Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

А. А. Желтухин, В. В. Тугай, Классическое действие заряженных и нейтральных частиц со спином $1/2$ и суперсимметричная электродинамика, *ТМФ*, 1996, том 108, номер 3, 393–405

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf1197>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 3.81.55.215

26 апреля 2023 г., 15:37:36

А. А. Желтухин, В. В. Тугай

КЛАССИЧЕСКОЕ ДЕЙСТВИЕ ЗАРЯЖЕННЫХ И НЕЙТРАЛЬНЫХ ЧАСТИЦ СО СПИНОМ $1/2$ И СУПЕРСИММЕТРИЧНАЯ ЭЛЕКТРОДИНАМИКА

Предложена суперсимметричная формулировка классического действия взаимодействующих заряженных и нейтральных фермионов с произвольным аномальным магнитным моментом.

ВВЕДЕНИЕ

Теория дальнего действия Фоккера–Шварцшильда–Тетроде–Уилера–Фейнмана (ФШТУФ) [1–6] была разработана для описания электромагнитных взаимодействий между заряженными частицами со спином нуль. Возникает вопрос о расширении этого подхода на заряженные и нейтральные частицы со спином $1/2$, которые могут взаимодействовать электромагнитным образом благодаря наличию у них аномального магнитного момента. К числу последних относятся нейтрино и нейтроны, играющие важную роль в физических процессах, связанных с образованием Вселенной и ее свойствами. Кажется естественным искать ответ на поставленный вопрос в направлении суперсимметризации ФШТУФ-подхода, поскольку суперсимметрия является универсальным механизмом для введения спиновых степеней свободы. Решению этой задачи и посвящается данная работа.

В первом разделе кратко описывается ФШТУФ-подход и проводится суперсимметризация оригинальной ФШТУФ-электродинамики. В результате предлагаемого расширения уравнения Максвелла и Дирака записываются в виде суперполевого волнового уравнения для предпотенциала с суперполевым током, обобщающим электромагнитный ФШТУФ-ток.

Во втором разделе проводится обобщение ФШТУФ-подхода на нейтральные частицы со спином $1/2$. Это позволяет обобщить стандартный минимальный принцип включения электромагнитного взаимодействия на нейтральные суперчастицы [7].

В третьем разделе рассматривается функционал действия для заряженных суперчастиц, который в точности воспроизводит все интегральные представления для потенциалов и токов, предложенные в разделе 1. Далее строится суперсимметричный интеграл действия для нейтральных фермионов, взаимодействующих посредством их аномальных магнитных моментов (АММ). Рассматривается также общий случай, отвечающий взаимодействующим фермионам, несущим как электрический заряд, так и АММ. Строится соответствующий суперсимметричный интеграл действия.

В заключении обсуждаются возможности дальнейшего развития суперсимметризованного ФШТУФ-подхода.

1. СУПЕРСИММЕТРИЗАЦИЯ ТЕОРИИ ФОККЕРА–ШВАРЦШИЛЬДА–ТЕТРОДЕ–УИЛЕРА–ФЕЙНМАНА

В основе теории ФШТУФ, как известно, лежит вариационный принцип Фоккера для действия, которое в случае двух взаимодействующих частиц $(e_1, m_1, x^\mu(\eta))$ и $(e_2, m_2, y^\mu(\tau))$ можно записать в виде

$$S_{\text{ФШТУФ}} = m_1 \int d\eta \sqrt{\dot{x}^2} + m_2 \int d\tau \sqrt{\dot{y}^2} + e_1 e_2 \int d\eta \int d\tau \dot{x}^\mu \dot{y}_\mu \delta(s_0^2), \quad (1)$$

где η и τ – параметры собственного времени вдоль траекторий рассматриваемых частиц. В калибровке $\dot{x}^2 = 1$ уравнения движения Лоренца пробной частицы имеют вид

$$m_1 \ddot{x}^\mu = -e_1 \dot{x}_\nu v^{\nu\mu}, \quad (2)$$

где $v^{\mu\nu} = \partial^\mu a^\nu - \partial^\nu a^\mu$ – напряженность электромагнитного поля, которое генерируется частицей-источником $(e_2, m_2, y(\tau))$ ¹⁾ и автоматически удовлетворяет условию лоренцевой калибровки $\partial_\mu a^\mu = 0$,

$$a^\mu(x) = e \int d\tau \dot{y}^\mu(\tau) \delta(s_0^2). \quad (3)$$

Дифференцируя представление (3), используя тождество Дирака [8]

$$\square \delta(s_0^2) = -4\pi \delta^{(4)}(s_0^\mu) \quad (4)$$

и условие Лоренца, получим вторую пару уравнений Максвелла

$$\partial_\mu v^{\mu\nu}(x) = -4\pi j^\nu(x), \quad (5)$$

где ток в правой части (5) определяется хорошо известным выражением

$$j^\mu(x) = e \int d\tau \dot{y}^\mu \delta^{(4)}(s_0). \quad (6)$$

Уравнение (5) переписывается в форме уравнения Клейна–Гордона с источником

$$\square a_\mu(x) = \tilde{j}_\mu(x). \quad (7)$$

Его решение, выраженное через функцию Грина $G(x, y)$, представляется в виде

$$a_\mu(x) = \int d^4 y G(x, y) \tilde{j}_\mu(y), \quad (8)$$

$$\square G(x, y) = \delta^{(4)}(x^\mu - y^\mu) \equiv \delta^{(4)}(s_0^\mu) \Rightarrow G(x, y) = -\frac{1}{4\pi} \delta(s_0^2). \quad (9)$$

¹⁾Везде, где это не приводит к недоразумению, будем опускать индекс “2” у заряда и других характеристик частицы-источника в выражениях для полей, генерируемых этой частицей. Кроме того, если не указано обратного, операторы дифференцирования действуют на координаты пробной частицы.

После подстановки в выражение (8) тока $\tilde{j}_\mu = -4\pi j_\mu$ (6) и функции Грина (9) и интегрирования получим выражение (3) для потенциала $a_\mu(x)$.

С учетом (3) член, описывающий взаимодействие в действии (1), переписывается в хорошо известной форме действия для частицы во внешнем электромагнитном поле

$$S_{\text{int}} = e_1 \int d\eta \dot{x}^\mu a_\mu. \quad (10)$$

Подобная форма представления функционала действия окажется особенно полезной при построении суперсимметричных аналогов действия (1).

Для суперсимметризации ФШТУФ-теории расширим пространство Минковского x^μ до суперпространства, в котором суперчастица, находящаяся в точке наблюдения, описывается координатами $z^M = (x^\mu(\eta), \theta^\alpha(\eta), \bar{\theta}_{\dot{\alpha}}(\eta))$ и суперчастица-источник – координатами $\zeta^M = (y^\mu(\tau), \xi^\alpha(\tau), \bar{\xi}_{\dot{\alpha}}(\tau))$. Здесь θ^α и ξ^α – дополнительные грассмановы спинорные координаты частиц.

В суперпространстве роль дифференциальных элементов мировой линии суперчастицы играют инвариантные относительно преобразований суперсимметрии [9, 10, 7] формы Картана

$$\begin{aligned} d\eta\omega_\eta^M &\equiv (d\eta\omega_\eta^\mu, d\eta\dot{\theta}^\alpha, d\eta\dot{\bar{\theta}}_{\dot{\alpha}}), & \omega_\eta^\mu &= \dot{x}^\mu - i(\dot{\theta}\sigma^\mu\bar{\theta} - \theta\sigma^\mu\bar{\dot{\theta}}), \\ d\tau\omega_\tau^M &\equiv (d\tau\omega_\tau^\mu, d\tau\dot{\xi}^\alpha, d\tau\dot{\bar{\xi}}_{\dot{\alpha}}), & \omega_\tau^\mu &= \dot{y}^\mu - i(\dot{\xi}\sigma^\mu\bar{\xi} - \xi\sigma^\mu\bar{\dot{\xi}}). \end{aligned} \quad (11)$$

В суперсимметричных калибровочных теориях [10] роль потенциала (калибровочной связности) a^μ играет набор суперполей $A^M(x, \theta, \bar{\theta}) = (A^\mu, A^\alpha, \bar{A}_{\dot{\alpha}})$, которые удлиняют суперсимметричные ковариантные производные

$$\nabla^M = D^M + eA^M, \quad (12)$$

$$D_\mu \equiv \partial_\mu, \quad D_\alpha \equiv \frac{\partial}{\partial\theta^\alpha} + i(\sigma^\rho\bar{\theta})_\alpha\partial_\rho, \quad \bar{D}_{\dot{\alpha}} \equiv -\frac{\partial}{\partial\bar{\theta}^{\dot{\alpha}}} - i(\theta\sigma^\rho)_{\dot{\alpha}}\partial_\rho. \quad (13)$$

На калибровочно-инвариантные напряженности F_{MN} , построенные из A_M ,

$$F_{MN} = D_M A_N - (-1)^{MN} D_N A_M - T_{MN}{}^R A_R \quad (14)$$

накладываются связи [10]

$$F_{\alpha\beta} = F_{\dot{\alpha}\dot{\beta}} = 0, \quad (15)$$

$$F_{\alpha\dot{\beta}} = 0, \quad (16)$$

которые устраняют нефизические поля из F_{MN} . Эти связи сужают выбор интегральных представлений для суперполей A_M , являющихся суперсимметричным обобщением электромагнитного потенциала a_μ (3).

Построение искомых интегральных представлений для A_M начнем со спинорных потенциалов A^α и $\bar{A}_{\dot{\alpha}}$, удовлетворяющих связям (15) и (16). Для этого перейдем от обычного релятивистского интервала s_0^μ к суперсимметричным интервалам s^μ , Δ^α , $\bar{\Delta}_{\dot{\alpha}}$, которые можно использовать для построения суперсвязностей в форме, аналогичной (3),

$$s^\mu = x^\mu - y^\mu - i(\theta\sigma^\mu\bar{\xi} - \xi\sigma^\mu\bar{\theta}), \quad (17)$$

$$\Delta^\alpha = \theta^\alpha - \xi^\alpha, \quad \bar{\Delta}_{\dot{\alpha}} = \bar{\theta}_{\dot{\alpha}} - \bar{\xi}_{\dot{\alpha}}. \quad (18)$$

Для получения связностей A^α и $\bar{A}_{\dot{\alpha}}$, удовлетворяющих связям (15), удобно перейти от обычных координат z^M и ζ^M к киральным наборам координат

$$\begin{aligned} z_L^\mu &= (x_L^\mu \equiv x^\mu + i\theta\sigma^\mu\bar{\theta}, \theta^\alpha), & z_R^\mu &= (x_R^\mu \equiv x^\mu - i\theta\sigma^\mu\bar{\theta}, \bar{\theta}_{\dot{\alpha}}), \\ \zeta_L^\mu &= (y_L^\mu \equiv y^\mu + i\xi\sigma^\mu\bar{\xi}, \xi^\alpha), & \zeta_R^\mu &= (y_R^\mu \equiv y^\mu - i\xi\sigma^\mu\bar{\xi}, \bar{\xi}_{\dot{\alpha}}) \end{aligned} \quad (19)$$

и искать представление для спинорных потенциалов в виде киральных функций

$$D_\alpha A_\beta(x_R, \bar{\theta}) = 0, \quad \bar{D}_{\dot{\alpha}} \bar{A}_{\dot{\beta}}(x_L, \theta) = 0. \quad (20)$$

В координатах (19) легко построить киральные векторные интервалы

$$\begin{aligned} s_L^\mu &= x_L^\mu - y_R^\mu - 2i\theta\sigma^\mu\bar{\xi} = s^\mu + i\Delta\sigma^\mu\bar{\Delta}, \\ s_R^\mu &= x_R^\mu - y_L^\mu + 2i\xi\sigma^\mu\bar{\theta} = s^\mu - i\Delta\sigma^\mu\bar{\Delta}, \end{aligned} \quad (21)$$

которые можно использовать в качестве аргументов δ -функций ($\delta(s_L^2)$ и $\delta(s_R^2)$) в интегральных представлениях для суперполей $A^M = (A^\mu, A^\alpha, \bar{A}_{\dot{\alpha}})$.

С учетом вышесказанного представление для A_α будем искать в виде [11]

$$A_\alpha(x_R, \bar{\theta}) = e \int d\tau \hat{\mathcal{K}}_\alpha \left(\bar{\Delta}, \omega_\tau^\mu, \dot{\xi}^\alpha, \dot{\bar{\xi}}_{\dot{\alpha}} \right) \delta(s_R^2), \quad (22)$$

причем каждое слагаемое ядра $\hat{\mathcal{K}}_\alpha$ содержит какую-либо из “скоростей” $\omega_\tau^\mu, \dot{\xi}^\alpha, \dot{\bar{\xi}}_{\dot{\alpha}}$ и линейно по ней. Ядро $\hat{\mathcal{K}}_\alpha$, вообще говоря, является оператором и может содержать ∂_μ в любой степени. Используя нильпотентность алгебры грассмановых спиноров и размерные соображения, найдем для $\hat{\mathcal{K}}_\alpha$ только две подходящие комбинации инвариантов: $\omega_{\tau\mu}(\sigma^\mu\bar{\Delta})_\alpha$ и $\dot{\xi}_\alpha\bar{\Delta}\bar{\Delta} \equiv \dot{\xi}_\alpha\bar{\Delta}_{\dot{\beta}}\bar{\Delta}^{\dot{\beta}2}$. Соответственно для A_α (22) получим

$$A_\alpha(x_R, \bar{\theta}) = e \int d\tau \left(\omega_{\tau\mu} \sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu \bar{\Delta}^{\dot{\alpha}} + 2i\dot{\xi}_\alpha \bar{\Delta}\bar{\Delta} \right) \delta(s_R^2) \quad (23)$$

и комплексно-сопряженное (23) выражение для $\bar{A}_{\dot{\alpha}} = -(A_\alpha)^*$. Выбор относительных коэффициентов в $\hat{\mathcal{K}}_\alpha$ связан с выбором калибровки и оправдывается ходом дальнейших рассуждений.

Оставшуюся связь (16) легко удовлетворить, если выбрать представление для A_μ в виде

$$A_\mu = -\frac{i}{4} \tilde{\sigma}_\mu^{\dot{\alpha}\alpha} (D_\alpha \bar{A}_{\dot{\alpha}} + \bar{D}_{\dot{\alpha}} A_\alpha). \quad (24)$$

После подстановки (23) в (24) векторный суперпотенциал представится в интегральной форме

$$\begin{aligned} A_\mu = -ie \int d\tau \Big\{ & \omega_{\tau\mu} - \varepsilon_{\mu\nu\rho\lambda} \omega_\tau^\nu (\Delta\sigma^\rho\bar{\Delta}) \partial^\lambda + i \left(\Delta\sigma_\mu \dot{\bar{\xi}} \right) - \\ & - i \left(\dot{\xi} \sigma_\mu \bar{\Delta} \right) + \frac{1}{4} \Delta\Delta\bar{\Delta}\bar{\Delta} \omega_\tau^\nu (\partial_\mu \partial_\nu - \eta_{\mu\nu} \square) + \\ & + \left[\Delta\Delta \left(\dot{\bar{\xi}} \tilde{\sigma}_{\mu\rho} \bar{\Delta} \right) + \left(\dot{\xi} \sigma_{\mu\rho} \Delta \right) \bar{\Delta} \bar{\Delta} \right] \partial^\rho \Big\} \delta(s^2), \end{aligned} \quad (25)$$

²⁾ Все соглашения, касающиеся формы записи используемых выражений, совпадают с соглашениями, принятыми в [10].

удовлетворяющей суперполевоу обобщению условия лоренцевой калибровки $\partial_\mu A^\mu(x, \theta, \bar{\theta}) = 0$. При выводе этого представления мы использовали выражение $\delta(s_L^2)$ и $\delta(s_R^2)$ через $\delta(s^2)$ и ее производные:

$$\begin{aligned}\delta(s_L^2) &= \delta(s^2) + i\Delta\sigma^\mu\bar{\Delta}\partial_\mu\delta(s^2) + \frac{1}{4}\Delta\Delta\bar{\Delta}\bar{\Delta}\square\delta(s^2), \\ \delta(s_R^2) &= \delta(s^2) - i\Delta\sigma^\mu\bar{\Delta}\partial_\mu\delta(s^2) + \frac{1}{4}\Delta\Delta\bar{\Delta}\bar{\Delta}\square\delta(s^2).\end{aligned}$$

С учетом тождеств Бьянки все ненулевые компоненты F_{MN} выражаются через киральные спинорные суперполя W^α и $\bar{W}_{\dot{\alpha}}$ [10]:

$$F_{\mu\alpha} = i\sigma_{\mu\alpha\dot{\beta}}\bar{W}^{\dot{\beta}}, \quad F_{\mu\dot{\alpha}} = iW^\beta\sigma_{\mu\beta\dot{\alpha}}, \quad F_{\mu\nu} = -\frac{1}{2}(\bar{D}\tilde{\sigma}_{\mu\nu}\bar{W} - D\sigma_{\mu\nu}W), \quad (26)$$

которые, в свою очередь, ограничены дополнительными условиями

$$D_\alpha\bar{W}_{\dot{\alpha}} = \bar{D}_{\dot{\alpha}}W_\alpha = 0, \quad D^\alpha W_\alpha - \bar{D}_{\dot{\alpha}}\bar{W}^{\dot{\alpha}} = 0. \quad (27)$$

Разложение суперполей W_α и $\bar{W}^{\dot{\alpha}} = (W^\alpha)^*$ в ряд по степеням $\theta^\alpha, \bar{\theta}_{\dot{\alpha}}$ дает набор компонентных полей максвелловского супермультиплета и в киральных переменных (19) представляется в форме общего решения уравнений (27):

$$\begin{aligned}W_\alpha &= -i\lambda_\alpha(x_L) + \left\{ \delta_\alpha^\beta D(x_L) - \right. \\ &\quad \left. - i(\sigma^{\mu\nu})_\alpha{}^\beta [\partial_\mu v_\nu(x_L) - \partial_\nu v_\mu(x_L)] \right\} \theta_\beta + \theta\theta\partial_{\alpha\dot{\alpha}}\bar{\lambda}^{\dot{\alpha}}(x_L),\end{aligned} \quad (28)$$

где $\partial_{\alpha\dot{\alpha}} \equiv \sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu\partial_\mu$ и $\sigma^{\mu\nu} \equiv \frac{1}{4}(\sigma^\mu\tilde{\sigma}^\nu - \sigma^\nu\tilde{\sigma}^\mu)$.

Получим теперь интегральные представления для полей W^α и $\bar{W}^{\dot{\alpha}} = (W^\alpha)^*$ (28). Из (26) с учетом (20) имеем

$$W^\alpha \equiv \frac{i}{4}F_{\mu\dot{\alpha}}\tilde{\sigma}^{\mu\dot{\alpha}\alpha} = \frac{1}{8}\bar{D}_{\dot{\beta}}\bar{D}^{\dot{\beta}}A^\alpha + \frac{i}{2}\partial^{\dot{\alpha}\alpha}\bar{A}_{\dot{\alpha}}. \quad (29)$$

После подстановки в (29) выражений (23) найдем искомое представление для W^α

$$\begin{aligned}W^\alpha &= -ie \int d\tau \left\{ \xi^\alpha + i\dot{\xi}^\alpha\Delta\sigma^\mu\bar{\Delta}\partial_\mu + \frac{1}{4}\dot{\xi}^\alpha\Delta\Delta\bar{\Delta}\bar{\Delta}\square + \right. \\ &\quad \left. + \omega_{\tau\mu} \left[2(\Delta\sigma^{\mu\nu})^\alpha{}_\nu - \frac{i}{2}\Delta\Delta(\bar{\Delta}\tilde{\sigma}_\nu)^\alpha(\partial^\mu\partial^\nu - \eta^{\mu\nu}\square) \right] - \right. \\ &\quad \left. - i\Delta\Delta\left(\dot{\xi}\tilde{\sigma}_\mu\right)^\alpha\partial^\mu \right\} \delta(s^2).\end{aligned} \quad (30)$$

Суперполя W^α и $\bar{W}_{\dot{\alpha}}$ естественно использовать для построения суперсимметричного обобщения электромагнитного тока (6)

$$-4\pi\mathcal{J} = D^\alpha W_\alpha + \bar{D}_{\dot{\alpha}}\bar{W}^{\dot{\alpha}} = i\partial^{\dot{\alpha}\alpha}(\bar{D}_{\dot{\alpha}}A_\alpha - D_\alpha\bar{A}_{\dot{\alpha}}). \quad (31)$$

Правая часть этого выражения после подстановки представлений для суперпотенциалов A^α и $\bar{A}_\alpha$ из (23) может быть переписана в форме $\square\Phi(x, \theta, \bar{\theta})$, где Φ – скалярное действительное суперполе. Отметим, что выбор относительных коэффициентов в (23) был сделан исходя из требования представимости тока в виде даламбериана от некоторого скалярного суперполя, т.е. так, чтобы выполнялось соотношение

$$i\partial^{\dot{\alpha}\alpha} (\bar{D}_{\dot{\alpha}} A_\alpha - D_\alpha \bar{A}_{\dot{\alpha}}) = \square\Phi(x, \theta, \bar{\theta}). \quad (32)$$

Подстановка (23) в соотношение (32) дает интегральное представление для суперполя $\Phi(x, \theta, \bar{\theta})$ в виде

$$\begin{aligned} \Phi &= -2e \int d\tau \left\{ \omega_\tau^\mu \Delta \sigma_\mu \bar{\Delta} [\delta(s_L^2) + \delta(s_R^2)] + 2i\dot{\xi} \Delta \bar{\Delta} \bar{\Delta} \delta(s_R^2) - 2i\Delta \Delta \dot{\bar{\xi}} \bar{\Delta} \delta(s_L^2) \right\} = \\ &= -4e \int d\tau \left[\omega_\tau^\mu (\Delta \sigma_\mu \bar{\Delta}) + i \left(\dot{\xi} \Delta \right) \bar{\Delta} \bar{\Delta} - i \Delta \Delta \left(\dot{\bar{\xi}} \bar{\Delta} \right) \right] \delta(s^2). \end{aligned} \quad (33)$$

Учет фундаментального свойства интервала (21) вместе с представлением (33) позволяет переписать уравнение (31) в форме суперполевого волнового уравнения

$$\square\Phi(x, \theta, \bar{\theta}) = -4\pi\mathcal{J}(x, \theta, \bar{\theta}) \quad (34)$$

с суперполевым током $\mathcal{J}(x, \theta, \bar{\theta})$, определяемым выражением

$$\mathcal{J} = -4e \int d\tau \left[\omega_\tau^\mu (\Delta \sigma_\mu \bar{\Delta}) + i \left(\dot{\xi} \Delta \right) \bar{\Delta} \bar{\Delta} - i \Delta \Delta \left(\dot{\bar{\xi}} \bar{\Delta} \right) \right] \delta^{(4)}(s^\nu). \quad (35)$$

Волновое уравнение (34) можно рассматривать как безмассовое уравнение Клейна–Гордона, которое является суперсимметричным обобщением уравнения (7). Тогда соответствующая суперсимметричная функция Грина определяется как решение уравнения

$$\square G(x, \theta, \bar{\theta}, y, \xi, \bar{\xi}) = \delta^{(4)}(s^\mu) \delta^{(2)}(\Delta^\alpha) \delta^{(2)}(\bar{\Delta}_{\dot{\alpha}}), \quad (36)$$

откуда находим, что

$$G(z, \zeta) \equiv G(x, \theta, \bar{\theta}, y, \xi, \bar{\xi}) = -\frac{1}{4\pi} \delta(s^2) \delta^{(2)}(\Delta^\alpha) \delta^{(2)}(\bar{\Delta}_{\dot{\alpha}}). \quad (37)$$

С учетом этого представления скалярное суперполе Φ может быть получено из выражения для тока $\mathcal{J}$ (35) после интегрирования по суперобъему вместе с суперсимметричной функцией Грина (37)³⁾

$$\Phi(z) \equiv \Phi(x, \theta, \bar{\theta}) = \int d^8\zeta G(z, \zeta) \mathcal{J}(\zeta) = \int d^4y d^2\xi d^2\bar{\xi} G(x, \theta, \bar{\theta}, y, \xi, \bar{\xi}) \mathcal{J}(y, \xi, \bar{\xi}).$$

Это рассуждение показывает, что поле $\Phi(x, \theta, \bar{\theta})$ может рассматриваться как суперполево обобщение электромагнитного потенциала (3). Соответственно уравнение (34)

³⁾ Это верно для любых суперполей Φ и $\mathcal{J}$, подчиняющихся волновому уравнению $\square\Phi = -4\pi\mathcal{J}$, лишь бы в интегральном представлении $\mathcal{J}(x, \theta, \bar{\theta})$ только δ -функция зависела от y^μ .

можно считать суперполевым обобщением уравнения Максвелла (5) в лоренцевой калибровке, а поле $\Phi(x, \theta, \bar{\theta})$ – имеющим смысл предпотенциала $V(x, \theta, \bar{\theta})$ [10], вычисленного в калибровке

$$\{DD, \bar{D}\bar{D}\}V = 0 \Rightarrow V(x, \theta, \bar{\theta}) = \frac{1}{4}\Phi(x, \theta, \bar{\theta}). \quad (38)$$

После разложения в ряд по степеням θ выражения (38) и перехода к обозначениям (28) для компонентных полей максвелловского супермультиплета получим набор соотношений, фиксирующих калибровку,

$$\begin{aligned} \partial^{\dot{\alpha}\alpha}\chi_\alpha(x) &= i\bar{\lambda}^{\dot{\alpha}}(x), & \partial^{\dot{\alpha}\alpha}\bar{\chi}_{\dot{\alpha}}(x) &= -i\lambda^\alpha(x), \\ \square C(x) &= -D(x), & M(x) &= N(x) = 0, & \partial_\mu v^\mu(x) &= 0 \end{aligned} \quad (39)$$

для компонентных полей $\chi, \bar{\chi}, C, M, N, v$ предпотенциала $V(x, \theta, \bar{\theta})$. Теперь с помощью выражений (39) можно записать компонентное разложение этого суперполя в виде

$$\begin{aligned} V(x, \theta, \bar{\theta}) &= \frac{1}{4}\Phi(x, \theta, \bar{\theta}) = -\square^{-1}D - \theta^\alpha(\partial^{-1})_{\alpha\dot{\beta}}\bar{\lambda}^{\dot{\beta}} - i\bar{\theta}_{\dot{\alpha}}(\partial^{-1})^{\dot{\alpha}\beta}\lambda_\beta - \\ &\quad - (\theta\sigma_\rho\bar{\theta})v^\rho + \frac{i}{2}\theta\bar{\theta}\bar{\chi}_{\dot{\alpha}}\bar{\lambda}^{\dot{\alpha}} - \frac{i}{2}\bar{\theta}\bar{\theta}\theta^\alpha\lambda_\alpha + \frac{1}{4}\theta\bar{\theta}\bar{\theta}D. \end{aligned} \quad (40)$$

Сравнивая разложение предпотенциала $\Phi(x, \theta, \bar{\theta})$ (33) по степеням θ с разложением (40), получим интегральные представления для всех компонентных полей супермультиплета Максвелла: электромагнитного поля $v^\mu(x)$, спинорного поля фотино $\lambda^\alpha(x)$ и вспомогательного поля $D(x)$. Представление для максвелловского поля $v_\mu(x)$ удобно рассматривать как нулевой член в разложении суперпотенциала $A_\mu(x, \theta, \bar{\theta})$ (25):

$$\begin{aligned} v_\mu(x) &= iA_\mu|_{\theta=0} = e \int d\tau \left\{ \dot{y}_\mu - \varepsilon_{\mu\nu\rho\lambda}\dot{y}^\nu(\xi\sigma^\rho\bar{\xi})\partial^\lambda + \right. \\ &\quad \left. + \left[\xi\xi \left(\dot{\xi}\tilde{\sigma}_{\mu\rho}\bar{\xi} \right) + \left(\dot{\xi}\tilde{\sigma}_{\mu\rho}\xi \right) \bar{\xi}\bar{\xi} \right] \partial^\rho + \frac{1}{4}\xi\xi\bar{\xi}\bar{\xi}\dot{y}^\nu(\partial_\mu\partial_\nu - \eta_{\mu\nu}\square) \right\} \delta(s_0^2). \end{aligned} \quad (41)$$

Для нахождения интегрального представления спинорного поля фотино $\lambda^\alpha(x)$ воспользуемся представлением (30) для суперполевого напряженности W^α

$$\begin{aligned} \lambda^\alpha(x) &= iW^\alpha|_{\theta=0} = e \int d\tau \left\{ \dot{\xi}^\alpha - i\xi\xi(\bar{\xi}\tilde{\sigma}_\mu)^\alpha\partial^\mu + \frac{i}{2}\xi\xi\left(\dot{\xi}\tilde{\sigma}_\mu\right)^\alpha\partial^\mu - \frac{1}{2}\dot{\xi}^\alpha\xi\xi\bar{\xi}\bar{\xi}\square + \right. \\ &\quad \left. + \dot{y}_\mu \left[-2(\xi\sigma^{\mu\nu})^\alpha\partial_\nu + \frac{i}{2}\xi\xi(\bar{\xi}\tilde{\sigma}_\nu)^\alpha(\partial^\mu\partial^\nu - \eta^{\mu\nu}\square) \right] \right\} \delta(s_0^2). \end{aligned} \quad (42)$$

Представление для $\bar{\lambda}_{\dot{\alpha}}$, очевидно, определяется как комплексно-сопряженное к (42) $\bar{\lambda}_{\dot{\alpha}} = (\lambda_\alpha)^*$. Наконец, интегральное представление поля $D(x)$ получим из нулевого члена компонентного разложения поля Φ

$$D(x) = -\frac{1}{4}\square\Phi|_{\theta=0} = e \int d\tau \left[\dot{y}_\mu(\xi\sigma^\mu\bar{\xi}) - i\xi\xi\left(\dot{\xi}\bar{\xi}\right) + i(\dot{\xi}\xi)\bar{\xi}\bar{\xi}\square \right] \delta(s_0^2). \quad (43)$$

Поля v^μ (41) и λ^α (42) удовлетворяют уравнениям Максвелла и Вейля с токами

$$\square v^\mu(x) = -4\pi j^{(2)\mu}(x), \quad \partial^\mu v_\mu(x) = 0, \quad \partial_{\alpha\dot{\alpha}}\bar{\lambda}^{\dot{\alpha}}(x) = -4\pi j_\alpha^{(1)}(x), \quad (44)$$

а вспомогательное поле удовлетворяет условию $D(x) = -4\pi j^{(0)}$. Указанные уравнения следуют из компонентного разложения суперполевого уравнения (34) после подстановки в него представления (33) и использования компонентного разложения для супертока $\mathcal{J}$:

$$\begin{aligned} \mathcal{J} = & -4j^{(0)} + 4\theta^\alpha j_\alpha^{(1)} - 4\bar{\theta}_{\dot{\alpha}} \bar{j}^{\dot{\alpha}(1)} - 4(\theta\sigma_\rho\bar{\theta})j^{(2)\rho} - \\ & - 2i\theta\theta\bar{\theta}_{\dot{\alpha}}\partial^{\dot{\alpha}\alpha}j_\alpha^{(1)} + 2i\bar{\theta}\bar{\theta}\theta^\alpha\partial_{\alpha\dot{\alpha}}\bar{j}^{(1)\dot{\alpha}} + \theta\theta\bar{\theta}\bar{\theta}\square j^{(0)}. \end{aligned} \quad (45)$$

Интегральные представления компонент этого токового мультиплета находятся сравнением разложения (45) с интегральным представлением для $\mathcal{J}$ (35). В результате для векторной компоненты $j_\mu^{(2)}(x)$ супертока $\mathcal{J}$ (35) получим интегральное представление

$$\begin{aligned} j_\mu^{(2)} = e \int d\tau \left\{ \dot{y}_\mu - \varepsilon_{\mu\nu\rho\lambda} \dot{y}^\nu (\xi\sigma^\rho\bar{\xi})\partial^\lambda + \frac{1}{4}\xi\xi\bar{\xi}\bar{\xi}\dot{y}^\nu (\partial_\mu\partial_\nu - \eta_{\mu\nu}\square) + \right. \\ \left. + \left[\xi\xi \left(\tilde{\xi}\tilde{\sigma}_{\mu\rho}\bar{\xi} \right) + (\dot{\xi}\sigma_{\mu\rho}\xi)\bar{\xi}\bar{\xi} \right] \partial^\rho \right\} \delta^{(4)}(s_0), \end{aligned} \quad (46)$$

которое обобщает представление для электромагнитного тока (6) в подходе ФШТУФ. Полученный ток, очевидно, является сохраняющимся: $\partial^\mu j_\mu^{(2)} = 0$.

Интегральное представление спинорной компоненты $j_\alpha^{(1)}$ супертока $\mathcal{J}$ (35) имеет вид

$$\begin{aligned} j_\alpha^{(1)} = e \int d\tau \left\{ \dot{y}_\mu \left[(\sigma^\mu\bar{\xi})_\alpha - \frac{i}{2}\xi_\alpha\bar{\xi}\bar{\xi}\partial^\mu - i(\sigma^\mu\rho\xi)_\alpha\bar{\xi}\bar{\xi}\partial_\rho \right] + \right. \\ \left. + i\dot{\xi}_\alpha\bar{\xi}\bar{\xi} - \frac{1}{2}(\sigma^\rho\dot{\xi})_\alpha \xi\xi\bar{\xi}\bar{\xi}\partial_\rho \right\} \delta^{(4)}(s_0). \end{aligned}$$

Выражение для комплексно-сопряженного тока $\bar{j}_{\dot{\alpha}}^{(1)} = (j_\alpha^{(1)})^*$ получается аналогично.

2. ПОЛЯ И ТОКИ НЕЙТРАЛЬНОЙ СУПЕРЧАСТИЦЫ

Рассмотрим теперь суперчастицу, которая является электрически нейтральной, но обладает аномальным магнитным моментом μ . Теория ФШТУФ не давала возможности описывать взаимодействие таких частиц.

Построение обобщенной теории, как и в разделе 1, начнем с выбора связностей A_M , автоматически удовлетворяющих связям (15) и (16). При использовании киральных интервалов решение задачи опять сводится к нахождению ядра интегрального представления

$$A_\alpha(x, \theta, \bar{\theta}) = \mu \int d\tau \hat{\mathcal{K}}_\alpha^{(\mu)} \left(\bar{\Delta}, \omega_\tau^\mu, \dot{\xi}^\alpha, \dot{\bar{\xi}}_{\dot{\alpha}} \right) \delta(s_R^2), \quad (47)$$

где μ – константа размерности длины (при $\hbar = c = 1$), которой приписывается физический смысл АММ частицы. Требования к виду ядра $\hat{\mathcal{K}}_\alpha^{(\mu)}$ те же, что и для $\hat{\mathcal{K}}_\alpha^{(e)}$ (22), но размерность его, очевидно, должна быть другой. Это ядро в отличие от ядра $\hat{\mathcal{K}}_\alpha^{(e)}$ (см. (23)) будет содержать слагаемое с векторной производной

$$A_\alpha = \mu \int d\tau \left[\dot{\xi}_\alpha - i\bar{\xi}^{\dot{\alpha}}\bar{\Delta}\partial_{\alpha\dot{\alpha}} \right] \delta(s_R^2) \quad (48)$$

и $\bar{A}_{\dot{\alpha}} = -(A_{\alpha})^*$. Киральный характер полученных потенциалов (48) очевиден. Представление для векторной компоненты суперсвязности вновь найдем из уравнений связи (16)

$$A_{\mu} = \mu \int d\tau \left[2 \left(\dot{\xi} \sigma_{\nu\mu} \Delta - \bar{\Delta} \tilde{\sigma}_{\mu\nu} \dot{\bar{\xi}} \right) \partial^{\nu} - \frac{i}{2} \left(\Delta \Delta \dot{\xi} \sigma^{\rho} \bar{\Delta} + \bar{\Delta} \bar{\Delta} \Delta \sigma^{\rho} \dot{\bar{\xi}} \right) (\partial_{\rho} \partial_{\mu} - \eta_{\rho\mu} \square) \right] \delta(s^2). \quad (49)$$

Выбор коэффициентов в (48) был фиксирован условием лоренцевой калибровки.

Таким образом, мы снова получили теорию, в которой выполняются связи (15) и (16). Спинорные напряженности W^{α} и $\bar{W}^{\dot{\alpha}} = (W^{\alpha})^*$ получим, подставляя в (29) представление (48) для потенциалов A^{α} и $\bar{A}^{\dot{\alpha}}$:

$$\begin{aligned} W^{\alpha} &= -\mu \int d\tau \left[i \dot{\xi}_{\dot{\alpha}} \partial^{\dot{\alpha}\alpha} \delta(s_L^2) + \dot{\xi}^{\alpha} \Delta \Delta \square \delta(s_R^2) \right] = \\ &= -\mu \int d\tau \left[\dot{\xi}^{\alpha} \Delta \Delta \square + \dot{\xi}_{\dot{\alpha}} \left(i \partial^{\dot{\alpha}\alpha} + \bar{\Delta}^{\dot{\beta}} \Delta^{\beta} \partial^{\dot{\alpha}\alpha} \partial_{\dot{\beta}\beta} + \frac{i}{4} \Delta \Delta \bar{\Delta} \bar{\Delta} \partial^{\dot{\alpha}\alpha} \square \right) \right] \delta(s^2). \end{aligned} \quad (50)$$

Подстановка (48) в соотношение (31) приводит к волновому уравнению (34), в котором поле Φ имеет смысл предпотенциала, вычисленного в калибровке (38),

$$\begin{aligned} \Phi = 4V &= -4\mu \int d\tau \left[\dot{\xi} \Delta \delta(s_R^2) + \dot{\bar{\xi}} \bar{\Delta} \delta(s_L^2) \right] = \\ &= -2\mu \int d\tau \left[2 \left(\dot{\xi} \Delta + \dot{\bar{\xi}} \bar{\Delta} \right) + i \left(\Delta \Delta \dot{\xi} \sigma^{\mu} \bar{\Delta} - \bar{\Delta} \bar{\Delta} \Delta \sigma^{\mu} \dot{\bar{\xi}} \right) \partial_{\mu} \right] \delta(s^2). \end{aligned} \quad (51)$$

Используя тождество (4), найдем интегральное представление для суперполевого тока

$$\begin{aligned} \mathcal{J}(x, \theta, \bar{\theta}) &= -4\mu \int d\tau \left[\dot{\xi} \Delta \delta^{(4)}(s_R) + \dot{\bar{\xi}} \bar{\Delta} \delta^{(4)}(s_L) \right] = \\ &= -2\mu \int d\tau \left[2 \left(\dot{\xi} \Delta + \dot{\bar{\xi}} \bar{\Delta} \right) + i \left(\Delta \Delta \dot{\xi} \sigma^{\mu} \bar{\Delta} - \bar{\Delta} \bar{\Delta} \Delta \sigma^{\mu} \dot{\bar{\xi}} \right) \partial_{\mu} \right] \delta^{(4)}(s). \end{aligned} \quad (52)$$

Представление предпотенциала в форме (51) фиксирует калибровку, определяемую соотношениями (38), (39), поэтому для нахождения интегральных представлений компонентных полей и токов можно воспользоваться разложениями (40) и (45). В результате получим искомые интегральные представления для полей и токов максвелловского супермультиплета, обобщающие ФШТУФ-представления (3) и (6) на случай нейтральных

фермионов,

$$v_\nu = \mu \int d\tau \left[-2i \left(\dot{\xi} \sigma_{\mu\nu} \xi - \bar{\xi} \tilde{\sigma}_{\nu\mu} \dot{\bar{\xi}} \right) \partial^\mu + \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \left(\xi \xi \dot{\xi} \sigma^\rho \bar{\xi} + \bar{\xi} \bar{\xi} \dot{\xi} \sigma^\rho \xi \right) (\eta_{\rho\nu} \square - \partial_\rho \partial_\nu) \right] \delta(s_0^2), \quad (53)$$

$$\lambda^\alpha = \mu \int d\tau \left[-i \dot{\xi}^\alpha \xi \xi \square + \dot{\bar{\xi}}_{\dot{\alpha}} \left(\partial^{\dot{\alpha}\alpha} + i \xi^\beta \bar{\xi}^{\dot{\beta}} \partial^{\dot{\alpha}\alpha} \partial_{\dot{\beta}\beta} + \frac{1}{4} \xi \xi \bar{\xi} \bar{\xi} \partial^{\dot{\alpha}\alpha} \square \right) \right] \delta(s_0^2), \quad (54)$$

$$D = -\frac{1}{2} \mu \int d\tau \left[2 \left(\dot{\xi} \xi + \dot{\bar{\xi}} \bar{\xi} \right) + i \left(\xi \xi \dot{\xi} \sigma^\mu \bar{\xi} - \bar{\xi} \bar{\xi} \dot{\xi} \sigma^\mu \xi \right) \partial_\mu \right] \square \delta(s_0^2), \quad (55)$$

$$j_\nu^{(2)} = \mu \int d\tau \left[-2i \left(\dot{\xi} \sigma_{\mu\nu} \xi - \bar{\xi} \tilde{\sigma}_{\nu\mu} \dot{\bar{\xi}} \right) \partial^\mu + \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \left(\xi \xi \dot{\xi} \sigma^\rho \bar{\xi} + \bar{\xi} \bar{\xi} \dot{\xi} \sigma^\rho \xi \right) (\eta_{\rho\nu} \square - \partial_\rho \partial_\nu) \right] \delta^{(4)}(s_0), \quad (56)$$

$$j_\alpha^{(1)} = \mu \int d\tau \left[i \dot{\bar{\xi}}^{\dot{\alpha}} \bar{\xi} \bar{\xi} \partial_{\dot{\alpha}\alpha} - \dot{\xi}_\alpha \left(1 - i \xi \partial \bar{\xi} + \frac{1}{4} \xi \xi \bar{\xi} \bar{\xi} \square \right) \right] \delta^{(4)}(s_0). \quad (57)$$

Эти поля и токи, очевидно, подчиняются уравнениям Максвелла и Дирака (44).

3. ДЕЙСТВИЕ ДЛЯ СИСТЕМЫ ЗАРЯЖЕННЫХ СУПЕРЧАСТИЦ С АНОМАЛЬНЫМ МАГНИТНЫМ МОМЕНТОМ В ОБОБЩЕННОМ ПОДХОДЕ ФШТУФ

Выберем действие свободной суперчастицы в виде [12]

$$S_{\text{free}} = \frac{1}{2} \int d\eta \left(\frac{\omega_\eta^\mu \omega_{\eta\mu}}{g_\eta} + g_\eta m_1^2 \right), \quad (58)$$

где g_η – айнбайн на мировой траектории суперчастицы.

Для описания взаимодействия двух заряженных суперчастиц используем суперсимметричное обобщение [13] действия для частицы во внешнем электромагнитном поле (10)

$$S_{\text{int}}^{(ee)} = ie_1 \int d\eta \omega_\eta^M A_M \equiv ie_1 \int d\eta \left(\omega_\eta^\mu A_\mu + \dot{\theta}^\alpha A_\alpha + \dot{\bar{\theta}}_{\dot{\alpha}} \bar{A}^{\dot{\alpha}} \right). \quad (59)$$

После подстановки в (59) представлений (23) и (25) для потенциалов A_M получим функционал действия двух взаимодействующих заряженных суперчастиц

$$S_{\text{int}}^{(ee)} = ie_1 e_2 \int d\eta \int d\tau \left\{ \dot{\theta}^\alpha \left[\omega_{\tau\mu} (\sigma^\mu \bar{\Delta})_\alpha (1 - i \Delta \partial \bar{\Delta}) + 2i \dot{\xi}_\alpha \bar{\Delta} \bar{\Delta} \right] + \right. \\ \left. + \left[\omega_{\tau\mu} (\Delta \sigma^\mu)_{\dot{\alpha}} (-1 - i \Delta \partial \bar{\Delta}) + 2i \dot{\bar{\xi}}_{\dot{\alpha}} \Delta \Delta \right] \dot{\bar{\theta}}^{\dot{\alpha}} + \right. \\ \left. + \omega_\eta^\mu \left[\omega_\tau^\nu \left(-i \eta_{\mu\nu} + i \varepsilon_{\mu\nu\rho\lambda} (\Delta \sigma^\rho \bar{\Delta}) \partial^\lambda - \frac{1}{4} \Delta \Delta \bar{\Delta} \bar{\Delta} \eta_{\mu\nu} \square \right) - \right. \right. \\ \left. \left. - \dot{\xi} \sigma_\mu \bar{\Delta} + \Delta \sigma_\mu \dot{\bar{\xi}} + i \left(\dot{\xi} \sigma_\mu \bar{\Delta} + \Delta \sigma_\mu \dot{\bar{\xi}} \right) \Delta \partial \bar{\Delta} \right] \right\} \delta(s^2), \quad (60)$$

зависящий только от координат z^M, ζ^M и скоростей $\omega_\eta^M, \omega_\tau^M$ этих суперчастиц.

Переходя к описанию нейтральных суперчастиц с АММ, напомним, что соответствующая константа взаимодействия μ имеет размерность длины. Поэтому действие S_{int} будет иметь правильную размерность, если использовать в нем “свертку” обобщенных скоростей пробной частицы не с потенциалами, а с напряженностями полей⁴⁾. Характерными суперполевыми напряженностями теории являются спинорные поля W^α и $\bar{W}_{\dot{\alpha}}$, поэтому действие естественно выбрать в виде [7]

$$S_{\text{int}}^{(\mu\mu)} = -\mu_1 \int d\eta \left(\dot{\theta}^\alpha W_\alpha + \dot{\bar{\theta}}_{\dot{\alpha}} \bar{W}^{\dot{\alpha}} \right). \quad (61)$$

После подстановки в (61) представлений (50) найдем действие для двух взаимодействующих нейтральных суперчастиц в виде

$$S_{\text{int} \ 12}^{(\mu\mu)} = \mu_1 \mu_2 \int d\eta \int d\tau \left[\left(\dot{\theta} \dot{\xi} \Delta \Delta + \dot{\bar{\theta}} \dot{\bar{\xi}} \bar{\Delta} \bar{\Delta} \right) \square + \left(\dot{\xi} \partial \dot{\theta} + \dot{\bar{\theta}} \partial \dot{\xi} \right) \Delta \partial \bar{\Delta} + \right. \\ \left. + i \left(\dot{\xi} \hat{\partial} \dot{\theta} - \dot{\bar{\theta}} \hat{\partial} \dot{\xi} \right) \left(1 + \frac{1}{4} \Delta \Delta \bar{\Delta} \bar{\Delta} \square \right) \right] \delta(s^2). \quad (62)$$

Теперь опишем более общий случай взаимодействия заряженных суперчастиц, обладающих АММ. Для этого воспользуемся принципом суперпозиции полей, в соответствии с которым суперчастица будет испытывать воздействие суммы полей $A^{(e)M}$ (23), (25) и $A^{(\mu)M}$ (48), (49):

$$A^M = A^{(e)M} + A^{(\mu)M}. \quad (63)$$

Напряженности полей $W^\alpha, \bar{W}^{\dot{\alpha}}$ (63) также представляются в виде суммы напряженностей $W^{(e)}$ (30) и $W^{(\mu)}$ (50):

$$W^\alpha = W^{(e)\alpha} + W^{(\mu)\alpha}, \quad \bar{W}^{\dot{\alpha}} = (W^\alpha)^*. \quad (64)$$

Тогда полное действие S системы заряженных суперчастиц с АММ получается как сумма действий (58), (60) и (62) после замены в них напряженностей $W^\alpha, \bar{W}_{\dot{\alpha}}$ и потенциалов A^M соответствующими величинами (64) и (63), учитывающими вклад как от заряженных частиц-источников, так и от частиц с АММ:

$$S = S_{\text{free}} + S_{\text{int}} = i \int d\eta \left[e_1 \omega_\eta^N A_N + i \mu_1 \left(\dot{\theta}^\alpha W_\alpha + \dot{\bar{\theta}}_{\dot{\alpha}} \bar{W}^{\dot{\alpha}} \right) \right] = \\ = S_{\text{free}} + i \int d\eta \left[e_1 \omega_\eta^\nu A_\nu + \dot{\theta}^\alpha (e_1 A_\alpha + i \mu_1 W_\alpha) + \dot{\bar{\theta}}_{\dot{\alpha}} (e_1 \bar{A}^{\dot{\alpha}} + i \mu_1 \bar{W}^{\dot{\alpha}}) \right]. \quad (65)$$

Уравнения движения системы суперчастиц получим, варьируя действие (65) вместе со свободным действием (58). После учета связей (15), (16) и перехода от F_{MN} к спинорным суперполям W^α и $\bar{W}_{\dot{\alpha}}$ эти уравнения можно представить в виде

$$(g_\eta^{-1} \omega_{\eta\mu})^\cdot = \frac{i}{2} e \omega_\eta^\nu (\bar{D} \tilde{\sigma}_{\nu\mu} \bar{W} - D \sigma_{\nu\mu} W) - \dot{\theta}^\alpha \Xi_{\mu\alpha} - \bar{\Xi}_{\mu\dot{\alpha}} \dot{\bar{\theta}}^{\dot{\alpha}}, \\ g_\eta^{-1} \omega_{\eta\mu} (\sigma^\mu \dot{\bar{\theta}})_\alpha = \frac{i}{2} [\omega_\eta^\mu \Xi_{\mu\alpha} + \mu \dot{\theta}^\beta (D_\beta W_\alpha + D_\alpha W_\beta)], \\ g_\eta^{-1} \omega_{\eta\mu} (\dot{\theta} \sigma^\mu)_{\dot{\alpha}} = -\frac{i}{2} \left[\omega_\eta^\mu \bar{\Xi}_{\mu\dot{\alpha}} + \mu \dot{\bar{\theta}}_{\dot{\beta}} \left(\bar{D}^{\dot{\beta}} \bar{W}_{\dot{\alpha}} + \bar{D}_{\dot{\alpha}} \bar{W}^{\dot{\beta}} \right) \right], \\ \omega_\eta^\mu \omega_{\eta\mu} = m^2 g_\eta^2, \quad (66)$$

⁴⁾ Аналогичная ситуация имеет место и при описании взаимодействий спиновой частицы посредством ее АММ [14].

где использованы обозначения $\Xi_{\mu\alpha} \equiv e(\sigma_\mu \bar{W})_\alpha + \mu \partial_\mu W_\alpha$, $\bar{\Xi}_{\mu\dot{\alpha}} \equiv e(W \sigma_\mu)_{\dot{\alpha}} + \mu \partial_\mu \bar{W}_{\dot{\alpha}}$.

Для случая массивной частицы уравнения движения упрощаются выбором калибровки $mg_\eta = 1$, эквивалентной условию $\omega_\eta^\mu \omega_{\eta\mu} = 1$, а для безмассовой частицы ($m = 0$) – выбором калибровки $\dot{g}_\eta = 0$ и условием светоподобия ее мировой траектории $\omega_\eta^\mu \omega_{\eta\mu} = 0$.

Действие S (65) может быть переписано без участия полевых переменных в терминах одних мировых суперкоординат частиц, если подставить в (65) интегральные представления для полей W^α , $\bar{W}_{\dot{\alpha}}$ (64) и A^M (63). Это действие будет симметричным относительно перестановок частиц и поэтому может быть записано сразу для системы суперчастиц:

$$S = \sum_A S_{\text{free}} + \sum_{\substack{A,B \\ A < B}} S_{\text{int } AB}^{(ee)} + S_{\text{int } AB}^{(\mu\mu)} + S_{\text{int } AB}^{(e\mu)} + S_{\text{int } AB}^{(\mu e)}. \quad (67)$$

Выражения для $S_{\text{int } AB}^{(ee)}$ и $S_{\text{int } AB}^{(\mu\mu)}$ совпадают с выражениями (60) и (62), соответственно, и описывают взаимодействия типа “заряд-заряд” и “АММ-АММ”, выражения для $S_{\text{int } AB}^{(e\mu)}$ и $S_{\text{int } AB}^{(\mu e)}$, описывающие взаимодействия типа “заряд-АММ”, имеют вид

$$\begin{aligned} S_{\text{int } 12}^{(e\mu)} &= e_1 \mu_2 \int d\eta \int d\tau \left[2i\omega_{\eta\mu} \left(\dot{\xi} \sigma^{\nu\mu} \Delta - \bar{\Delta} \tilde{\sigma}^{\nu\mu} \dot{\bar{\xi}} \right) \partial_\nu + \right. \\ &\quad + \frac{1}{2} \omega_\eta^\mu \left(\Delta \Delta \dot{\xi} \sigma^\rho \bar{\Delta} + \bar{\Delta} \bar{\Delta} \Delta \sigma^\rho \dot{\bar{\xi}} \right) (\partial_\rho \partial_\mu - \eta_{\rho\mu} \square) + \\ &\quad + i \left(\dot{\theta} \dot{\xi} + \dot{\bar{\theta}} \dot{\bar{\xi}} \right) \Delta \partial \bar{\Delta} + \frac{i}{4} \left(\dot{\theta} \dot{\xi} - \dot{\bar{\theta}} \dot{\bar{\xi}} \right) \Delta \Delta \bar{\Delta} \bar{\Delta} \square + \bar{\Delta} \bar{\Delta} \dot{\theta} \partial \dot{\bar{\xi}} + \Delta \Delta \dot{\xi} \partial \dot{\bar{\theta}} \left. \right] \delta(s^2), \\ S_{\text{int } 12}^{(\mu e)} &= \mu_1 e_2 \int d\eta \int d\tau \left[2i\omega_{\tau\mu} \left(\Delta \sigma^{\nu\mu} \dot{\theta} + \dot{\bar{\theta}} \tilde{\sigma}^{\nu\mu} \bar{\Delta} \right) \partial_\nu + \right. \\ &\quad + \frac{1}{2} \omega_\tau^\mu \left(\Delta \Delta \bar{\Delta} \tilde{\sigma}^\rho \dot{\theta} + \bar{\Delta} \bar{\Delta} \dot{\bar{\theta}} \tilde{\sigma}^\rho \Delta \right) (\partial_\mu \partial_\rho - \eta_{\mu\rho} \square) + i \left(\dot{\theta} \dot{\xi} - \dot{\bar{\theta}} \dot{\bar{\xi}} \right) \Delta \partial \bar{\Delta} + \\ &\quad + i \left(\dot{\theta} \dot{\xi} - \dot{\bar{\theta}} \dot{\bar{\xi}} \right) \left(1 + \frac{1}{4} \Delta \Delta \bar{\Delta} \bar{\Delta} \square \right) + \Delta \Delta \dot{\xi} \partial \dot{\theta} + \bar{\Delta} \bar{\Delta} \dot{\bar{\theta}} \partial \dot{\bar{\xi}} \left. \right] \delta(s^2). \end{aligned} \quad (68)$$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Мы рассмотрели суперсимметричное обобщение ФШТУФ-электродинамики заряженных бесспиновых частиц на случай заряженных частиц со спином $1/2$ и аномальным магнитным моментом. В результате ФШТУФ-подход расширен на поле фотино, несущее спин $1/2$, и скалярное поле максвелловского супермультиплета. Тем самым пополнен список полей, к которым применим ФШТУФ-подход, что позволяет надеяться на его возможную универсальность при построении других калибровочных полей из координат мировых линий взаимодействующих фермионов, например цветных кварков.

Важным результатом рассмотренного здесь суперсимметричного ФШТУФ-подхода является обобщение [7] стандартного принципа минимального включения электромагнитного взаимодействия. Это обобщение состоит в дополнительном удлинении стандартных калибровочно-инвариантных производных (12) ∇_M слагаемыми, пропорциональными кручению суперпространства z^M : $\tilde{\nabla}_M = \nabla_M + i\mu W_M$, где $W^M = (0, W^\alpha, \bar{W}_{\dot{\alpha}})$, а напряженности W^α , $\bar{W}_{\dot{\alpha}}$ определяются стандартными выражениями (29). Данное обобщение не связано с особенностями ФШТУФ-формулировки, имеет универсальный характер и может быть применено в стандартных полевых подходах, в частности

при построении суперсимметричной электродинамики Максвелла. Таким образом, удается расширить действие минимального принципа на описание электромагнитных взаимодействий, обусловленных наличием у полей материи аномального магнитного момента.

Авторы благодарят Д.В. Волкова, Ю.А. Пересунько, А.П. Рекало и Ю.П. Степановского за обсуждение вопросов, затронутых в работе. Работа частично поддержана грантом RY9200 Международного научного фонда Сороса, грантами INTAS 93-127, 93-633, грантом INTAS и правительства Голландии 94-2317 и фондом ГКНТ Украины по программе фундаментальных исследований (N2.3/664).

Список литературы

- [1] *A.D. Fokker* // Z. Phys. 1929. B. 58. S. 386; Physica. 1929. V. 9. P. 83; 1932. V. 12. P. 145.
- [2] *K. Schwarzschild* // Göttinger Nachrichten. 1903. B. 128. S. 132.
- [3] *H. Tetrode* // Z. Phys. 1922. B. 10. S. 317.
- [4] *J.A. Wheeler, R.P. Feynman* // Rev. Mod. Phys. 1949. V. 21. P. 425.
- [5] *F. Hoyle, J.V. Narlikar* // Proc. Roy. Soc. 1964. V. A277. №1. P. 1; Ann. Phys. 1964. V. 54. P. 207.
- [6] *M. Kalb, P. Ramond* // Phys. Rev. 1974. V. D9. P. 2273.
- [7] *А.А. Желтухин, В.В. Тугай* // Письма в ЖЭТФ. 1995. Т. 61. №7. С. 532.
- [8] *P.A.M. Dirac* // Proc. Roy. Soc. 1938. V. A167. P. 148.
- [9] *Д.В. Волков, В.П. Акулов* // Письма в ЖЭТФ. 1972. Т. 16. С. 621.
- [10] *J. Wess, J. Bagger*. Supersymmetry and supergravity. Princeton, New Jersey: Prin. Univ. Press, 1983.
- [11] *V.V. Tugai, A.A. Zheltukhin* // Phys. Rev. 1995. V. D51. №8. P. 39.
- [12] *L. Brink, P.Di Vecchia, P. Howe* // Phys. Lett. 1976. V. B65. P. 471.
- [13] *А.А. Желтухин, В.В. Тугай* // Письма в ЖЭТФ. 1993. Т. 58. №4. С. 246–250.
- [14] *А.А. Желтухин* // ТМФ. 1985. Т. 65. №1. С. 151–154.

Харьковский физико-технический институт,
310108, Харьков, Украина
Научный физико-технологический центр,
310145, Харьков, Украина

Поступила в редакцию
15.VI.1995 г.

A. A. Zheltukhin, V. V. Tugai

CLASSICAL ACTION OF CHARGED AND NEUTRAL PARTICLES WITH SPIN 1/2 AND SUPERSYMMETRIC ELECTRODYNAMICS

A supersymmetric formulation of the classical action for interacting charged and neutral fermions with arbitrary an anomalous magnetic moment is considered.