциальных кварковых моделей), подобно тому как модели с локальным 4-фермионным взаимодействием используются для оценки физических характеристик легких адронов [3, 4, 7, 8].

В последнее время модели с многофермионным взаимодействием находят применение при построении минимальных расширений Стандартной Модели [9, 10], где имеются несколько составных частиц Хиггса. Предложенный нами подход открывает новые возможности для модификации этих моделей, в которых имеются несколько параметров порядка и более богатый спектр скалярных частиц.

Данная работа посвящена исследованию спектра масс составных адронов в скалярном и псевдоскалярном каналах, возникающих в результате ДНКС. В разделе 2 дана общая формулировка модели с квазилокальным взаимодействием типа Намбу–Йона–Лазинио (НЙЛ), определены критические значения констант связи и получены уравнения на вакуумные средние от коллективных переменных, описывающих скалярные и псевдоскалярные каналы. В разделе 3 более подробно изучается двухканальная модель в окрестности трикритической точки [11]. Для этой модели установлено существование трех фаз – одной симметричной и двух фаз с нарушенной киральной симметрией, но с разной корреляционной длиной в скалярном канале. В приближении больших логарифмов найдены все вещественные и комплексные решения на массовую щель как в основных фазах, так и по особым (сингулярным) направлениям. В разделе 4 исследована вторая вариация эффективного потенциала в скалярных и псевдоскалярных переменных в окрестности решений уравнений на массовую щель и вычислен спектр масс составных бозонов в различных областях фазовой диаграммы. Установлено существование специальной фазы с динамическим нарушением Р-четности. В заключении обсуждается универсальность полученных результатов и возможные обобщения предложенной модели.

2. ФОРМУЛИРОВКА КВАЗИЛОКАЛЬНОЙ МОДЕЛИ ТИПА НАМБУ–ЙОНА–ЛАЗИНИО

Мы рассматриваем класс эффективных фермионных моделей с импульсным обрезанием Λ , в которых взаимодействие содержит производные. Появление такого рода вза-

имодействия может быть обусловлено определенными физическими условиями, когда некоторое микроскопическое взаимодействие изучается на больших расстояниях, $r \gg 1/\Lambda$, либо исследуются коллективные возбуждения в инфракрасной области импульсов, $p \ll \Lambda$.

Нас интересует физическая ситуация, в которой константы взаимодействия в нескольких вершинах с производными достаточно сильны (поликритический режим сильной связи), чтобы вызвать ДНКС в результате перестройки вакуума. В данной работе ограничимся изучением синглетного взаимодействия фермионов, обладающих внутренними степенями свободы: цветными, $N_c \gg 1$, и флейворными, $N_f = 1$.

Минимальная модель, которая допускает поликритический режим, определяется плотностью лагранжиана

$$\mathcal{L}(x) = \mathcal{L}_0(x) + \mathcal{L}_{\text{int}}(x), \quad (1)$$

где кинетический член дается выражением

$$\mathcal{L}_0(x) = i \sum_{m=1}^{N_c} \bar{\psi}_m \partial_\mu \gamma^\mu \psi_m \equiv i \bar{\psi} \hat{\partial} \psi \quad (2)$$

(здесь и в дальнейшем суммирование по цветным индексам мы опускаем).

Плотность лагранжиана взаимодействия $\mathcal{L}_{\text{int}}(x)$ имеет вид

$$\mathcal{L}_{\text{int}}(x) = \frac{8\pi^2}{N_c \Lambda^2} \sum_{i,j=1}^l a_{ij} \bar{\psi}_L \varphi_i \left(-\frac{\partial^2}{\Lambda^2} \right) \psi_R \bar{\psi}_R \varphi_j \left(-\frac{\partial^2}{\Lambda^2} \right) \psi_L, \quad (3)$$

здесь $\psi_{L(R)} \equiv 1/2(1 \pm \gamma_5)\psi$ — левые и правые компоненты дираковских спиноров; a_{ij} — симметричная невырожденная матрица констант связи, а $\varphi_i(\tau)$, $\tau \rightarrow -\partial^2/\Lambda^2$, представляют собой формфакторы, задающие квазилокальное взаимодействие. Мы принимаем следующий порядок действия производных, обеспечивающий эрмитовость фермионных токов:

$$\bar{\psi} \frac{\partial^2}{\Lambda^2} \psi = \frac{1}{4} \bar{\psi} \left(\frac{\vec{\partial} - \overleftarrow{\partial}}{\Lambda} \right)^2 \psi. \quad (4)$$

Кроме того, регуляризуем вершины взаимодействия, вводя обрезание по импульсу,

$$\bar{\psi} \psi \longrightarrow \bar{\psi} \theta(\Lambda^2 + \partial^2) \psi, \quad (5)$$

и выбираем формфакторы φ так, чтобы

$$\int_0^1 d\tau \varphi_i(\tau) \varphi_j(\tau) = \delta_{ij}. \quad (6)$$

Дальнейший анализ проведем в приближении среднего поля ($N_c \gg 1$), для этого удобно перейти к вспомогательным полям $\chi_j = \sigma_j + i\pi_j$, используя преобразование Хаббарда–Стратоновича:

$$\mathcal{L}_{\text{int}}(\chi(x)) \equiv \mathcal{L}_\chi(x) = i\sigma_j \bar{\psi} \varphi_j \psi - \pi_j \bar{\psi} \varphi_j \gamma_5 \psi + \frac{N_c \Lambda^2}{8\pi^2} \chi_i^* a_{ij}^{-1} \chi_j. \quad (7)$$

Вследствие невырожденности матрицы a_{ij} мы приходим к модели с l скалярными и псевдоскалярными каналами. В терминах коллективных переменных эффективное действие получается усреднением по фермионным полям:

$$\exp(-S_{\text{eff}}(\chi)) = \left\langle \exp \left(- \int d^4x \mathcal{L}_\chi(x) \right) \right\rangle_{\psi, \bar{\psi}} \quad (8)$$

(в евклидовом пространстве-времени).

Эффективный потенциал является функционалом от динамической переменной $M(\tau) \equiv \chi_j \varphi_j(\tau)$ и пропорционален N_c . Таким образом, приближение больших N_c строится по методу стационарной фазы, в частности, среднее значение вспомогательных полей (коллективных переменных $\chi \sim \bar{\psi}_L \psi_R$) находится из уравнений стационарности

$$\frac{\delta V_{\text{eff}}}{\delta \chi_j^*} = 0. \quad (9)$$

Нулевые решения (9) соответствуют существованию симметричной фазы. Ненулевые решения уравнения (9) приводят к образованию динамической массы фермиона $\langle M \rangle_\chi \neq 0$ и тем самым к нарушению киральной симметрии. Мы будем изучать область сильных констант связи, в которой динамическая масса $M \ll \Lambda$, т.е. окрестность критических констант связи (поликритической точки). В этой области основной вклад в эффективный потенциал дают первые члены разложения по $1/\Lambda^2$:

$$V_{\text{eff}}(\chi; M) = \frac{N_c}{8\pi^2} \left[\Lambda^2 \chi_i^* (a_{ij}^{-1} - \delta_{ij}) \chi_j + \frac{1}{2} |M_0|^4 \left(\ln \frac{\Lambda^2}{|M_0|^2} + \frac{1}{2} \right) + \frac{1}{2} \int_0^1 \frac{d\tau}{\tau} (|M(\tau)|^4 - |M_0|^4) + O\left(\frac{1}{\Lambda^2}\right) \right], \quad (10)$$

где $M(0) \equiv M_0$, а $a_{ij}^c = \delta_{ij}$, критические значения констант связи определяются из условия сокращения квадратичных расходимостей. В данной работе мы изучаем критический режим по всем l каналам. Окрестность этой поликритической точки описывается следующей параметризацией:

$$a_{ij} \sim \delta_{ij} + \frac{\Delta_{ij}}{\Lambda^2}, \quad |\Delta_{ij}| \ll \Lambda^2. \quad (11)$$

В этом приближении уравнения стационарности (9) имеют вид

$$\Delta_{ij} \chi_j = \varphi_i(0) |M_0|^2 M_0 \ln \frac{\Lambda^2}{M_0^2} + \int_0^1 \frac{d\tau}{\tau} (|M(\tau)|^2 M \varphi_i(\tau) - |M_0|^2 M_0 \varphi_i(0)). \quad (12)$$

В общем случае имеются несколько экстремумов в окрестности поликритической точки, лишь один из которых соответствует абсолютному минимуму эффективного потенциала. В следующем разделе мы исследуем эту модель типа Намбу–Йона–Лазинио для случая трикритической точки.

3. ДИНАМИЧЕСКОЕ НАРУШЕНИЕ КИРАЛЬНОЙ СИММЕТРИИ В ОКРЕСТНОСТИ ТРИКРИТИЧЕСКОЙ ТОЧКИ

Обобщенная модель типа НЙЛ, которая обладает трикритической точкой, порождается двухканальным взаимодействием (3), когда в формулах (3)–(12) мы полагаем $i, j = 1, 2$. Ограничимся взаимодействием с минимальным числом производных и выберем вершинные функции в виде $\varphi_1 = 1$, $\varphi_2 = \sqrt{3}(1 - 2\tau)$; соответственно динамическая массовая функция $M(\tau) = \bar{\chi}_1 + \bar{\chi}_2\sqrt{3}(1 - 2\tau)$. Поскольку коллективные переменные $\bar{\chi}_i$ являются комплексными функциями, то и динамическая масса $M(\tau) = \bar{\chi}_i\varphi_i(\tau)$ тоже является комплексной. Однако при помощи глобального кирального поворота $M(\tau) \rightarrow M(\tau)e^{i\omega}$, $\omega = \text{const}$, можно обеспечить выполнение условия $\text{Im}\langle M_0 \rangle_\chi = 0$. В этом случае справедлива следующая параметризация решений уравнений стационарности:

$$\bar{\chi}_1 = \chi_1 + i\rho, \quad \bar{\chi}_2 = \chi_2 - i\frac{\rho}{\sqrt{3}}, \quad \chi_i \equiv \text{Re}\bar{\chi}_i. \quad (13)$$

Линейно независимые уравнения стационарности (уравнения на массовую щель) имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \Delta_{11}\chi_1 + \Delta_{12}\chi_2 &= M_0^3 \ln \frac{\Lambda^2}{M_0^2} - 6\sqrt{3}\chi_1^2\chi_2 - 18\chi_1\chi_2^2 - \\ &\quad - 8\sqrt{3}\chi_2^3 + 2\rho^2 \left(\chi_1 - \frac{1}{\sqrt{3}}\chi_2 \right), \\ \Delta_{21}\chi_1 + \Delta_{22}\chi_2 &= \sqrt{3}M_0^3 \ln \frac{\Lambda^2}{M_0^2} - 2\sqrt{3}\chi_1^3 - 18\chi_1^2\chi_2 - \\ &\quad - 24\sqrt{3}\chi_1\chi_2^2 - 24\chi_2^3 + 2\rho^2 \left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\chi_1 + \chi_2 \right), \\ \rho(\sqrt{3}\Delta_{11} - \Delta_{12}) &= 2\rho\sqrt{3} \left(\chi_1^2 + \chi_2^2 + \frac{4}{3}\rho^2 \right). \end{aligned} \quad (14)$$

Критические значения констант связи соответствуют сокращению квадратичных по импульсу обрезания Λ вкладов, т.е. $a_{ij} = \delta_{ij}$ (см. (11)). Из (14) возникает комбинация, не содержащая главных логарифмов. Если ввести обозначения

$$d_1 = \sqrt{3}\Delta_{11} - \Delta_{12}, \quad d_2 = -\sqrt{3}\Delta_{21} + \Delta_{22}, \quad (15)$$

то имеем

$$d_1\chi_1 - d_2\chi_2 = 2\sqrt{3}\chi_1(\chi_1^2 + 3\chi_2^2) + 2\rho^2 \left(\frac{4}{\sqrt{3}}\chi_1 - 2\chi_2 \right). \quad (16)$$

В критической точке существуют тривиальные решения, когда $\chi_1 = 0$, $\chi_2 = 0$, которые доставляют истинный минимум потенциала. Кроме того, из системы уравнений (14) можно видеть, что существует решение $\chi_1 = 0$, $3\chi_2^2 = M_0^2 \approx \Lambda^2 \exp(-8/3)$, в окрестности которого потенциал имеет седловую точку и его значение положительно. Тем самым в окрестности трикритической точки, когда $|\Delta_{ij}| \ll \Lambda^2$, реализуются

условия, характерные для фазового перехода второго рода, а именно, в надкритической области возникают ненулевые решения $\langle \chi_j \rangle \ll \Lambda$, которые доставляют минимум эффективного потенциала.

Анализ уравнений (14), (16) в окрестности трикритической точки, когда $|\Delta_{ij}| \sim \mu^2 \ll \Lambda^2$, в приближении больших логарифмов $\left(\ln \frac{\Lambda^2}{\mu^2} \gg \ln \ln \frac{\Lambda^2}{\mu^2}\right)$ приводит к различным классам решений в зависимости от направлений, по которым происходят отклонения от трикритической точки, и значений параметра ρ . Ниже мы приводим решения для случая $\rho = 0$ и $\rho \neq 0$.

Вещественные решения ($\rho = 0$) принадлежат следующим классам:

А. Решения типа Гросса–Неве χ_i^{GN} :

$$\chi_2 = \frac{d_1}{d_2} \chi_1 \left[1 + O\left(\frac{1}{\ln \frac{\Lambda^2}{\mu^2}}\right) \right], \quad \chi_1^2 = \frac{d_2^2 \det \Delta}{(\sqrt{3}d_1 + d_2)^3 \ln \frac{\Lambda^2}{\mu^2}} \left[1 + O\left(\frac{1}{\ln \frac{\Lambda^2}{\mu^2}}\right) \right]. \quad (17)$$

Эти решения доставляют минимум эффективного потенциала, если $\sqrt{3}d_1 + d_2 < 0$ и одно из собственных значений матрицы Δ находится в надкритической, а другое в подкритической областях $\det \Delta < 0$. Соответствующая этим решениям динамическая масса представляется в виде

$$M_0^2 = \frac{\det \Delta}{(\sqrt{3}d_1 + d_2) \ln \frac{\Lambda^2}{\mu^2}} \left[1 + O\left(\frac{1}{\ln \frac{\Lambda^2}{\mu^2}}\right) \right]. \quad (18)$$

Б. Аномальные решения χ_i^{an} , которые соответствуют подавлению больших логарифмов в (14), т.е. $M_0 = o(1)$, имеют вид

$$\chi_1^2 = \frac{\sqrt{3}d_1 + d_2}{12} \left[1 + O\left(\frac{1}{\ln^{1/3} \frac{\Lambda^2}{\mu^2}}\right) \right], \quad \chi_2 = -\frac{\chi_1}{\sqrt{3}} \left[1 + O\left(\frac{1}{\ln^{1/3} \frac{\Lambda^2}{\mu^2}}\right) \right] \quad (19)$$

и отвечают минимуму потенциала в области $\sqrt{3}d_1 + d_2 > 0$, $\sqrt{3}d_1 - 2d_2 \neq 0$ (оба собственных значения матрицы Δ положительны либо одно из них положительно, а другое отрицательно). Динамическая масса имеет вид

$$M_{\text{an}}^2 = \frac{1}{12} \left(\frac{4}{3}\right)^{2/3} (\sqrt{3}d_1 + d_2)^{1/3} (\sqrt{3}d_1 - 2d_2)^{2/3} \times \\ \times \frac{1}{\ln^{2/3} \frac{\Lambda^2}{\mu^2}} \left[1 + O\left(\frac{1}{\ln^{1/3} \frac{\Lambda^2}{\mu^2}}\right) \right]. \quad (20)$$

В. Асимптотические решения (19), (20) очевидно несправедливы, когда $\sqrt{3}d_1 + d_2 = 0$ и $\sqrt{3}d_1 - 2d_2 = 0$. По этим направлениям возникают так называемые переходные χ_i^{int} и сингулярные χ_i^{s} решения, которые в пределе больших логарифмов имеют иные асимптотики. В частности, на плоскости $\sqrt{3}d_1 + d_2 = 0$ решения χ_i^{int} имеют следующий вид:

$$\chi_1^2 = \frac{\sqrt{2}|d_2|}{12 \ln^{1/4} \frac{\Lambda^2}{\mu^2}} \left[1 + O\left(\frac{1}{\ln^{1/4} \frac{\Lambda^2}{\mu^2}}\right) \right], \quad \chi_2 = -\frac{\chi_1}{\sqrt{3}} \left[1 + O\left(\frac{1}{\ln^{1/4} \frac{\Lambda^2}{\mu^2}}\right) \right], \quad (21)$$

а динамическая масса –

$$M_{\text{int}}^2 = \frac{\sqrt{2}|d_2|}{6 \ln^{3/4} \frac{\Lambda^2}{\mu^2}} \left[1 + O\left(\frac{1}{\ln^{1/4} \frac{\Lambda^2}{\mu^2}}\right) \right]. \quad (22)$$

На плоскости $\sqrt{3}d_1 - 2d_2 = 0$ вид решений χ_i^s зависит от знака комбинации $d_1 + 12\Delta_{12}$. Для случая $d_1 + 12\Delta_{12} < 0$ ($\Delta_{12} < 0$) имеем решение

$$\chi_1^2 = \frac{\sqrt{3}d_1}{8}, \quad \chi_2 = -\frac{\chi_1}{\sqrt{3}} \quad (23)$$

с динамической массой

$$M_0 = 0, \quad (24)$$

которая доставляет минимум потенциала в области $d_1 + 4\Delta_{12} < 0$.

Если $d_1 + 12\Delta_{12} > 0$, то решение имеет вид

$$\chi_1^2 = \frac{\sqrt{3}d_1}{8} \left[1 + O\left(\frac{1}{\ln^{1/2} \frac{\Lambda^2}{\mu^2}}\right) \right], \quad \chi_2 = -\frac{\chi_1}{\sqrt{3}} \left[1 + O\left(\frac{1}{\ln^{1/2} \frac{\Lambda^2}{\mu^2}}\right) \right] \quad (25)$$

с динамической массой

$$M_s^2 = \frac{\sqrt{3}(d_1 + 12\Delta_{12})}{36 \ln \frac{\Lambda^2}{\mu^2}} \left[1 + O\left(\frac{1}{\ln^{1/2} \frac{\Lambda^2}{\mu^2}}\right) \right]. \quad (26)$$

Для $d_1 = -12\Delta_{12}$ асимптотики вещественных решений меняются:

$$\chi_1^2 = \frac{\sqrt{3}d_1}{8} \left[1 - \frac{20}{27} \frac{1}{\ln \frac{\Lambda^2}{\mu^2}} \right], \quad \chi_2 = -\frac{\chi_1}{\sqrt{3}} \left[1 + \frac{10}{9} \frac{1}{\ln \frac{\Lambda^2}{\mu^2}} \right], \quad (27)$$

$$\widetilde{M}_s^2 = \frac{25\sqrt{3}d_1}{162 \ln^2 \frac{\Lambda^2}{\mu^2}} \left[1 + O\left(\frac{1}{\ln \frac{\Lambda^2}{\mu^2}}\right) \right]. \quad (28)$$

Однако на решениях (25), (27) минимум потенциала достигается лишь в модели типа Гросса–Неве, в которой переменные χ_i вещественны. В обобщенной модели НЙЛ вещественные решения в области $d_1 + 12\Delta_{12} > 0$ соответствуют седловой точке, а настоящий минимум появляется на комплексных решениях с $\rho \neq 0$. Этим квазилокальные модели с поликритической точкой радикально отличаются от модели с локальным взаимодействием.

На пересечении плоскостей $\sqrt{3}d_1 - 2d_2 = 0$, $\sqrt{3}d_1 + d_2 = 0$ ($\Delta_{12} > 0$) возникает специальное решение χ_i^{sp} :

$$\chi_1 = 0, \quad \chi_2^2 = \frac{\sqrt{3}\Delta_{12}}{9 \left(\ln \frac{\Lambda^2}{\mu^2} - \frac{8}{3} \right)} \quad (29)$$

с динамической массой

$$M_{\text{sp}}^2 = 3\chi_2^2 = \frac{\sqrt{3}\Delta_{12}}{3\left(\ln\frac{\Lambda^2}{\mu^2} - \frac{8}{3}\right)}. \quad (30)$$

Комплексные решения уравнений (14) с $\rho \neq 0$, χ_i^c , существуют в окрестности гиперплоскости $\sqrt{3}d_1 - 2d_2 = 0$ и даются асимптотиками

$$\chi_1^2 = \frac{d_1 + 4\Delta_{12}}{16\sqrt{3}\left(\ln\frac{\Lambda^2}{\mu^2} - 3\right)}, \quad \chi_2 = -\sqrt{3}\chi_1 \quad (31)$$

и динамической массой $M_c^2 = 4\chi_1^2$. Аксиальная часть массовой функции выглядит следующим образом:

$$\rho^2 = \frac{d_1\sqrt{3}}{8} - \frac{3}{4}(\chi_1^2 + \chi_2^2) = \frac{d_1\sqrt{3}}{8} \left[1 + O\left(\frac{1}{\ln\frac{\Lambda^2}{\mu^2}}\right) \right]. \quad (32)$$

В каждой из перечисленных областей возникают четыре коллективных состояния (два скалярных и два псевдоскалярных) для вещественных решений и одно псевдоскалярное и три состояния, вообще говоря, со смешанной Р-четностью для комплексного решения. Их спектр анализируется в следующем разделе.

4. ВТОРАЯ ВАРИАЦИЯ И СПЕКТР КОЛЛЕКТИВНЫХ ВОЗБУЖДЕНИЙ

Спектр возбуждений определяется матрицей второй вариации эффективного действия. Разобьем эту матрицу на постоянную часть (не зависящую от импульса p) $\hat{B}$ и кинетическую часть $\hat{A}p^2$, которая в главном логарифмическом приближении оказывается квадратичной по импульсу. Матричные элементы $\hat{B}$ в общем случае даются формулами

$$\begin{aligned} \frac{8\pi^2}{N_c} B_{ij}^{\sigma\sigma} &= 6 \int_0^1 \frac{d\tau}{\tau} \left[(\text{Re}M)^2 \varphi_i(\tau) \varphi_j(\tau) - M_0^2 \varphi_i(0) \varphi_j(0) \right] + \\ &+ M_0^2 \varphi_i(0) \varphi_j(0) \left(6 \ln \frac{\Lambda^2}{M_0^2} - 4 \right) - 2\Delta_{ij} + 2 \int_0^1 \frac{d\tau}{\tau} (\text{Im}M)^2 \varphi_i(\tau) \varphi_j(\tau), \end{aligned} \quad (33)$$

$$\begin{aligned} \frac{8\pi^2}{N_c} B_{ij}^{\pi\pi} &= 2 \int_0^1 \frac{d\tau}{\tau} \left[(\text{Re}M)^2 \varphi_i(\tau) \varphi_j(\tau) - M_0^2 \varphi_i(0) \varphi_j(0) \right] + \\ &+ 2M_0^2 \varphi_i(0) \varphi_j(0) \ln \frac{\Lambda^2}{M_0^2} - 2\Delta_{ij} + 6 \int_0^1 \frac{d\tau}{\tau} (\text{Im}M)^2 \varphi_i(\tau) \varphi_j(\tau), \end{aligned} \quad (34)$$

$$\frac{8\pi^2}{N_c} B_{ij}^{\sigma\pi} = 4 \int_0^1 \frac{d\tau}{\tau} (\text{Re}M)(\text{Im}M) \varphi_i(\tau) \varphi_j(\tau), \quad (35)$$

где $\chi_i(x) = \langle \chi_i \rangle + \sigma_i(x) + i\pi_i(x)$. Используя уравнение стационарности (12), можно убедиться, что матрица $\hat{B}$ всегда имеет нулевое собственное значение (нуль-моду) с собственным вектором $\chi_j^0 = \langle \pi_j \rangle - i \cdot \langle \sigma_j \rangle$. Это соответствует появлению голдстоуновской моды (безмассового π -мезона).

Для двухканальной модели предыдущего раздела эта матрица принимает следующий вид:

$$\begin{aligned}
\frac{8\pi^2}{N_c} B_{11}^{\sigma\sigma} &= -24\sqrt{3}\chi_1\chi_2 - 36\chi_2^2 + 6M_0^2 \left(\ln \frac{\Lambda^2}{M_0^2} - \frac{2}{3} \right) - 2\Delta_{11} + 4\rho^2, \\
\frac{8\pi^2}{N_c} B_{12}^{\sigma\sigma} &= -12\sqrt{3}\chi_1^2 - 72\chi_1\chi_2 - 48\sqrt{3}\chi_2^2 + \\
&\quad + 6\sqrt{3}M_0^2 \left(\ln \frac{\Lambda^2}{M_0^2} - \frac{2}{3} \right) - 2\Delta_{12} - \frac{4}{3}\sqrt{3}\rho^2, \\
\frac{8\pi^2}{N_c} B_{22}^{\sigma\sigma} &= -36\chi_1^2 - 96\sqrt{3}\chi_1\chi_2 - 144\chi_2^2 + \\
&\quad + 18M_0^2 \left(\ln \frac{\Lambda^2}{M_0^2} - \frac{2}{3} \right) - 2\Delta_{22} + 4\rho^2,
\end{aligned} \tag{36}$$

$$\begin{aligned}
\frac{8\pi^2}{N_c} B_{11}^{\pi\pi} &= -8\sqrt{3}\chi_1\chi_2 - 12\chi_2^2 + 2M_0^2 \ln \frac{\Lambda^2}{M_0^2} - 2\Delta_{11} + 12\rho^2, \\
\frac{8\pi^2}{N_c} B_{12}^{\pi\pi} &= -4\sqrt{3}\chi_1^2 - 24\chi_1\chi_2 - 16\sqrt{3}\chi_2^2 + \\
&\quad + 2\sqrt{3}M_0^2 \ln \frac{\Lambda^2}{M_0^2} - 2\Delta_{12} - 4\sqrt{3}\rho^2, \\
\frac{8\pi^2}{N_c} B_{22}^{\pi\pi} &= -12\chi_1^2 - 32\sqrt{3}\chi_1\chi_2 - 48\chi_2^2 + \\
&\quad + 6M_0^2 \ln \frac{\Lambda^2}{M_0^2} - 2\Delta_{22} + 12\rho^2,
\end{aligned} \tag{37}$$

$$\frac{8\pi^2}{N_c} B_{ij}^{\sigma\pi} = 8\rho \begin{pmatrix} \chi_1 & \chi_2 \\ \chi_2 & \chi_1 \end{pmatrix}. \tag{38}$$

Матрица кинетической энергии $\hat{A}p^2$ оказывается блочно-диагональной:

$$A_{ij}^{\sigma\pi} = 0, \quad A_{ij}^{\pi\pi} = A_{ij}^{\sigma\sigma} \left[1 + O \left(\frac{1}{\ln \frac{\Lambda^2}{\mu^2}} \right) \right], \tag{39}$$

$$\begin{aligned}
\frac{4\pi^2}{N_c} A_{ij}^{\sigma\sigma} &= \frac{1}{2} \left[\varphi_i(0)\varphi_j(0) \left(\ln \frac{\Lambda^2}{M_0^2} + O(1) \right) + \right. \\
&\quad \left. + \int_0^1 [\varphi_i(\tau)\varphi_j(\tau) - \varphi_i(0)\varphi_j(0)] \frac{d\tau}{\tau} \right] + O \left(\frac{1}{\Lambda^2} \right).
\end{aligned} \tag{40}$$

Эта матрица слабо зависит от выбора решений и для двухканальной модели выглядит следующим образом:

$$A_{ij}^{\sigma\sigma(\pi\pi)} \approx \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \ln \frac{\Lambda^2}{\mu^2} & \sqrt{3} \left(\ln \frac{\Lambda^2}{\mu^2} - 2 \right) \\ \sqrt{3} \left(\ln \frac{\Lambda^2}{\mu^2} - 2 \right) & 3 \left(\ln \frac{\Lambda^2}{\mu^2} - 2 \right) \end{pmatrix}. \tag{41}$$

Спектр коллективных возбуждений определяется из уравнения

$$\det(\hat{A}p^2 + \hat{B}) = 0. \quad (42)$$

Условие минимума (положительность второй вариации) при евклидовых импульсах ($p^2 > 0$) приводит к тому, что решения существуют в области $p^2 \leq 0$, т.е. для физических значений масс частиц. Значения элементов матрицы $\hat{B}$ на решениях раздела 3 вынесены в приложение, ниже мы приводим спектр масс для различных областей в окрестности трикритической точки.

Вещественный случай $\rho = 0$.

А. Спектр масс типа НЙЛ:

$$m_\pi^2 = 0, \quad m_{\pi'}^2 \approx m_{\sigma'}^2 \approx -\frac{\sqrt{3}d_1 + d_2}{3}, \quad m_\sigma^2 \approx 4M_0^2, \quad (43)$$

здесь и далее приближенное равенство означает равенство с точностью до степеней обратных логарифмов. В этой области радиальные возбуждения “логарифмически тяжелее” легкого скалярного мезона:

$$\left(\frac{m_{\pi'}}{m_\sigma}\right)^2 = \left(\frac{m_{\sigma'}}{m_\sigma}\right)^2 = O\left(\ln \frac{\Lambda^2}{\mu^2}\right). \quad (44)$$

Б. Спектр на аномальных решениях:

$$m_\pi^2 = 0, \quad m_{\pi'}^2 \approx \frac{1}{9} \left(\frac{4}{3}\right)^{1/3} \frac{(\sqrt{3}d_1 - 2d_2)^{4/3}}{(\sqrt{3}d_1 + d_2)^{1/3}} \frac{1}{\ln^{1/3} \frac{\Lambda^2}{\mu^2}}, \quad (45)$$

$$m_\sigma^2 \approx 6M_{\text{ан}}^2, \quad m_{\sigma'}^2 \approx \frac{2}{3}(\sqrt{3}d_1 + d_2).$$

В этом случае оба радиальных возбуждения оказываются “логарифмически тяжелее” легкого скалярного мезона, но с различными показателями степени логарифма:

$$\left(\frac{m_{\sigma'}}{m_\sigma}\right)^2 = O\left(\ln^{2/3} \frac{\Lambda^2}{\mu^2}\right), \quad \left(\frac{m_{\pi'}}{m_\sigma}\right)^2 = O\left(\ln^{1/3} \frac{\Lambda^2}{\mu^2}\right). \quad (46)$$

Сравнивая (43) и (45), мы убеждаемся, что корреляционная длина в скалярном канале, ($\xi \approx 1/m_\sigma$) разная в фазе Гросса–Неве и аномальной фазе, что соответствует режиму трикритической точки, в которой пересекаются три фазы (вместе с фазой ненарушенной симметрии). Можно показать, что в этих фазах массы легких скалярных мезонов (в единицах динамической массы) не зависят от выбора вершинных функций φ_i , и тем самым эти значения являются универсальными.

В. В переходной области $\sqrt{3}d_1 + d_2 \approx 0$ значения масс радиальных возбуждений оказываются сравнимы, в частности на плоскости $\sqrt{3}d_1 + d_2 = 0$:

$$m_\pi^2 = 0, \quad m_{\pi'}^2 \approx \frac{1}{3}m_{\sigma'}^2 \approx \frac{\sqrt{2}}{3} \frac{d_2}{\ln^{1/4} \frac{\Lambda^2}{\mu^2}}, \quad m_\sigma^2 \approx \frac{16}{3}M_{\text{int}}^2. \quad (47)$$

Радиальные возбуждения по-прежнему “логарифмически тяжелее”:

$$\left(\frac{m_{\sigma'}}{m_{\sigma}}\right)^2 = O\left(\ln^{1/2} \frac{\Lambda^2}{\mu^2}\right), \quad \left(\frac{m_{\pi'}}{m_{\sigma}}\right)^2 = O\left(\ln^{1/2} \frac{\Lambda^2}{\mu^2}\right). \quad (48)$$

Г. На плоскости $\sqrt{3}d_1 - 2d_2 = 0$, когда $d_1 + 12\Delta_{12} > 0$, спектр масс для скаляров имеет вид

$$m_{\sigma}^2 \approx 4M_s^2, \quad m_{\sigma'}^2 \approx \sqrt{3}d_1, \quad (49)$$

а радиальные возбуждения “логарифмически тяжелее”:

$$\left(\frac{m_{\sigma'}}{m_{\sigma}}\right)^2 = O\left(\ln \frac{\Lambda^2}{\mu^2}\right). \quad (50)$$

Однако в псевдоскалярном канале появляется тахион

$$m_{\pi'}^2 \approx -\frac{\sqrt{3}d_1}{9 \ln \frac{\Lambda^2}{\mu^2}} < 0. \quad (51)$$

Его присутствие означает, что экстремум обладает седловой точкой, и настоящий минимум потенциала достигается на комплексных решениях ($\rho \neq 0$). Это же верно и на линии $d_1 + 12\Delta_{12} = 0$, на которой массы скалярных состояний иные:

$$m_{\sigma}^2 \approx 2\widetilde{M}_s^2, \quad m_{\sigma'}^2 \approx \sqrt{3}d_1, \quad (52)$$

а тахион описывается формулой (51).

Для случая $d_1 + 4\Delta_{12} < 0$ спектр масс оказывается следующим:

$$\begin{aligned} m_{\pi}^2 = 0, \quad m_{\pi'}^2 &\approx -\frac{\sqrt{3}(d_1 + 4\Delta_{12})}{6 \ln \frac{\Lambda^2}{\mu^2}}, \\ m_{\sigma'}^2 &\approx \sqrt{3}d_1, \quad m_{\sigma}^2 \approx -\frac{d_1 + 12\Delta_{12}}{6\sqrt{3} \ln \frac{\Lambda^2}{\mu^2}}. \end{aligned} \quad (53)$$

Из отношений масс радиальных возбуждений

$$\left(\frac{m_{\pi'}}{m_{\sigma'}}\right)^2 = O\left(\frac{1}{\ln \frac{\Lambda^2}{\mu^2}}\right) \quad (54)$$

следует, что псевдоскалярное возбуждение “логарифмически легче”, чем скалярное. Поскольку

$$\left(\frac{m_{\pi'}}{m_{\sigma}}\right)^2 \approx 3 \frac{d_1 + 4\Delta_{12}}{d_1 + 12\Delta_{12}} < 3, \quad (55)$$

то масса тяжелого псевдоскалярного мезона сравнима с массой легкого скалярного мезона. На границе области $d_1 + 4\Delta_{12} = 0$ имеем второй π -мезон:

$$m_\pi^2 = m_{\pi'}^2 = 0. \quad (56)$$

Д. На пересечении плоскостей $\sqrt{3}d_1 - 2d_2 = 0$, $\sqrt{3}d_1 + d_2 = 0$ ($\Delta_{12} > 0$) массы всех состояний оказываются соизмеримыми:

$$\begin{aligned} m_\pi^2 = 0, \quad m_{\pi'}^2 &\approx \frac{2}{3}M_{\text{sp}}^2, \quad m_\sigma^2 \approx 2M_{\text{sp}}^2, \quad m_{\sigma'}^2 \approx 4M_{\text{sp}}^2, \\ \left(\frac{m_{\sigma'}}{m_\sigma}\right)^2 &\approx 2, \quad \left(\frac{m_{\pi'}}{m_\sigma}\right)^2 \approx \frac{1}{3}. \end{aligned} \quad (57)$$

Спектр масс с $\rho \neq 0$.

Из решений (31), (32) видно, что в приближении больших логарифмов доминирует мнимая часть массовой функции, т.е. аксиальная динамическая масса. Это приводит к тому, что голдстоуновский безмассовый бозон появляется в скалярном канале. Для того чтобы вернуться к традиционной интерпретации безмассового возбуждения как π -мезона, необходимо осуществить глобальный киральный поворот фермионных полей $\psi \rightarrow \exp(i\gamma_5 \pi/4)\psi$, что соответствует замене бозонных переменных $\bar{\chi}_j \rightarrow i\bar{\chi}_j$, т.е.

$$\bar{\chi}_1 = i\chi_1 - \rho, \quad \bar{\chi}_2 = i\chi_2 + \frac{\rho}{\sqrt{3}}. \quad (58)$$

Сама классификация состояний по четности оказывается справедливой лишь в приближении больших логарифмов, когда

$$\frac{B^{\pi\sigma}}{B^{\sigma\sigma}} \approx \frac{B^{\pi\pi}}{B^{\pi\pi}} = O\left(\frac{1}{\ln \frac{\Lambda^2}{\mu^2}}\right) \quad (59)$$

(см. (33)–(35)) и можно пренебречь смешиванием между скалярными и псевдоскалярными состояниями.

С другой стороны, в моделях с конечным обрезанием Λ (например в расширениях Стандартной Модели), когда эффекты порядка $1/\ln \frac{\Lambda^2}{\mu^2}$ оказываются наблюдаемыми, для данной классификации констант связи возникает явление динамического нарушения Р-четности в теории с Р-четным лагранжианом. Тогда массы псевдоскалярных и скалярных возбуждений оказываются следующими:

$$\begin{aligned} m_\pi^2 = 0, \quad m_{\pi'}^2 &\approx \frac{d_1 + 4\Delta_{12}}{\sqrt{3} \ln \frac{\Lambda^2}{\mu^2}} \approx 16\chi_1^2 = 4M_c^2, \\ m_{\sigma'}^2 &\approx \sqrt{3}d_1, \quad m_\sigma^2 \approx \frac{4(d_1 + \Delta_{12})}{9\sqrt{3} \ln \frac{\Lambda^2}{\mu^2}}. \end{aligned} \quad (60)$$

Их отношение

$$\left(\frac{m_{\pi'}}{m_\sigma}\right)^2 \approx \frac{9}{4} \left(\frac{d_1 + 4\Delta_{12}}{d_1 + \Delta_{12}}\right) \quad (61)$$

не зависит от логарифма, и они являются сравнимыми.

Сопоставляя формулы (49), (51) с (60), мы приходим к заключению, что слабо связанное состояние с $m \approx 2M_{\text{dyn}}$ в модели Гросса–Неве появляется в скалярном канале, в то время как в модели типа НЙЛ оно появляется в псевдоскалярном канале, что является качественным отличием двухканальной модели от одноканальной.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Следуя идеологии низкоэнергетического эффективного действия, мы предложили класс фермионных моделей с квазилокальным взаимодействием, содержащим производные от полей. В режиме сильной связи по нескольким константам связи возникает ДНКС, которое сопровождается образованием динамической массовой функции фермионов и нескольких коллективных бозонных состояний с одинаковыми квантовыми числами. Характерным свойством этих моделей является многофазность, т.е. наличие поликритических точек в пространстве констант связи.

В работе подробно проанализирована двухканальная модель в окрестности трикритической точки в приближениях большого числа цветов N_c и масштабов масс, значительно меньших импульсного обрезания Λ . В этой модели установлено существование трех фаз – симметричной фазы, фазы с ДНКС типа НЙЛ и фазы с аномальным нарушением киральной симметрии. Оказывается, что для последних двух фаз корреляционные длины (в единицах обратной динамической массы) в скалярных каналах слабо зависят от выбора структурных функций (универсальность). Их особенностью является наличие двух легких скалярных состояний с массами, пропорциональными динамической массе фермиона, и, кроме того, тяжелых “радиальных” возбуждений. Вместе с тем существует некоторая конфигурация констант связи, при которой возбужденное псевдоскалярное состояние оказывается сравнимым по массе с легким скалярным мезоном или даже легче его. Так, имеются указания [12] на возможность существования легкого псевдоскалярного мезона с массой ≤ 1 ГэВ, более того, при определенной подстройке констант связи могут возникать два безмассовых псевдоскалярных бозона (π -мезона). В данной модели с Р-четным лагранжианом возможно динамическое нарушение Р-четности для специального выбора констант связи, которое, однако, подавлено обратными степенями логарифмов. Таким образом, многообразие физических явлений в окрестности трикритической точки качественно отличает двухканальную модель от локальной модели НЙЛ.

Представляется важным исследовать свойства моделей с поликритическими точками при изменении внешних условий (при ненулевых температурах и плотностях фермионов). В частности, это позволит выяснить роль тяжелых резонансов при восстановлении киральной симметрии в горячей или плотной адронной среде. Кроме того, интересно изучить поведение этих моделей при воздействии внешних полей, что даст возможность оценить влияние внешней среды на структуру нарушения киральной симметрии. Первые попытки в этом направлении были сделаны в работе [11], где был рассмотрен калибровочный вариант двухканальной модели в приближении глюонных конденсатов, и в работе [13], где изучалось воздействие гравитационного фона постоянной кривизны на механизм ДНКС в этой модели (в форме, предложенной в [11]).

Данная работа была выполнена при поддержке гранта РФФИ № 95-02-05346а и гранта INTAS-93-283.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Элементы матриц вторых вариаций эффективного потенциала на решениях уравнений на массовую щель

В приведенных ниже формулах использованы следующие обозначения:

$$\xi = \left(\frac{1}{6}\right)^{2/3} \left(\sqrt{3}d_1 + d_2\right)^{1/3} \left(\sqrt{3}d_1 - 2d_2\right)^{2/3} \ln^{1/3} \frac{\Lambda^2}{\mu^2}, \quad (62)$$

$$\omega = \sqrt{2} \ln^{1/4} \frac{\Lambda^2}{\mu^2}. \quad (63)$$

Для вещественных решений отсутствует смешивание, поэтому $B_{ij}^{\sigma\pi} = 0$.

1. Для решений типа Гросса–Неве (см. (17)–(18)):

$$\begin{aligned} \frac{4\pi^2}{N_c} B_{11}^{\sigma\sigma} &\approx \frac{3 \det \Delta}{\sqrt{3}d_1 + d_2} - \Delta_{11}, \\ \frac{4\pi^2}{N_c} B_{12}^{\sigma\sigma} &\approx \frac{3\sqrt{3} \det \Delta}{\sqrt{3}d_1 + d_2} - \Delta_{12}, \end{aligned} \quad (64)$$

$$\begin{aligned} \frac{4\pi^2}{N_c} B_{22}^{\sigma\sigma} &\approx \frac{9 \det \Delta}{\sqrt{3}d_1 + d_2} - \Delta_{22}, \\ \frac{4\pi^2}{N_c} B_{11}^{\pi\pi} &\approx \frac{\det \Delta}{\sqrt{3}d_1 + d_2} - \Delta_{11}, \\ \frac{4\pi^2}{N_c} B_{12}^{\pi\pi} &\approx \frac{\sqrt{3} \det \Delta}{\sqrt{3}d_1 + d_2} - \Delta_{12}, \\ \frac{4\pi^2}{N_c} B_{22}^{\pi\pi} &\approx \frac{3 \det \Delta}{\sqrt{3}d_1 + d_2} - \Delta_{22}. \end{aligned} \quad (65)$$

2. Для аномального решения (см. (19)–(20)):

$$\begin{aligned} \frac{4\pi^2}{N_c} B_{11}^{\sigma\sigma} &\approx \xi + \frac{1}{2}(\sqrt{3}d_1 + d_2) - \Delta_{11}, \\ \frac{4\pi^2}{N_c} B_{12}^{\sigma\sigma} &\approx \sqrt{3}\xi - \frac{\sqrt{3}}{6}(\sqrt{3}d_1 + d_2) - \Delta_{12}, \\ \frac{4\pi^2}{N_c} B_{22}^{\sigma\sigma} &\approx 3\xi + \frac{1}{2}(\sqrt{3}d_1 + d_2) - \Delta_{22}, \end{aligned} \quad (66)$$

$$\begin{aligned} \frac{4\pi^2}{N_c} B_{11}^{\pi\pi} &\approx \frac{\xi}{3} + \frac{1}{6}(\sqrt{3}d_1 + d_2) - \Delta_{11}, \\ \frac{4\pi^2}{N_c} B_{12}^{\pi\pi} &\approx \frac{\xi}{\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{3}}{18}(\sqrt{3}d_1 + d_2) - \Delta_{12}, \\ \frac{4\pi^2}{N_c} B_{22}^{\pi\pi} &\approx \xi + \frac{1}{6}(\sqrt{3}d_1 + d_2) - \Delta_{22}. \end{aligned} \quad (67)$$

3. Для переходного решения $\sqrt{3}d_1 + d_2 = 0$ (см. (21)–(22)):

а) $d_1 < 0$ ($d_2 > 0$):

$$\begin{aligned}\frac{4\pi^2}{N_c}B_{11}^{\sigma\sigma} &\approx -\frac{d_1}{\sqrt{3}}\left(\frac{\sqrt{3}\Delta_{11}}{d_1} + \frac{3\omega}{2} + \frac{3}{\omega}\right), \\ \frac{4\pi^2}{N_c}B_{12}^{\sigma\sigma} &\approx -d_1\left(\frac{\Delta_{12}}{d_1} + \frac{3\omega}{2} - \frac{1}{\omega}\right), \\ \frac{4\pi^2}{N_c}B_{22}^{\sigma\sigma} &\approx -d_1\sqrt{3}\left(\frac{\Delta_{22}}{d_1\sqrt{3}} + \frac{3\omega}{2} + \frac{1}{\omega}\right),\end{aligned}\tag{68}$$

$$\begin{aligned}\frac{4\pi^2}{N_c}B_{11}^{\pi\pi} &\approx -\frac{d_1}{\sqrt{3}}\left(\frac{\sqrt{3}\Delta_{11}}{d_1} + \frac{\omega}{2} + \frac{1}{\omega}\right), \\ \frac{4\pi^2}{N_c}B_{12}^{\pi\pi} &\approx -d_1\left(\frac{\Delta_{12}}{d_1} + \frac{\omega}{2} - \frac{1}{3\omega}\right), \\ \frac{4\pi^2}{N_c}B_{22}^{\pi\pi} &\approx -d_1\sqrt{3}\left(\frac{\Delta_{22}}{d_1\sqrt{3}} + \frac{\omega}{2} + \frac{1}{3\omega}\right);\end{aligned}\tag{69}$$

б) $d_1 > 0$ ($d_2 < 0$):

$$\begin{aligned}\frac{4\pi^2}{N_c}B_{11}^{\sigma\sigma} &\approx \frac{d_1}{\sqrt{3}}\left(-\frac{\sqrt{3}\Delta_{11}}{d_1} + \frac{3\omega}{2} + \frac{3}{\omega}\right), \\ \frac{4\pi^2}{N_c}B_{12}^{\sigma\sigma} &\approx d_1\left(-\frac{\Delta_{12}}{d_1} + \frac{3\omega}{2} - \frac{1}{\omega}\right), \\ \frac{4\pi^2}{N_c}B_{22}^{\sigma\sigma} &\approx d_1\sqrt{3}\left(-\frac{\Delta_{22}}{d_1\sqrt{3}} + \frac{3\omega}{2} + \frac{1}{\omega}\right),\end{aligned}\tag{70}$$

$$\begin{aligned}\frac{4\pi^2}{N_c}B_{11}^{\pi\pi} &\approx \frac{d_1}{\sqrt{3}}\left(-\frac{\sqrt{3}\Delta_{11}}{d_1} + \frac{\omega}{2} + \frac{1}{\omega}\right), \\ \frac{4\pi^2}{N_c}B_{12}^{\pi\pi} &\approx d_1\left(-\frac{\Delta_{12}}{d_1} + \frac{\omega}{2} - \frac{1}{3\omega}\right), \\ \frac{4\pi^2}{N_c}B_{22}^{\pi\pi} &\approx d_1\sqrt{3}\left(-\frac{\Delta_{22}}{d_1\sqrt{3}} + \frac{\omega}{2} + \frac{1}{3\omega}\right).\end{aligned}\tag{71}$$

4. Для сингулярного решения $\sqrt{3}d_1 - 2d_2 = 0$:

а) $d_1 + 12\Delta_{12} > 0$ (см. (25)–(26)):

$$\begin{aligned}\frac{4\pi^2}{N_c}B_{11}^{\sigma\sigma} &\approx \frac{5\sqrt{3}d_1}{6} + \sqrt{3}\Delta_{12} - \Delta_{11}, \\ \frac{4\pi^2}{N_c}B_{12}^{\sigma\sigma} &\approx -\frac{d_1}{2} + 2\Delta_{12}, \\ \frac{4\pi^2}{N_c}B_{22}^{\sigma\sigma} &\approx \sqrt{3}d_1 + 3\sqrt{3}\Delta_{12} - \Delta_{22},\end{aligned}\tag{72}$$

$$\frac{4\pi^2}{N_c} B_{11}^{\pi\pi} \approx -\frac{\sqrt{3}d_1}{18}, \quad \frac{4\pi^2}{N_c} B_{12}^{\pi\pi} \approx -\frac{d_1}{6}, \quad \frac{4\pi^2}{N_c} B_{22}^{\pi\pi} \approx -\frac{\sqrt{3}d_1}{6}; \quad (73)$$

б) $d_1 + 12\Delta_{12} < 0$ (см. (23)–(24)):

$$\begin{aligned} \frac{4\pi^2}{N_c} B_{11}^{\sigma\sigma} &\approx -\Delta_{11} + \frac{3\sqrt{3}d_1}{4}, \\ \frac{4\pi^2}{N_c} B_{12}^{\sigma\sigma} &\approx -\Delta_{12} - \frac{3d_1}{4}, \\ \frac{4\pi^2}{N_c} B_{22}^{\sigma\sigma} &\approx -\Delta_{22} + \frac{3\sqrt{3}d_1}{4}, \end{aligned} \quad (74)$$

$$\begin{aligned} \frac{4\pi^2}{N_c} B_{11}^{\pi\pi} &\approx -\Delta_{11} + \frac{\sqrt{3}d_1}{4}, \\ \frac{4\pi^2}{N_c} B_{12}^{\pi\pi} &\approx -\Delta_{12} - \frac{d_1}{4}, \\ \frac{4\pi^2}{N_c} B_{22}^{\pi\pi} &\approx -\Delta_{22} + \frac{\sqrt{3}d_1}{4}. \end{aligned} \quad (75)$$

5. Для сингулярного решения $\sqrt{3}d_1 - 2d_2 = 0$, $d_1 + 12\Delta_{12} = 0$ (см. (27)–(28)):

$$\begin{aligned} \frac{4\pi^2}{N_c} B_{11}^{\sigma\sigma} &\approx \frac{3\sqrt{3}d_1}{4} - \frac{5\sqrt{3}}{54} \frac{d_1}{\ln \frac{\Lambda^2}{\mu^2}} - \Delta_{11}, \\ \frac{4\pi^2}{N_c} B_{12}^{\sigma\sigma} &\approx -\frac{3d_1}{4} + \frac{5}{18} \frac{d_1}{\ln \frac{\Lambda^2}{\mu^2}} - \Delta_{12}, \\ \frac{4\pi^2}{N_c} B_{22}^{\sigma\sigma} &\approx \frac{3\sqrt{3}d_1}{4} + \frac{5\sqrt{3}}{6} \frac{d_1}{\ln \frac{\Lambda^2}{\mu^2}} - \Delta_{22}, \end{aligned} \quad (76)$$

$$\begin{aligned} \frac{4\pi^2}{N_c} B_{11}^{\pi\pi} &\approx -\frac{\sqrt{3}d_1}{18} - \frac{5\sqrt{3}}{162} \frac{d_1}{\ln \frac{\Lambda^2}{\mu^2}}, \\ \frac{4\pi^2}{N_c} B_{12}^{\pi\pi} &\approx -\frac{d_1}{6} + \frac{5}{54} \frac{d_1}{\ln \frac{\Lambda^2}{\mu^2}}, \\ \frac{4\pi^2}{N_c} B_{22}^{\pi\pi} &\approx -\frac{\sqrt{3}d_1}{6} + \frac{15\sqrt{3}}{54} \frac{d_1}{\ln \frac{\Lambda^2}{\mu^2}}. \end{aligned} \quad (77)$$

6. Для специального решения $d_1 = d_2 = 0$ (см. (29)–(30)):

$$\begin{aligned}\frac{4\pi^2}{N_c} B_{11}^{\sigma\sigma} &\approx \frac{\Delta_{12}}{\sqrt{3}} \left(2 - \frac{8}{\ln \frac{\Lambda^2}{\mu^2}} \right), \\ \frac{4\pi^2}{N_c} B_{12}^{\sigma\sigma} &\approx \Delta_{12} \left(2 - \frac{10}{\ln \frac{\Lambda^2}{\mu^2}} \right), \\ \frac{4\pi^2}{N_c} B_{22}^{\sigma\sigma} &\approx \sqrt{3} \Delta_{12} \left(2 - \frac{10}{\ln \frac{\Lambda^2}{\mu^2}} \right),\end{aligned}\tag{78}$$

$$\frac{4\pi^2}{N_c} B_{11}^{\pi\pi} \approx \frac{2}{3} M_0^2, \quad \frac{4\pi^2}{N_c} B_{12}^{\pi\pi} \approx 0, \quad \frac{4\pi^2}{N_c} B_{22}^{\pi\pi} \approx 0.\tag{79}$$

Для случая $\rho \neq 0$ имеем

$$\frac{8\pi^2}{N_c} B_{11}^{\sigma\sigma} \approx \frac{d_1 + 4\Delta_{12}}{\sqrt{3}}, \quad \frac{8\pi^2}{N_c} B_{12}^{\sigma\sigma} \approx d_1 + 4\Delta_{12}, \quad \frac{8\pi^2}{N_c} B_{22}^{\sigma\sigma} \approx \sqrt{3}(d_1 + 4\Delta_{12}),\tag{80}$$

$$\frac{8\pi^2}{N_c} B_{11}^{\pi\pi} \approx \sqrt{3}d_1, \quad \frac{8\pi^2}{N_c} B_{12}^{\pi\pi} \approx -d_1, \quad \frac{8\pi^2}{N_c} B_{22}^{\pi\pi} \approx \sqrt{3}d_1,\tag{81}$$

$$\frac{8\pi^2}{N_c} B_{ij}^{\pi\sigma} \approx \sqrt{\frac{d_1(d_1 + 4\Delta_{12})}{2 \ln \frac{\Lambda^2}{\mu^2}}} \begin{pmatrix} 1 & \sqrt{3} \\ \sqrt{3} & 1 \end{pmatrix}.\tag{82}$$

Список литературы

- [1] В. Н. Попов. Континуальные интегралы в квантовой теории поля и статистической физике. М.: Атомиздат, 1976.
- [2] K. Wilson, J. Kogut // Phys. Rep. 1974. V. C12. P. 75.
- [3] T. Eguchi // Phys. Rev. 1976. V. D14. P. 2755; M. K. Volkov // Ann. Phys. (N.Y.) 1984. №157. P. 282; T. Hatsuda, T. Kunihiro // Phys. Lett. 1984. V. B271. P. 188; D. Ebert, H. Reinhard // Nucl. Phys. 1986. V. B271. P. 188; A. Dhar, R. Shankar, S. R. Wadia // Phys. Rev. 1985. V. D3. P. 3256; V. Bernard, R. L. Jaffe, U.-G. Meissner // Nucl. Phys. 1988. V. B308. P. 753; M. Wakamatsu, W. Weise // Z.Phys.-Hadrons and Nuclei. 1988. V. A331. P. 173.
- [4] M. Suzuki // Mod. Phys. Lett. 1990. V. A5. №10. P. 1205–1211; A. Hasenfratz, P. Hasenfratz, K. Jansen, J. Kuti, Y. Shen // Nucl. Phys. 1991. V. D365. №1. P. 79–96.
- [5] A. A. Andrianov, V. A. Andrianov // Int. J. Mod. Phys. 1993. №8. P. 1981; А. А. Андрианов, В. А. Андрианов // ТМФ. 1993. Т. 94. №1. С. 6–18.
- [6] L. Montanet et al. // Phys. Rev. 1994. V. D50 (Part 1).
- [7] Y. Nambu, G. Jona-Lasinio // Phys. Rev. 1961. №122. P. 345; D. J. Gross, A. Neveu // Phys. Rev. 1974. V. D10. P. 3235.
- [8] A. A. Andrianov, V. A. Andrianov // Z. Phys. C-Particles and Fields. 1992. №55. P. 435; А. А. Андрианов, В. А. Андрианов // ТМФ. 1992. Т. 93. С. 67; Bijmens, C. Bruno, E. de Rafael // Nucl. Phys. 1993. V. B390. P. 501.
- [9] V. A. Miransky, M. Tanabashi, K. Yamawaki // Mod. Phys. Lett. 1989. V. A4. P. 1043; // Phys. Lett. 1989. V. B221. P. 177; W. J. Marciano // Phys. Rev. Lett. 1989. №62. P. 2793.

- [10] *W. A. Bardeen, C. T. Hill, M. Lindner* // Phys. Rev. 1990. V. D41. P. 1647; *M. Lindner* // Int. J. Mod. Phys. 1993. V. 8. №13. P. 2167–2239.
- [11] *А. А. Андрианов, В. А. Андрианов* // Зап. научн. сем. ПОМИ: Вопросы квантовой теории поля и статистической физики. 1994. Т. 209. №12; *A. A. Andrianov, V. A. Andrianov* // Nucl. Phys. 1995. V. 39B. P. 257–259.
- [12] *Yu. Ivanshin et al.* // Nuovo Cim. 1994. V. 107 A. №12. P. 2855–2858.
- [13] *E. Elizalde, S. Leseduardte, S. D. Odintsov* // Phys. Lett. 1995. V. B347. P. 33–40.

Научно-исследовательский институт физики
Санкт-Петербургского государственного
университета

Поступила в редакцию
17.IX.1995 г.

A. A. Andrianov, V. A. Andrianov, V. L. Yudichev

**FERMION MODELS WITH QUASILOCAL
INTERACTIONS NEAR POLYCRITICAL POINT**

Fermion models with selfinteractions including derivatives of fields are investigated in the strong coupling regime when several coupling constants are matched to thier critical values. The existence of three phases with different correlation lengths is established in the scalar channel model near tricritical point. The special phase of dynamical P-parity breaking is found. The mass spectra of composite scalar and pseudoscalar bosons are obtained in the large-log approximation.