Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

В. В. Игнатюк, М. В. Токарчук, Статистическая теория нелинейных гидродинамических флуктуаций ионных систем, *ТМФ*, 1996, том 108, номер 3, 448–464

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf1202>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.80.73.141

26 апреля 2023 г., 16:31:59

В. В. Игнатюк, М. В. Токарчук
**СТАТИСТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ
НЕЛИНЕЙНЫХ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ
ФЛУКТУАЦИЙ ИОННЫХ СИСТЕМ**

Для ионных систем на основании уравнения Фоккера–Планка для функции распределения огрубленных динамических переменных (плотностей массы, заряда, импульса, потока заряда и полной энергии) получена и решена система уравнений для временных корреляционных функций. Проведен расчет статистического веса, термодинамических сил и гидродинамических скоростей как в гауссовом, так и в высших приближениях. Получены выражения для обобщенных коэффициентов переноса, зависящих от k и ω , в которых выделены флуктуационные вклады.

1. ВВЕДЕНИЕ

Ионные системы вызывают постоянный интерес исследователей из-за разнообразия свойств и связанных с этим явлений. Ярким примером таких систем являются ионные солевые расплавы.

В связи с широким применением расплавов солей в различных технологических процессах на физико-химическом уровне представляются особенно важными теоретические исследования термодинамических, структурных свойств данных систем и явлений переноса. Эти исследования важны с точки зрения как более глубокого понимания физических явлений в этих системах, связанных с кулоновским характером взаимодействия заряженных ионов, так и с целью прогнозирования структурных и динамических свойств простых и сложных ионных систем в широком интервале термодинамических параметров. Необходимо отметить, что в настоящее время хорошо разработана статистическая теория слабонеравновесных состояний для ионных систем. Многие результаты исследований структурных и динамических свойств приведены в монографии Марча и Тоси [1]. Краткий обзор работ по исследованию коэффициентов переноса (диффузии, вязкости, теплопроводности, проводимости, диэлектрических свойств), спектров флуктуаций массы, заряда ионных расплавов в рамках молекулярной гидродинамики дан в работе [2], а в [3] сформулирована обобщенная гидродинамика ионных систем с конкретным применением к расплаву NaCl.

Однако в различных технологических процессах ионные системы в основном находятся в неравновесных состояниях, которые характеризуются нелинейностью флуктуаций теплопереноса, переноса массы и заряда. С точки зрения теоретических исследова-

ний нелинейные флуктуации в таких системах изучены недостаточно. Остается открытым вопрос исследований обобщенных коэффициентов переноса (проводимости, вязкости, теплопроводности) при возникновении и действии нелинейных гидродинамических флуктуаций плотностей массы, заряда, импульса и энергии в плотных ионных системах. Этим проблемам посвящена данная работа, в которой рассматривается статистическая теория нелинейных гидродинамических флуктуаций ионных систем на основе метода неравновесного статистического оператора Зубарева [4].

В разделе 2 получено уравнение Фоккера–Планка для функции распределения огрубленных динамических переменных. В третьем разделе произведен расчет статистического веса, термодинамических сил и гидродинамических скоростей в высших приближениях. В четвертом разделе решена система уравнений для временных корреляционных функций, в которой обобщенные коэффициенты переноса, зависящие от $\mathbf{k}$ и ω , определяются неприводимыми частями соответствующих термодинамических параметров.

2. ОБОБЩЕННОЕ УРАВНЕНИЕ ФОККЕРА–ПЛАНКА ДЛЯ КОЛЛЕКТИВНЫХ ПЕРЕМЕННЫХ ДВУХКОМПОНЕНТНОЙ СИСТЕМЫ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ

Рассмотрим электронейтральную в целом систему, состоящую из положительно и отрицательно заряженных частиц общим числом $N = N_+ + N_-$, которая является моделью ионных систем. Гамильтониан такой системы имеет вид

$$H = \sum_a \sum_{j=1}^{N_a} \frac{\mathbf{p}_j^2}{2m_a} + \frac{1}{2} \sum_{a,b} \sum_{j \neq l=1}^{N_a, N_b} \Phi_{ab}(|\mathbf{r}_{jl}|), \quad (1)$$

где $\mathbf{p}_j$ – импульс j -го иона сорта a , m_a – масса этого иона, $\Phi_{ab}(|\mathbf{r}_{jl}|)$ – парный потенциал взаимодействия между ионами, который может быть выбран в форме Хаггинса–Майера:

$$\Phi_{ab}(|\mathbf{r}_{jl}|) = \frac{Z_a Z_b e^2}{|\mathbf{r}_{jl}|} + B_{ab} \exp(-\gamma_{ab} |\mathbf{r}_{jl}|) - \frac{C_{ab}}{|\mathbf{r}_{jl}|^6} - \frac{D_{ab}}{|\mathbf{r}_{jl}|^8}, \quad (2)$$

где первое слагаемое соответствует кулоновскому потенциалу взаимодействия, а два последних описывают вклад дисперсионных взаимодействий; Z_a – зарядовое число ионов сорта a , e – заряд электрона. Значения параметров B_{ab} , γ_{ab} , C_{ab} и D_{ab} для ряда ионных систем приведены в [5]. Гидродинамические флуктуации двухкомпонентной системы заряженных частиц будем описывать с помощью набора $\{\hat{a}_m(\mathbf{r})\}$ плотностей динамических переменных:

$$\hat{\rho}_m(\mathbf{r}) = \sum_a m_a \sum_{j=1}^{N_a} \delta(\mathbf{r}_j - \mathbf{r}) \quad (3)$$

– плотность массы заряженных частиц системы;

$$\hat{\rho}_e(\mathbf{r}) = \sum_a Z_a e \sum_{j=1}^{N_a} \delta(\mathbf{r}_j - \mathbf{r}) \quad (4)$$

— плотность заряда;

$$\hat{\mathbf{j}}_m(\mathbf{r}) = \sum_a \sum_{j=1}^{N_a} \mathbf{p}_j \delta(\mathbf{r}_j - \mathbf{r}) \quad (5)$$

— плотность импульса;

$$\hat{\mathbf{j}}_e(\mathbf{r}) = \sum_a \sum_{j=1}^{N_a} \frac{Z_{ae}}{m_a} \mathbf{p}_j \delta(\mathbf{r}_j - \mathbf{r}) \quad (6)$$

— плотность тока;

$$\hat{\varepsilon}(\mathbf{r}) = \sum_a \sum_{j=1}^{N_a} \left(\frac{\mathbf{p}_j^2}{2m_a} + \frac{1}{2} \sum_{a,b} \sum_{j \neq l=1}^{N_a, N_b} \Phi_{ab}(|\mathbf{r}_{jl}|) \right) \delta(\mathbf{r}_j - \mathbf{r}) \quad (7)$$

— плотность полной энергии системы. Все переменные, кроме (6), удовлетворяют микроскопическим законам сохранения:

$$\dot{\hat{a}}_n(\mathbf{r}) = -\nabla \cdot \mathbf{I}_n(\mathbf{r}), \quad (8)$$

$\mathbf{I}_n(\mathbf{r})$ — локальные потоки, где n пробегает значения $1 \div 4$: $\hat{a}_1(\mathbf{r}) = \hat{\rho}_m(\mathbf{r})$, $\hat{a}_2(\mathbf{r}) = \hat{\rho}_e(\mathbf{r})$, $\hat{a}_3(\mathbf{r}) = \hat{\mathbf{j}}_m = \mathbf{I}_1(\mathbf{r})$, $\hat{a}_4(\mathbf{r}) = \hat{\varepsilon}(\mathbf{r})$, $\mathbf{I}_2(\mathbf{r}) = \hat{\mathbf{j}}_e(\mathbf{r})$, $\mathbf{I}_3(\mathbf{r}) = \hat{\mathbf{\Pi}}(\mathbf{r})$, $\mathbf{I}_4(\mathbf{r}) = \hat{\mathbf{j}}_\varepsilon(\mathbf{r})$, где $\hat{\mathbf{\Pi}}(\mathbf{r})$ — плотность тензора вязких напряжений; $\hat{\mathbf{j}}_\varepsilon(\mathbf{r})$ — плотность потока полной энергии. Для последующих расчетов удобно перейти от переменных (3)–(7) к их фурье-компонентам $\hat{a}_{m\mathbf{k}}$, определяемым следующим образом:

$$\hat{a}_{m\mathbf{k}} = \int \exp(-i\mathbf{k}\mathbf{r}) \hat{a}_m(\mathbf{r}) d\mathbf{r}, \quad \hat{a}_m(\mathbf{r}) = \frac{1}{V} \sum_{\mathbf{k} < k_0} \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r}) \hat{a}_{m\mathbf{k}}, \quad (9)$$

где k_0 определяет обратный масштаб расстояний, начиная с которого имеет смысл гидродинамическое описание. Фурье-компоненты тензора вязких напряжений и потока энергии имеют вид

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{\Pi}}_{\mathbf{k}}^{\alpha\beta} = & \sum_a \sum_{j=1}^{N_a} \frac{\mathbf{p}_j^\alpha \mathbf{p}_j^\beta}{m_a} \exp(-i\mathbf{k}\mathbf{r}_j) - \\ & - \frac{1}{2} \sum_{a,b} \sum_{j \neq l=1}^{N_a, N_b} \frac{\partial}{\partial |\mathbf{r}_{jl}|} \Phi_{ab}(|\mathbf{r}_{jl}|) \frac{\mathbf{r}_{jl}^\alpha \mathbf{r}_{jl}^\beta}{|\mathbf{r}_{jl}|} \frac{\exp(-i\mathbf{k}\mathbf{r}_j) - \exp(-i\mathbf{k}\mathbf{r}_l)}{-i\mathbf{k}\mathbf{r}_{jl}}, \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{j}}_{\varepsilon\mathbf{k}} = & \sum_a \sum_{j=1}^{N_a} \left[\frac{\mathbf{p}_j^\alpha}{m_a} \left(\frac{\mathbf{p}_j^2}{2m_a} + \frac{1}{2} \sum_b \sum_{j \neq l=1}^{N_a, N_b} \Phi_{ab}(|\mathbf{r}_{jl}|) \right) \right] \exp(-i\mathbf{k}\mathbf{r}_j) + \\ & + \frac{1}{4} \sum_{a,b} \sum_{j \neq l=1}^{N_a, N_b} \left(\frac{\mathbf{p}_j}{m_a} + \frac{\mathbf{p}_l}{m_b} \right) \mathbf{r}_{lj} \times \\ & \times \frac{\partial}{\partial |\mathbf{r}_{jl}|} \Phi_{ab}(|\mathbf{r}_{jl}|) \frac{\mathbf{r}_{jl}}{|\mathbf{r}_{jl}|} \frac{\exp(-i\mathbf{k}\mathbf{r}_j) - \exp(-i\mathbf{k}\mathbf{r}_l)}{-i\mathbf{k}\mathbf{r}_{jl}}. \end{aligned} \quad (11)$$

Полная информация о гидродинамических флуктуациях содержится в функции распределения базисных переменных [4]:

$$f(a; t) = \langle \delta(\hat{a} - a) \rangle^t, \quad (12)$$

$$\delta(\hat{a} - a) = \prod_{n\mathbf{k}} \delta(\hat{a}_{n\mathbf{k}} - a_{n\mathbf{k}}), \quad (13)$$

где $\langle \dots \rangle^t = \int d\Gamma_N \dots \rho(x^N; t)$ обозначает усреднение по неравновесной функции распределения заряженных частиц $\rho(x^N; t)$ ($x = (\mathbf{r}, \mathbf{p})$), которая удовлетворяет уравнению Лиувилля

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho(x^N; t) + iL_N \rho(x^N; t) = 0, \quad (14)$$

здесь iL_N – оператор Лиувилля

$$iL_N = \sum_a \sum_{j=1}^{N_a} \frac{\mathbf{p}_j}{m_a} \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}_j} - \frac{1}{2} \sum_{ab} \sum_{j \neq l=1}^{N_a, N_b} \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}_j} \Phi_{ab}(|\mathbf{r}_{jl}|) \left(\frac{\partial}{\partial \mathbf{p}_j} - \frac{\partial}{\partial \mathbf{p}_l} \right). \quad (15)$$

Используя метод неравновесного статистического оператора Зубарева [4], решения уравнения Лиувилля (14) будем искать, вводя в правую часть бесконечно малый источник:

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho(x^N; t) + iL_N \rho(x^N; t) = -\varepsilon (\rho(x^N; t) - \rho_q(x^N; t)) \quad (16)$$

($\varepsilon \rightarrow 0$ после термодинамического граничного перехода), который нарушает симметрию уравнения Лиувилля относительно обращения времени и отбирает запаздывающие решения. Вспомогательную квазиравновесную функцию распределения $\rho_q(x^N; t)$ будем искать из условия экстремума информационной энтропии системы при сохранении условия нормировки:

$$\int d\Gamma_N \rho_q(x^N; t) = 1, \quad d\Gamma_N = \frac{(dx)^N}{N!}, \quad (17)$$

и фиксированных значениях средних $\langle \delta(\hat{a} - a) \rangle^t$. Квазиравновесную функцию распределения запишем в виде

$$\rho_q(x^N; t) = \exp \left\{ -\Phi(t) - \int F(a; t) \delta(\hat{a} - a) da \right\} = \exp \{ -\Phi(t) - F(\hat{a}; t) \}, \quad (18)$$

где $\Phi(t)$ и $F(a; t)$ – лагранжевы множители, определяемые из условий самосогласования:

$$\begin{aligned} \langle \delta(\hat{a} - a) \rangle^t &= \langle \delta(\hat{a} - a) \rangle_q^t = f(a; t), \\ \langle \dots \rangle_q^t &= \int d\Gamma_N \dots \rho_q(x^N; t). \end{aligned} \quad (19)$$

Из (19) следует

$$\Phi(t) + F(a; t) = \ln(f(a; t)/W(a)), \quad (20)$$

тогда квазиравновесная функция распределения может быть определена так:

$$\rho_q(x^N; t) = f(a; t)/W(\hat{a}), \quad (21)$$

где

$$W(a) = \int d\Gamma_N (\delta(\hat{a} - a)) \quad (22)$$

– статистический вес состояния с заданными $\hat{a}$. В этом случае временная производная от $\rho_q(x^N; t)$ может быть представлена в виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \rho_q(x^N; t) &= \mathcal{P}_a \dot{\rho}(x^N; t), \\ \dot{\rho}(x^N; t) &= iL_N \rho(x^N; t), \end{aligned} \quad (23)$$

где $\mathcal{P}_a$ – проекционный оператор, определяемый следующим образом:

$$\mathcal{P}_a A = \int da \delta(\hat{a} - a) \int d\Gamma_N (A \rho_a) = \langle A \rangle_{a=\hat{a}}, \quad (24)$$

где

$$\rho_a = \delta(\hat{a} - a)/W(a), \quad \langle \dots \rangle_a = \int d\Gamma_N \dots \rho_a. \quad (25)$$

Подставляя (23) в (16) и решая после этого уравнение, для $\rho(x^N; t)$ найдем

$$\begin{aligned} \rho(x^N; t) &= \rho_q(x^N; t) - \int da \int_{-\infty}^t dt' \exp\{(t' - t)[(1 - \mathcal{P}_a)iL_N + \varepsilon]\} \times \\ &\quad \times X(a) \frac{\partial}{\partial a} (f(a; t)/W(a)), \end{aligned} \quad (26)$$

где

$$X(a) = (1 - \mathcal{P}_a) \delta(\hat{a} - a) iL_N \hat{a} \quad (27)$$

– обобщенные потоки. Усредняя фазовую функцию $\dot{\delta}(\hat{a} - a) = iL_N \delta(\hat{a} - a)$ с помощью (26), получим обобщенное уравнение Фоккера–Планка для функции распределения $f(a; t)$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} f(a; t) + \frac{\partial}{\partial a} \mathbf{v}(a) f(a; t) &= \\ &= \frac{\partial}{\partial a} \int da' \int_{-\infty}^t dt' \exp(\varepsilon(t' - t)) K(a, a'; t, t') \frac{\partial}{\partial a'} \left(\frac{f(a'; t')}{W(a')} \right), \end{aligned} \quad (28)$$

в котором

$$\mathbf{v}(a) = \langle iL_N \hat{a} \rangle_a = \langle \dot{\hat{a}} \rangle_a \quad (29)$$

– скорость изменения $\hat{a}$ в состоянии с фиксированными a ;

$$K(a, a'; t, t') = \int d\Gamma_N (X(a) T_a(t, t') X(a')) \quad (30)$$

– обобщенные ядра переноса;

$$T_a(t, t') = \exp\{(t' - t)(1 - \mathcal{P}_a)iL_N\} \quad (31)$$

– оператор эволюции с учетом проецирования. Уравнение (28) является точным и учитывает эффекты запаздывания. Производя градиентное разложение [6] для обобщенных ядер переноса и ограничиваясь первыми слагаемыми, получим уравнение Фоккера–Планка в марковском приближении

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} f(a; t) + \sum_{\mathbf{k}, n} \frac{\partial}{\partial a_{n\mathbf{k}}} \left(\mathbf{v}_{n\mathbf{k}}(a) + \sum_{\mathbf{q}, m} L_{n\mathbf{k}, m\mathbf{q}}(a) F_{m\mathbf{q}}(a) \right) f(a; t) - \\ - \sum_{\mathbf{k}, n} \sum_{\mathbf{q}, m} \frac{\partial}{\partial a_{n\mathbf{k}}} L_{n\mathbf{k}, m\mathbf{q}}(a) \frac{\partial}{\partial a_{m\mathbf{q}}} f(a; t) = 0, \end{aligned} \quad (32)$$

где

$$F_{n\mathbf{k}}(a) = \frac{1}{W(a)} \frac{\partial}{\partial a_{n\mathbf{k}}} W(a) = \frac{\partial}{\partial a_{n\mathbf{k}}} S(a), \quad (33)$$

$$S(a) = \ln W(a), \quad (34)$$

$S(a)$ – энтропия состояния, в котором $\hat{a} = a$, $F_{n\mathbf{k}}(a)$ – термодинамические силы, сопряженные переменным $a_{n\mathbf{k}}$;

$$L_{n\mathbf{k}, m\mathbf{q}}(a) = \int_{-\infty}^t dt \exp(\varepsilon t) \langle (1 - \mathcal{P}_a) iL_N \hat{a}_{n\mathbf{k}} T_a(t) (1 - \mathcal{P}_a) iL_N \hat{a}_{m\mathbf{q}} \rangle_a \quad (35)$$

– обобщенные кинетические коэффициенты. В работе [6] термодинамические силы $F_{n\mathbf{k}}$, скорости гидродинамических переменных $\mathbf{v}_{n\mathbf{k}}(a)$ и локальные кинетические коэффициенты переноса $L_{n\mathbf{k}, m\mathbf{q}}(a)$ для простой жидкости, а в [7] для плазмы в электромагнитном поле, определялись исходя из неравновесной термодинамики. В работе [8] был предложен способ расчета статистического веса $W(a)$, термодинамических сил $F_{n\mathbf{k}}(a)$ и гидродинамических скоростей $\mathbf{v}_{n\mathbf{k}}(a)$ с любой степенью точности методом коллективных переменных [9, 10]. В работе [11] он был использован для простых жидкостей. Используя метод коллективных переменных [9–11], произведем последовательный расчет $W(a)$, $F_{n\mathbf{k}}$, $\mathbf{v}_{n\mathbf{k}}(a)$.

3. РАСЧЕТ СТАТИСТИЧЕСКОГО ВЕСА, ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИХ СИЛ И ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ СКОРОСТЕЙ ДЛЯ ДВУХКОМПОНЕНТНОЙ СИСТЕМЫ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ

Произведем расчет статистического веса $W(a)$ состояния с фиксированными a

$$W(a) = \int d\Gamma_N \left(\prod_{n\mathbf{k}} \delta(\hat{a}_{n\mathbf{k}} - a_{n\mathbf{k}}) \right). \quad (36)$$

Используя интегральное представление δ -функции

$$\delta(\hat{a}_{m\mathbf{k}} - a_{m\mathbf{k}}) = \int \exp\{-2\pi i \omega_{m\mathbf{k}}(\hat{a}_{m\mathbf{k}} - a_{m\mathbf{k}})\} d\omega \quad (37)$$

и выполняя кумулянтное разложение [9, 10], представим (36) в виде

$$W(a) = W(E) \int (d\omega) \exp \left[i\pi \sum_{\mathbf{k}, m} \omega_{m\mathbf{k}} a_{m\mathbf{k}} - \frac{\pi^2}{2} \sum_{\mathbf{k}_1, m_1} \sum_{\mathbf{k}_2, m_2} M_2^{m_1, m_2}(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2) \omega_{m_1 \mathbf{k}_1} \omega_{m_2 \mathbf{k}_2} \right] \exp \left[\sum_{n \geq 2} D_n(\omega) \right], \quad (38)$$

где

$$D_n(\omega) = \frac{(-i\pi)^n}{n!} \sum_{\mathbf{k}_1, m_1} \dots \sum_{\mathbf{k}_n, m_n} M_n^{m_1 \dots m_n}(\mathbf{k}_1, \dots, \mathbf{k}_n) \omega_{m_1 \mathbf{k}_1} \dots \omega_{m_n \mathbf{k}_n}, \quad (39)$$

$$M_n^{m_1 \dots m_n}(\mathbf{k}_1, \dots, \mathbf{k}_n) = \langle \hat{a}_{m_1 \mathbf{k}_1} \dots \hat{a}_{m_n \mathbf{k}_n} \rangle_c \quad (40)$$

— кумулянтные средние. Здесь

$$\int (d\omega) = \int \prod_{m\mathbf{k}} d\omega_{m\mathbf{k}}^c d\omega_{m\mathbf{k}}^s, \quad \omega_{m\mathbf{k}} = \omega_{m\mathbf{k}}^c - i\omega_{m\mathbf{k}}^s, \quad \omega_{m-\mathbf{k}} = \omega_{m\mathbf{k}}^*,$$

$$M_2^{m_1 m_2}(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2) = \langle \hat{a}_{m_1 \mathbf{k}_1} \hat{a}_{m_2 \mathbf{k}_2} \rangle_c = \langle \hat{a}_{m_1 \mathbf{k}_1} \hat{a}_{m_2 \mathbf{k}_2} \rangle_E - \langle \hat{a}_{m_1 \mathbf{k}_1} \rangle_E \langle \hat{a}_{m_2 \mathbf{k}_2} \rangle_E,$$

$$\langle \dots \rangle_E = W^{-1}(E) \int d\Gamma_N(\dots), \quad W(E) = \int d\Gamma_N \text{ при } \hat{\varepsilon} = E = \text{const.}$$

В гауссовом приближении (заменяя $\exp \left\{ \sum_{n \geq 2} D_n(\omega) \right\}$ единицей) получим

$$W^G(a) = W(E) \exp \left(-\frac{1}{2} \sum_{m_1, m_2=1}^2 \sum_{\mathbf{k}} [\widetilde{M}_2^{-1}(\mathbf{k})]_{m_1 m_2} a_{m_1 \mathbf{k}} a_{m_2 - \mathbf{k}} - \frac{1}{2} \sum_{\mathbf{k}} \ln \pi \det \widetilde{M}_2(\mathbf{k}) \right) \exp \left(-\frac{1}{2} \sum_{m_1, m_2=1}^2 \sum_{\mathbf{k}} [\widetilde{N}_2(\mathbf{k})]_{n_1 n_2} b_{n_1 \mathbf{k}} b_{n_2 - \mathbf{k}} - \frac{1}{2} \sum_{\mathbf{k}} \ln \pi \det \widetilde{N}_2 f(\mathbf{k}) \right), \quad (41)$$

где $[\widetilde{M}_2(\mathbf{k})]_{m_1 m_2}$ — элементы матрицы, обратной к матрице $\widetilde{M}_2(\mathbf{k})$:

$$\widetilde{M}_2(\mathbf{k}) = \begin{bmatrix} \langle \hat{\rho}_m \hat{\rho}_m \rangle_c & \langle \hat{\rho}_m \hat{\rho}_e \rangle_c & \langle \hat{\rho}_m \hat{\varepsilon} \rangle_c \\ \langle \hat{\rho}_e \hat{\rho}_m \rangle_c & \langle \hat{\rho}_e \hat{\rho}_e \rangle_c & \langle \hat{\rho}_e \hat{\varepsilon} \rangle_c \\ \langle \hat{\varepsilon} \hat{\rho}_m \rangle_c & \langle \hat{\varepsilon} \hat{\rho}_e \rangle_c & \langle \hat{\varepsilon} \hat{\varepsilon} \rangle_c \end{bmatrix}, \quad (42)$$

они могут быть определены так:

$$[\widetilde{M}^{-1}(\mathbf{k})]_{m_1 m_2} = \frac{1 + \delta_{m_1 m_2}}{2} \frac{\partial}{\partial M_2^{m_1 m_2}(\mathbf{k})} \ln \det \widetilde{M}_2(\mathbf{k}), \quad (43)$$

где $\det \widetilde{M}_2(\mathbf{k})$ – определитель матрицы $\widetilde{M}_2(\mathbf{k})$. Подобным образом находим матрицу $[\widetilde{N}_2^{-1}(\mathbf{k})]_{n_1 n_2}$, обратную к $\widetilde{N}_2(\mathbf{k})$:

$$\widetilde{N}_2(\mathbf{k}) = \begin{bmatrix} \langle \hat{\mathbf{j}}_m \hat{\mathbf{j}}_m \rangle_c & \langle \hat{\mathbf{j}}_m \hat{\mathbf{j}}_e \rangle_c \\ \langle \hat{\mathbf{j}}_e \hat{\mathbf{j}}_m \rangle_c & \langle \hat{\mathbf{j}}_e \hat{\mathbf{j}}_e \rangle_c \end{bmatrix}, \quad (44)$$

с элементами $b_{1\mathbf{k}} = \mathbf{j}_{m\mathbf{k}}$, $b_{2\mathbf{k}} = \mathbf{j}_{e\mathbf{k}}$.

Из выражения (41) следует, что в гауссовом приближении динамические переменные $\hat{\rho}_{m\mathbf{k}}$, $\hat{\rho}_{e\mathbf{k}}$, $\hat{\varepsilon}_{\mathbf{k}}$ и $\hat{\mathbf{j}}_{m\mathbf{k}}$, $\hat{\mathbf{j}}_{e\mathbf{k}}$ разделены и являются независимыми. Удобно перейти от переменной $\hat{\varepsilon}_{\mathbf{k}}$ к фурье-компоненте обобщенной энтальпии $\hat{h}_{\mathbf{k}}$:

$$\begin{aligned} \hat{h}_{\mathbf{k}} = \hat{\varepsilon}_{\mathbf{k}} - \frac{1}{\det \widetilde{S}(\mathbf{k})} [\langle \hat{\varepsilon}_{\mathbf{k}} \hat{\rho}_{m-\mathbf{k}} \rangle_E S_{ee}(\mathbf{k}) - \langle \hat{\varepsilon}_{\mathbf{k}} \hat{\rho}_{e-\mathbf{k}} \rangle_E S_{em}(\mathbf{k})] \hat{\rho}_{m\mathbf{k}} - \\ - \frac{1}{\det S(\mathbf{k})} [\langle \hat{\varepsilon}_{\mathbf{k}} \hat{\rho}_{e-\mathbf{k}} \rangle_E S_{mm}(\mathbf{k}) - \langle \hat{\varepsilon}_{\mathbf{k}} \hat{\rho}_{m-\mathbf{k}} \rangle_E S_{em}(\mathbf{k})] \hat{\rho}_{e\mathbf{k}}, \end{aligned} \quad (45)$$

где

$$\widetilde{S}(\mathbf{k}) = \begin{bmatrix} S_{mm}(\mathbf{k}) & S_{me}(\mathbf{k}) \\ S_{em}(\mathbf{k}) & S_{ee}(\mathbf{k}) \end{bmatrix}, \quad (46)$$

$S_{mm}(\mathbf{k}) = \langle \hat{\rho}_{m\mathbf{k}} \hat{\rho}_{m-\mathbf{k}} \rangle_E$, $S_{me}(\mathbf{k}) = \langle \hat{\rho}_{m\mathbf{k}} \hat{\rho}_{e-\mathbf{k}} \rangle_E$, $S_{em}(\mathbf{k}) = \langle \hat{\rho}_{e\mathbf{k}} \hat{\rho}_{m-\mathbf{k}} \rangle_E$, $S_{ee}(\mathbf{k}) = \langle \hat{\rho}_{e\mathbf{k}} \hat{\rho}_{e-\mathbf{k}} \rangle_E$ – статические корреляционные функции, связанные с парциальными структурными факторами заряженных частиц $S_{++}(\mathbf{k})$, $S_{+-}(\mathbf{k})$, $S_{--}(\mathbf{k})$,

$$\langle \hat{h}_{\mathbf{k}} \hat{h}_{-\mathbf{k}} \rangle_E = \bar{\rho}_m c_V(\mathbf{k}) / k_B \beta^2, \quad (47)$$

здесь $c_V(\mathbf{k})$ – удельная теплоемкость системы при $V = \text{const}$, а все остальные корреляционные функции равны $\langle \hat{h}_{\mathbf{k}} \hat{a}_{m,\mathbf{k}} \rangle_E = 0$, $\{\hat{a}_{m,\mathbf{k}}\} = \{\hat{\rho}_{m,\mathbf{k}}, \hat{\rho}_{e,\mathbf{k}}, \hat{\mathbf{j}}_{m,\mathbf{k}}, \hat{\mathbf{j}}_{e,\mathbf{k}}\}$. Учитывая замену $\hat{\varepsilon}_{\mathbf{k}} \rightarrow \hat{h}_{\mathbf{k}}$, запишем (41) в явном виде

$$\begin{aligned} W^G(a) = W(E) \exp \left[-\frac{1}{2} \sum_{\mathbf{k}} \frac{1}{\det \widetilde{S}(\mathbf{k})} (S_{ee}(\mathbf{k}) \rho_{m\mathbf{k}} \rho_{m-\mathbf{k}} - 2S_{me}(\mathbf{k}) \rho_{m\mathbf{k}} \rho_{e-\mathbf{k}} + \right. \\ \left. + S_{mm}(\mathbf{k}) \rho_{e\mathbf{k}} \rho_{e-\mathbf{k}}) - \frac{1}{2} \sum_{\mathbf{k}} \ln \pi (S_{mm}(\mathbf{k}) S_{ee}(\mathbf{k}) - S_{me}(\mathbf{k}) S_{em}(\mathbf{k})) - \right. \\ \left. - \frac{1}{2} \sum_{\mathbf{k}} \frac{\beta^2}{\bar{\rho}_m k_B c_V(\mathbf{k})} h_{\mathbf{k}} h_{-\mathbf{k}} - \frac{1}{2} \sum_{\mathbf{k}} \ln (\pi \bar{\rho}_m c_V(\mathbf{k}) / k_B \beta^2) - \right. \\ \left. - \sum_{\mathbf{k}} \beta \left(\frac{1}{\bar{\rho}_m} \mathbf{j}_{m\mathbf{k}} \mathbf{j}_{m-\mathbf{k}} + \frac{4\pi}{\omega_p^2} \mathbf{j}_{e\mathbf{k}} \mathbf{j}_{e-\mathbf{k}} \right) - \frac{1}{2} \ln (\bar{\rho}_m \omega_p^2 / 4\beta^2) \right], \end{aligned} \quad (48)$$

где были рассчитаны

$$\begin{aligned}\langle \hat{\mathbf{j}}_{m\mathbf{k}} \hat{\mathbf{j}}_{m-\mathbf{k}} \rangle_0 &= \bar{\rho}_m / \beta, \quad \bar{\rho}_m = n_+ m_+ + n_- m_-, \quad n_a = \frac{N_a}{V}, \\ \langle \hat{\mathbf{j}}_{m\mathbf{k}} \hat{\mathbf{j}}_{e-\mathbf{k}} \rangle_0 &= \bar{\rho}_e / \beta = 0, \quad \bar{\rho}_e = e(n_+ z_+ + n_- z_-) = 0, \\ \langle \hat{\mathbf{j}}_{e\mathbf{k}} \hat{\mathbf{j}}_{e-\mathbf{k}} \rangle_0 &= \omega_p^2 / 4\pi\beta,\end{aligned}\tag{49}$$

$\omega_p^2 = 4\pi(n_+ z_+ / m_+ + n_- z_- / m_-) e^2$ — плазменная частота.

Исходя из определения (33) термодинамических сил получим следующие выражения (в гауссовом приближении):

$$\begin{aligned}F_{\rho_{m\mathbf{k}}}^G(a) &= -\frac{1}{\det \tilde{S}(\mathbf{k})} \{S_{ee}(\mathbf{k}) \rho_{m\mathbf{k}} - S_{me}(\mathbf{k}) \rho_{e\mathbf{k}}\}, \\ F_{\rho_{e\mathbf{k}}}^G(a) &= -\frac{1}{\det \tilde{S}(\mathbf{k})} \{S_{mm}(\mathbf{k}) \rho_{e\mathbf{k}} - S_{em}(\mathbf{k}) \rho_{m\mathbf{k}}\}, \\ F_{\mathbf{j}_{m\mathbf{k}}}^G(a) &= -\frac{\beta}{\bar{\rho}_m} \mathbf{j}_{m\mathbf{k}}, \\ F_{\mathbf{j}_{e\mathbf{k}}}^G(a) &= -\frac{4\pi\beta}{\omega_p^2} \mathbf{j}_{e\mathbf{k}}, \\ F_{h\mathbf{k}}^G(a) &= -\frac{\beta^2}{\bar{\rho}_m k_B c_V(\mathbf{k})} h_{\mathbf{k}}.\end{aligned}\tag{50}$$

Для расчета статистического веса (38) в высших приближениях разложим в ряд $\exp \left\{ \sum_{n \geq 3} D_n(\omega) \right\}$:

$$\begin{aligned}W(a) &= W(E) \int (d\omega) \exp \left(i\pi \sum_{m\mathbf{k}} \omega_{m\mathbf{k}} a_{m\mathbf{k}} - \right. \\ &\quad \left. - \frac{\pi^2}{2} \sum_{m_1 \mathbf{k}_1} \sum_{m_2 \mathbf{k}_2} M_2^{m_1 m_2}(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2) \omega_{m_1 \mathbf{k}_1} \omega_{m_2 \mathbf{k}_2} \right) \times \\ &\quad \times \left(1 + A + \frac{1}{2!} A^2 + \frac{1}{3!} A^3 + \dots \right),\end{aligned}\tag{51}$$

где $A = \sum_{n \geq 3} D_n(\omega)$ является бесконечным рядом произведений $\omega_{m\mathbf{k}}$. Этот ряд можно преобразовать к иному виду [11]

$$\begin{aligned}\bar{A} &= \sum_{n \geq 3} \bar{D}_n(\omega), \\ \bar{D}_n(\omega) &= \sum_{m_1 \mathbf{k}_1} \dots \sum_{m_n \mathbf{k}_n} \bar{M}_n^{m_1 \dots m_n}(\mathbf{k}_1, \dots, \mathbf{k}_n) \omega_{m_1 \mathbf{k}_1} \dots \omega_{m_n \mathbf{k}_n},\end{aligned}\tag{52}$$

где, в частности,

$$\begin{aligned}\bar{M}_3^{m_1 \dots m_3}(\mathbf{k}_1, \dots, \mathbf{k}_3) &= \frac{(-\pi i)^3}{3!} \langle \hat{a}_{m_1 \mathbf{k}_1} \hat{a}_{m_2 \mathbf{k}_2} \hat{a}_{m_3 \mathbf{k}_3} \rangle_E, \\ \bar{M}_5^{m_1 \dots m_5}(\mathbf{k}_1, \dots, \mathbf{k}_5) &= (-\pi i)^5 \left(\frac{1}{5!} \langle 5 \rangle - \frac{1}{2! 3!} \langle 2 \rangle \langle 3 \rangle \right),\end{aligned}\tag{53}$$

здесь введены обозначения $\langle 2 \rangle = \langle \hat{a}_{m_1 \mathbf{k}_1} \hat{a}_{m_2 \mathbf{k}_2} \rangle_E$, $\langle 3 \rangle = \langle \hat{a}_{m_1 \mathbf{k}_1} \hat{a}_{m_2 \mathbf{k}_2} \hat{a}_{m_3 \mathbf{k}_3} \rangle_E$.

Таким образом, $W(a)$ можно записать в общем виде [11]

$$W(a) = W(E) W^G(a) \exp \left\{ \left\langle \sum_{n \geq 3} \tilde{D}_n \right\rangle_G \right\}, \quad (54)$$

где

$$\begin{aligned} \langle \tilde{D}_3 \rangle_G &= \langle \overline{D}_3 \rangle_G, & \langle \tilde{D}_4 \rangle_G &= \langle \overline{D}_4 \rangle_G, & \langle \tilde{D}_5 \rangle_G &= \langle \overline{D}_5 \rangle_G, \\ \langle \tilde{D}_6 \rangle_G &= \langle \overline{D}_6 \rangle_G - \frac{1}{2} \langle \overline{D}_3 \rangle_G^2, \end{aligned} \quad (55)$$

$$\begin{aligned} \langle \overline{D}_n \rangle_G &= [W^G(a)]^{-1} \sum_{m_1 \mathbf{k}_1} \dots \sum_{m_n \mathbf{k}_n} \overline{M}_n^{m_1 \dots m_n}(\mathbf{k}_1, \dots, \mathbf{k}_n) \frac{1}{(i\pi)^n} \times \\ &\times \frac{\delta^n}{\delta a_{m_1 \mathbf{k}_1} \dots \delta a_{m_n \mathbf{k}_n}} W^G(a). \end{aligned} \quad (56)$$

Используя выражение (54), можно рассчитать энтропию системы и соответствующие термодинамические силы в каком угодно приближении по $\tilde{D}_n$. Подобным образом производится расчет гидродинамических скоростей $\mathbf{v}_{m\mathbf{k}}(a)$. По определению имеем

$$\mathbf{v}_{m\mathbf{k}}(a) = \frac{1}{W(a)} \int d\Gamma_N (\dot{\hat{a}}_{m\mathbf{k}} \delta(\hat{a} - a)). \quad (57)$$

Введем функцию [8]

$$W(a, \lambda) = \int d\Gamma_N \left(\exp \left\{ \sum_{m\mathbf{k}} \lambda_{m\mathbf{k}} \dot{\hat{a}}_{m\mathbf{k}} \right\} \delta(\hat{a} - a) \right), \quad (58)$$

тогда получаем

$$\mathbf{v}_{m\mathbf{k}}(a) = \frac{\partial \ln W(a, \lambda)}{\partial \lambda_{m\mathbf{k}}} \Big|_{\lambda_{m\mathbf{k}}=0}. \quad (59)$$

Расчет $W(a, \lambda)$ производится подобно выражению $W(a)$ (54). В гауссовом приближении имеем

$$\begin{aligned} W^G(a, \lambda) &= W(E) \exp \left[-\frac{1}{2} \sum_{m_1, m_2=1}^2 \sum_{\mathbf{k}} [\tilde{S}^{-1}(\mathbf{k})]_{m_1 m_2} \rho_{1\mathbf{k}} \rho_{2-\mathbf{k}} - \right. \\ &- \frac{1}{2} \sum_{m_1, m_2=1}^2 \sum_{\mathbf{k}} [\tilde{N}_2^{-1}(\mathbf{k})]_{m_1 m_2} \mathbf{j}_{1\mathbf{k}} \mathbf{j}_{2-\mathbf{k}} - \frac{1}{2} \sum_{\mathbf{k}} \frac{\beta^2}{\bar{\rho}_m k_{\text{Б}} c_V(\mathbf{k})} \bar{h}_{\mathbf{k}} \bar{h}_{-\mathbf{k}} - \\ &\left. - \frac{1}{2} \sum_{\mathbf{k}} [\ln \pi \det \tilde{S}(\mathbf{k}) + \ln(\pi \bar{\rho}_m k_{\text{Б}} c_V(\mathbf{k}) / \beta^2)] - \frac{1}{2} \ln(\pi \bar{\rho}_m \omega_p^2 / 4\beta^2) \right], \end{aligned} \quad (60)$$

где

$$\begin{aligned}
 \rho_{1\mathbf{k}} &= \rho_{m\mathbf{k}} - \sum_{m'=1}^5 \langle \hat{\rho}_{m\mathbf{k}} \dot{\hat{a}}_{m'-\mathbf{k}} \rangle_E \lambda_{m'\mathbf{k}}, \\
 \rho_{2\mathbf{k}} &= \rho_{e\mathbf{k}} - \sum_{m'=1}^5 \langle \hat{\rho}_{e\mathbf{k}} \dot{\hat{a}}_{m'-\mathbf{k}} \rangle_E \lambda_{m'\mathbf{k}}, \\
 \mathbf{j}_{1\mathbf{k}} &= \mathbf{j}_{m\mathbf{k}} - \sum_{m'=1}^5 \langle \hat{\mathbf{j}}_{m\mathbf{k}} \dot{\hat{a}}_{m'-\mathbf{k}} \rangle_E \lambda_{m'\mathbf{k}}, \\
 \mathbf{j}_{2\mathbf{k}} &= \mathbf{j}_{e\mathbf{k}} - \sum_{m'=2}^5 \langle \hat{\mathbf{j}}_{e\mathbf{k}} \dot{\hat{a}}_{m'-\mathbf{k}} \rangle_E \lambda_{m'\mathbf{k}}, \\
 \bar{h}_{\mathbf{k}} &= h_{\mathbf{k}} - \sum_{m'=1}^5 \langle \hat{h}_{\mathbf{k}} \dot{\hat{a}}_{m'-\mathbf{k}} \rangle_E \lambda_{m'\mathbf{k}}.
 \end{aligned}$$

В этом приближении скорости $\mathbf{v}_{m\mathbf{k}}(a)$ равны

$$\begin{aligned}
 \mathbf{v}_{\rho_{m\mathbf{k}}}^G(a) &= \frac{\beta}{\bar{\rho}_m} \langle \hat{\mathbf{j}}_{m\mathbf{k}} \dot{\hat{\rho}}_{m-\mathbf{k}} \rangle_E \mathbf{j}_{m\mathbf{k}}, \\
 \mathbf{v}_{\rho_{e\mathbf{k}}}^G(a) &= \frac{4\pi\beta}{\omega_p^2} \langle \hat{\mathbf{j}}_{e\mathbf{k}} \dot{\hat{\rho}}_{e-\mathbf{k}} \rangle_E \mathbf{j}_{e\mathbf{k}}, \\
 \mathbf{v}_{\mathbf{j}_{m\mathbf{k}}}^G(a) &= \frac{1}{2} \frac{1}{\det \tilde{S}(\mathbf{k})} (S_{ee}(\mathbf{k}) \langle \hat{\rho}_{m\mathbf{k}} \dot{\hat{\mathbf{j}}}_{m-\mathbf{k}} \rangle_E \rho_{m\mathbf{k}} + \\
 &\quad + S_{mm}(\mathbf{k}) \langle \hat{\rho}_{e\mathbf{k}} \dot{\hat{\mathbf{j}}}_{e-\mathbf{k}} \rangle_E \rho_{e\mathbf{k}}) + \frac{\beta^2}{2\bar{\rho}_m k_{\text{Б}C_V}(\mathbf{k})} \langle \hat{h}_{\mathbf{k}} \dot{\hat{\mathbf{j}}}_{m-\mathbf{k}} \rangle_E h_{\mathbf{k}}, \\
 \mathbf{v}_{h\mathbf{k}}^G(a) &= \frac{\beta^2}{2} \left(\frac{1}{\bar{\rho}_m} \langle \hat{\mathbf{j}}_{m\mathbf{k}} \dot{\hat{h}}_{-\mathbf{k}} \rangle_E \mathbf{j}_{m\mathbf{k}} + \frac{4\pi}{\omega_p^2} \langle \hat{\mathbf{j}}_{e\mathbf{k}} \dot{\hat{h}}_{-\mathbf{k}} \rangle_E \mathbf{j}_{e\mathbf{k}} \right), \tag{61}
 \end{aligned}$$

а выражение для $\mathbf{v}_{j_e\mathbf{k}}^G(a)$ получается заменой $\mathbf{j}_{m\mathbf{k}} \rightarrow \mathbf{j}_{e\mathbf{k}}$.

В общем случае $\mathbf{v}_{m\mathbf{k}}(a)$ можно записать в виде

$$\begin{aligned}
 \mathbf{v}_{m\mathbf{k}}(a) &= \left(\frac{\partial \ln W^G(a, \lambda)}{\partial \lambda_{m\mathbf{k}}} + \frac{\partial \langle \sum_{n \geq 3} \tilde{D}_n(\lambda) \rangle_G}{\partial \lambda_{m\mathbf{k}}} \right) \Big|_{\lambda_{m\mathbf{k}}=0}, \tag{62} \\
 \left\langle \sum_{n \geq 3} \tilde{D}_n(\lambda) \right\rangle_G &= \sum_{n \geq 3} \left(\frac{1}{W^G(a)} \sum_{\mathbf{k}_1, \dots, \mathbf{k}_n} \sum_{m_1, \dots, m_n} \frac{1}{(i\pi)^n} \overline{M}_n^{m_1 \dots m_n}(\mathbf{k}_1, \dots, \mathbf{k}_n) \times \right. \\
 &\quad \times \frac{\partial^n}{\partial C_{\mathbf{k}_1}^{m_1} \dots \partial C_{\mathbf{k}_n}^{m_n}} - \frac{1}{W^G(a)} \sum_{\mathbf{k}_1, \dots, \mathbf{k}_n} \sum_{m_1, \dots, m_n} \langle \hat{a}_{m_1 \mathbf{k}_1} \dots \hat{a}_{m_{n-1} \mathbf{k}_{n-1}} \dot{\hat{a}}_{m_n \mathbf{k}_n} \rangle_E \times \\
 &\quad \left. \times \lambda_{m_n \mathbf{k}_n} \frac{\partial^{n-1}}{\partial C_{\mathbf{k}_1}^{m_1} \dots \partial C_{\mathbf{k}_{n-1}}^{m_{n-1}}} \right) W^G(a, \lambda), \tag{63}
 \end{aligned}$$

где $C_{\mathbf{k}}^m = a_{m\mathbf{k}} - \sum_{m', \mathbf{k}'} \langle \hat{a}_{m\mathbf{k}} \dot{\hat{a}}_{m'\mathbf{k}'} \rangle_E \lambda_{m'\mathbf{k}'}$.

Кумулянтные средние в выражениях (53), (56), (63) являются статическими корреляционными функциями, которые могут быть рассчитаны на основании эквивалентности микроканонического и канонического ансамблей. Исследование и расчет кинетических коэффициентов $L_{m\mathbf{k},n\mathbf{q}}(a)$ будут произведены в следующем разделе.

4. ВРЕМЕННЫЕ КОРРЕЛЯЦИОННЫЕ ФУНКЦИИ И КОЭФФИЦИЕНТЫ ПЕРЕНОСА

Исследуем временные корреляционные функции динамических переменных $\hat{a}_{m\mathbf{k}} = \{\hat{\rho}_{m\mathbf{k}}, \hat{\rho}_{e\mathbf{k}}, \hat{\mathbf{j}}_{m\mathbf{k}}, \hat{\mathbf{j}}_{e\mathbf{k}}, \hat{h}_{\mathbf{k}}\}$, которые определяются соотношениями

$$\langle \hat{a}_{m\mathbf{k}}(t) \hat{a}_{n-\mathbf{k}}(0) \rangle_0 = \int d\Gamma_N (\hat{a}_{m\mathbf{k}}(t) \hat{a}_{n-\mathbf{k}}(0) \rho_0), \quad (64)$$

ρ_0 – равновесный статистический оператор. В работе [12] с помощью обобщенного уравнения Фоккера–Планка было получено матричное уравнение для временных корреляционных функций в случае простых жидкостей. В нашем случае данное уравнение для фурье-образов временных корреляционных функций (64)

$$(\hat{a}_m \hat{a}_n)_{\mathbf{k}\omega} = \int_{-\infty}^{\infty} dt \exp(i\omega t) \langle \hat{a}_{m\mathbf{k}}(t) \hat{a}_{n-\mathbf{k}}(0) \rangle_0 \quad (65)$$

имеет вид

$$-i\omega (\hat{a}\hat{a})_{\mathbf{k}\omega} + i\tilde{\Omega}(\mathbf{k})(\hat{a}\hat{a})_{\mathbf{k}\omega} + \tilde{\Gamma}(\mathbf{k}, \omega)(\hat{a}\hat{a})_{\mathbf{k}\omega} = (\hat{a}\hat{a})_{\mathbf{k}}, \quad (66)$$

где

$$(\hat{a}\hat{a})_{\mathbf{k}\omega} = \begin{bmatrix} \tilde{\Phi}_{\rho\rho} & \tilde{\Phi}_{\rho\mathbf{j}} & \tilde{\Phi}_{\rho h} \\ \tilde{\Phi}_{\mathbf{j}\rho} & \tilde{\Phi}_{\mathbf{j}\mathbf{j}} & \tilde{\Phi}_{\mathbf{j}h} \\ \tilde{\Phi}_{h\rho} & \tilde{\Phi}_{h\mathbf{j}} & \tilde{\Phi}_{hh} \end{bmatrix}_{(\mathbf{k}, \omega)} \quad (67)$$

– блочная матрица, элементами которой являются

$$\begin{aligned} \tilde{\Phi}_{\rho\rho}(\mathbf{k}, \omega) &= \begin{bmatrix} (\hat{\rho}_m \hat{\rho}_m) & (\hat{\rho}_m \hat{\rho}_e) \\ (\hat{\rho}_e \hat{\rho}_m) & (\hat{\rho}_e \hat{\rho}_e) \end{bmatrix}_{(\mathbf{k}, \omega)}, & \tilde{\Phi}_{\rho\mathbf{j}}(\mathbf{k}, \omega) &= \begin{bmatrix} (\hat{\rho}_m \hat{\mathbf{j}}_m) & (\hat{\rho}_m \hat{\mathbf{j}}_e) \\ (\hat{\rho}_e \hat{\mathbf{j}}_m) & (\hat{\rho}_e \hat{\mathbf{j}}_e) \end{bmatrix}_{(\mathbf{k}, \omega)}, \\ \tilde{\Phi}_{\mathbf{j}\mathbf{j}}(\mathbf{k}, \omega) &= \begin{bmatrix} (\hat{\mathbf{j}}_m \hat{\mathbf{j}}_m) & (\hat{\mathbf{j}}_m \hat{\mathbf{j}}_e) \\ (\hat{\mathbf{j}}_e \hat{\mathbf{j}}_m) & (\hat{\mathbf{j}}_e \hat{\mathbf{j}}_e) \end{bmatrix}_{(\mathbf{k}, \omega)}, & \tilde{\Phi}_{\rho h}(\mathbf{k}, \omega) &= \begin{bmatrix} (\hat{\rho}_m \hat{h}) & 0 \\ (\hat{\rho}_e \hat{h}) & 0 \end{bmatrix}_{(\mathbf{k}, \omega)}, \\ \tilde{\Phi}_{\mathbf{j}h}(\mathbf{k}, \omega) &= \begin{bmatrix} (\hat{\mathbf{j}}_m \hat{h}) & 0 \\ (\hat{\mathbf{j}}_e \hat{h}) & 0 \end{bmatrix}_{(\mathbf{k}, \omega)}, & \tilde{\Phi}_{hh}(\mathbf{k}, \omega) &= \begin{bmatrix} (\hat{h} \hat{h}) & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}_{(\mathbf{k}, \omega)}, \end{aligned} \quad (68)$$

$$i\tilde{\Omega}(\mathbf{k}) = \begin{bmatrix} \tilde{0} & \tilde{\Lambda}_{\rho\mathbf{j}} \tilde{\Phi}_{\mathbf{j}\mathbf{j}}^{-1} & \tilde{0} \\ \tilde{\Lambda}_{\mathbf{j}\rho} \tilde{\Phi}_{\rho\rho}^{-1} & \tilde{0} & \tilde{\Lambda}_{\mathbf{j}h} \tilde{\Phi}_{hh}^{-1} \\ \tilde{0} & \tilde{\Lambda}_{h\mathbf{j}} \tilde{\Phi}_{\mathbf{j}\mathbf{j}}^{-1} & \tilde{0} \end{bmatrix}_{(\mathbf{k})} = \begin{bmatrix} \tilde{0} & i\tilde{\Omega}_{\rho\mathbf{j}} & \tilde{0} \\ i\tilde{\Omega}_{\mathbf{j}\rho} & \tilde{0} & i\tilde{\Omega}_{\mathbf{j}h} \\ \tilde{0} & i\tilde{\Omega}_{h\mathbf{j}} & \tilde{0} \end{bmatrix}_{(\mathbf{k})} \quad (69)$$

– частотная субматрица теории проекционных операторов Мори [13] с элементами

$$\begin{aligned} \tilde{0} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, & \tilde{\Lambda}_{\rho\mathbf{j}}(\mathbf{k}) &= \begin{bmatrix} (\dot{\rho}_m \hat{\mathbf{j}}_m) & (\dot{\rho}_m \hat{\mathbf{j}}_e) \\ (\dot{\rho}_e \hat{\mathbf{j}}_m) & (\dot{\rho}_e \hat{\mathbf{j}}_e) \end{bmatrix}_{(\mathbf{k})}, \\ \tilde{\Lambda}_{\mathbf{j}h}(\mathbf{k}) &= \begin{bmatrix} (\dot{\mathbf{j}}_m \hat{h}) & 0 \\ (\dot{\mathbf{j}}_e \hat{h}) & 0 \end{bmatrix}_{(\mathbf{k})}, \end{aligned} \quad (70)$$

$\tilde{\Phi}_{jj}^{-1}(\mathbf{k})$ – матрица, обратная к $\tilde{\Phi}_{jj}(\mathbf{k})$:

$$\tilde{\Phi}_{jj}(\mathbf{k}) = \begin{bmatrix} (\hat{\mathbf{j}}_m \hat{\mathbf{j}}_m) & (\hat{\mathbf{j}}_m \hat{\mathbf{j}}_e) \\ (\hat{\mathbf{j}}_e \hat{\mathbf{j}}_m) & (\hat{\mathbf{j}}_e \hat{\mathbf{j}}_e) \end{bmatrix}_{(\mathbf{k})}, \quad (71)$$

и равная

$$\tilde{\Phi}_{jj}^{-1}(\mathbf{k}) = \frac{1}{\det \tilde{\Phi}_{jj}(\mathbf{k})} \begin{bmatrix} (\hat{\mathbf{j}}_e \hat{\mathbf{j}}_e) & -(\hat{\mathbf{j}}_m \hat{\mathbf{j}}_e) \\ -(\hat{\mathbf{j}}_e \hat{\mathbf{j}}_m) & (\hat{\mathbf{j}}_m \hat{\mathbf{j}}_m) \end{bmatrix}_{(\mathbf{k})}. \quad (72)$$

Подобным образом находим

$$\tilde{\Phi}_{\rho\rho}^{-1}(\mathbf{k}) = \frac{1}{\det \tilde{\Phi}_{\rho\rho}(\mathbf{k})} \begin{bmatrix} S_{ee} & -S_{me} \\ S_{em} & S_{mm} \end{bmatrix}_{(\mathbf{k})}, \quad (73)$$

$$\det \tilde{\Phi}_{\rho\rho}(\mathbf{k}) = \det \tilde{S}(\mathbf{k}) = S_{ee}(\mathbf{k})S_{mm}(\mathbf{k}) - S_{em}(\mathbf{k})S_{me}(\mathbf{k}),$$

$$\tilde{\Gamma}(\mathbf{k}, \omega) = \begin{bmatrix} \tilde{0} & \tilde{0} & \tilde{0} \\ \tilde{0} & \tilde{\Gamma}_{jj} & \tilde{\Gamma}_{jh} \\ \tilde{0} & \tilde{\Gamma}_{hj} & \tilde{\Gamma}_{hh} \end{bmatrix}_{(\mathbf{k}, \omega)} \quad (74)$$

– субматрица обобщенных коэффициентов, связанных с (35):

$$\begin{aligned} \tilde{\Gamma}_{jj}(\mathbf{k}, \omega) &= \begin{bmatrix} \Gamma_{jmjm} & \Gamma_{jmje} \\ \Gamma_{jejm} & \Gamma_{jeje} \end{bmatrix}_{(\mathbf{k}, \omega)}, & \tilde{\Gamma}_{jh}(\mathbf{k}, \omega) &= \begin{bmatrix} \Gamma_{jmh} & 0 \\ \Gamma_{jeh} & 0 \end{bmatrix}_{(\mathbf{k}, \omega)}, \\ \tilde{\Gamma}_{hh}(\mathbf{k}, \omega) &= \begin{bmatrix} \Gamma_{hh} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}_{(\mathbf{k}, \omega)}, \end{aligned} \quad (75)$$

которые определяются следующим образом [14]:

$$\Gamma_{mn}(\mathbf{k}, \omega) = L_{ml}(\mathbf{k}, \omega)(\hat{a}_l \hat{a}_n)^{-1}_{\mathbf{k}}, \quad (76)$$

$$L_{mn}(\mathbf{k}, \omega) = L_{mn}^{(0)}(\mathbf{k}) + (\hat{\mathbf{U}}_m \hat{\mathbf{U}}_n)^c_{\mathbf{k}\omega} \quad (77)$$

– обобщенные кинетические коэффициенты.

Первое слагаемое в (77) соответствует эффектам “быстрых” степеней свободы [12], второе слагаемое описывает вклад флуктуаций и соответствует неприводимым связанным частям корреляционных функций. Остановимся более подробно на этом слагаемом.

При расчете гидродинамических скоростей (63) было показано, что $\mathbf{v}_{m\mathbf{k}}(a)$ в общем случае можно представить в виде суммы ее гауссовой части и высших приближений по переменным $a_{m\mathbf{k}}$:

$$\mathbf{v}_{m\mathbf{k}} = \sum_{n\mathbf{q}} i\tilde{\Omega}_{m\mathbf{k}, n\mathbf{q}} a_{n\mathbf{q}} + \mathbf{v}_{m\mathbf{k}}^{ir}(a). \quad (78)$$

Подобным образом, используя марковское приближение уравнения Фоккера–Планка (28), можно представить слагаемое, связанное с обобщенными кинетическими коэффициентами $L_{m\mathbf{k}, n\mathbf{q}}(a)$, в виде

$$\begin{aligned} u_{m\mathbf{k}}(a) &= - \sum_{n\mathbf{q}} \left(\frac{\partial}{\partial a_{n\mathbf{q}}} L_{m\mathbf{k}, n\mathbf{q}}(a) + L_{m\mathbf{k}, n\mathbf{q}}(a) F_{n\mathbf{q}}(a) \right) = \\ &= \sum_{n\mathbf{q}} \Gamma_{m\mathbf{k}, n\mathbf{q}} a_{n\mathbf{q}} + u_{m\mathbf{k}}^{ir}(a). \end{aligned} \quad (79)$$

Именно суммой выражений (78) и (79) определяется временная производная от среднего значения $\langle a_m \rangle^t = \int da a_m f(a, t)$:

$$\frac{\partial}{\partial t} \langle a_m \rangle^t = \langle v_m \rangle^t + \langle u_m \rangle^t. \quad (80)$$

Из (79) легко определить неприводимую часть $u_m^{ir}(a)$ (далее для краткости будем опускать индексы $\mathbf{k}, \mathbf{q}$, предполагая суммирование по повторяющимся индексам):

$$u_m^{ir}(a) = - \left(\frac{\partial}{\partial a_n} + F_n(a) \right) \delta L_{mn}(a) - L_{mn}^0 (F_n(a) - F_n^0(a)), \quad (81)$$

где $F_n^0(a)$ обозначает гауссову часть термодинамических сил, а

$$\delta L_{mn}(a) = L_{mn}(a) - L_{mn}^0, \quad L_{mn}^0 = \int da f_0(a) L_{mn}(a), \quad (82)$$

где $f_0(a)$ – равновесное решение уравнения (29). Следует заметить, что в случае классических систем [12] представляются эквивалентными статистические операторы ρ_a (25) и $\rho'_a = \rho_0 \delta(\hat{a} - a) f_0^{-1}(a)$, так что возможен переход от усреднения по состоянию ρ_a к средним по равновесному распределению.

Из уравнения (81) видно, что неприводимая часть $u_m^{ir}(a)$ определяется двумя факторами: негауссовой формой статистического веса $W(a)$ и флуктуациями кинетических коэффициентов $\delta L_{mn}(a)$. Ограничиваясь следующим приближением по a_m , можно представить величину

$$\hat{\mathbf{U}}_m^{ir}(a) = \int da \delta(\hat{a} - a) (\mathbf{v}_m^{ir}(a) + u_m^{ir}(a)) \quad (83)$$

в виде

$$\hat{\mathbf{U}}_m^{ir}(a) = V_{mns} \hat{a}_n \hat{a}_s + V'_{mns} \hat{a}_n \hat{a}_s. \quad (84)$$

Значения для коэффициентов V_{mns} берутся из результатов вычисления негауссовых поправок к $\mathbf{v}_m(a)$ предыдущего раздела и представляют собой равновесные корреляционные функции трех переменных. Для анализа второго коэффициента V'_{mns} заметим, что в приближении (84) можно пренебречь вторым слагаемым выражения (81), которое является величиной третьего порядка по $\hat{a}$. Таким образом, неприводимая часть, а следовательно, и V'_{mns} полностью определяются флуктуациями кинетических коэффициентов $\delta L_{mn}(a)$. Вычисление этих величин возможно лишь в довольно грубых приближениях и в данной работе не производится.

Определив таким образом неприводимые части $\mathbf{v}_m^{ir}(a)$ и $u_m^{ir}(a)$, можно согласно [12] получить выражения для пространственно-временной дисперсии кинетических коэффициентов

$$\begin{aligned} L_{mn}(\omega) &= L_{mn}^0 + \beta^{-2} (V_{mls} + V'_{mls}) (V_{nl's'} + V'_{nl's'}) \chi_{pl'} \chi_{p's'} \times \\ &\times \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega'}{\pi} G_{lp}(\omega') G_{sp'}(\omega - \omega'), \end{aligned} \quad (85)$$

т.е. выражение (77). В (85) осуществлен переход к безразмерным величинам $G_{mn}(\omega)$ согласно соотношению

$$G_{mn}(\omega) = \beta (\hat{a}_m \hat{a}_l)_\omega (\hat{a}_l \hat{a}_n)_0^{-1}, \quad (86)$$

где $(\hat{a}_l \hat{a}_n)_0 = \chi_{ln}$ – равновесные корреляционные функции.

Следует подчеркнуть, что в случае динамических переменных $\{\hat{a}_{m\mathbf{k}}\}$, удовлетворяющих законам сохранения, в длинноволновом приближении в выражении (77) достаточно ограничиться лишь значениями $\mathbf{v}_m^{ir}(a)$, т.к. $u_m^{ir}(a) \sim \mathbf{k}^2$. Однако в общем случае необходим также учет $u_m^{ir}(a)$.

Для определения величин $G_{mn}(\omega)$ следует решить матричное уравнение (66) для временных корреляционных функций. В частности, для величин $\tilde{\Phi}_{\rho\rho}(\mathbf{k}, \omega)$, $\tilde{\Phi}_{jj}(\mathbf{k}, \omega)$, $\tilde{\Phi}_{hh}(\mathbf{k}, \omega)$ имеем

$$\begin{aligned} \tilde{S}_{\rho\rho}(\mathbf{k}, \omega) = & [-i\omega + i\tilde{\Omega}_{\rho j}(\mathbf{k})(-i\omega + \tilde{\Gamma}_{jj}(\mathbf{k}, \omega)) - (i\tilde{\Omega}_{jh}(\mathbf{k}) + \tilde{\Gamma}_{jh}(\mathbf{k}, \omega)) \times \\ & \times [-i\omega + \tilde{\Gamma}_{hh}(\mathbf{k}, \omega)]^{-1} (i\tilde{\Omega}_{hj}(\mathbf{k}) + \tilde{\Gamma}_{hj}(\mathbf{k}, \omega))^{-1} i\tilde{\Omega}_{j\rho}(\mathbf{k})]^{-1} \tilde{S}_{\rho\rho}(\mathbf{k}), \end{aligned} \quad (87)$$

$$\begin{aligned} \tilde{\Phi}_{jj}(\mathbf{k}, \omega) = & \left[-i\omega + i\tilde{\Omega}_{j\rho}(\mathbf{k}) \frac{1}{i\omega} i\tilde{\Omega}_{\rho j}(\mathbf{k}) + \tilde{\Gamma}_{jj}(\mathbf{k}, \omega) - (i\tilde{\Omega}_{jh}(\mathbf{k}) + \tilde{\Gamma}_{jh}(\mathbf{k}, \omega)) \times \right. \\ & \left. \times [-i\omega + \tilde{\Gamma}_{hh}(\mathbf{k}, \omega)]^{-1} (i\tilde{\Omega}_{hj}(\mathbf{k}) + \tilde{\Gamma}_{hj}(\mathbf{k}, \omega)) \right]^{-1} \tilde{\Phi}_{jj}(\mathbf{k}), \end{aligned} \quad (88)$$

$$\begin{aligned} \tilde{\Phi}_{hh}(\mathbf{k}, \omega) = & \left[-i\omega + i\tilde{\Gamma}_{hh}(\mathbf{k}, \omega) - (i\tilde{\Omega}_{hj}(\mathbf{k}) + \tilde{\Gamma}_{hj}(\mathbf{k}, \omega)) \left[-i\omega + i\tilde{\Omega}_{j\rho}(\mathbf{k}) \times \right. \right. \\ & \left. \left. \times \frac{1}{i\omega} i\tilde{\Omega}_{\rho j}(\mathbf{k}) + \tilde{\Gamma}_{jj}(\mathbf{k}, \omega) \right]^{-1} (i\tilde{\Omega}_{jh}(\mathbf{k}) + \tilde{\Gamma}_{jh}(\mathbf{k}, \omega)) \right]^{-1} \tilde{\Phi}_{hh}(\mathbf{k}). \end{aligned} \quad (89)$$

В целом матричное уравнение (66) для временных корреляционных функций совместно с выражениями для обобщенных коэффициентов переноса в приближении (85) дает возможность вычислить временные корреляционные функции для ионных систем в приближении взаимодействующих мод. При этом учитываются взаимодействия как вязких и тепловых мод, так и кинетических мод, связанных с флуктуациями потока заряда в системе.

Для затравочных коэффициентов в изотропном случае имеем

$$L_{\mathbf{j}_m^\alpha \mathbf{j}_m^\beta}^{(0)}(\mathbf{k}) = T\mathbf{k}^2 \eta^{(0)} (\delta_{\alpha\beta} - \mathbf{n}_\alpha \mathbf{n}_\beta) + T\mathbf{k}^2 \left(\frac{4}{3} \eta^{(0)} + \zeta^{(0)} \right) \mathbf{n}_\alpha \mathbf{n}_\beta, \quad (90)$$

$$L_{\mathbf{j}_e^\alpha \mathbf{j}_e^\beta}^{(0)}(\mathbf{k}) = T\omega_p^2 / 4\pi \sigma^{(0)} \delta_{\alpha\beta}, \quad (91)$$

$$L_{hh}^{(0)}(\mathbf{k}) = T^2 \mathbf{k}^2 \Lambda^{(0)}, \quad (92)$$

где $\mathbf{n}_\alpha = \mathbf{k}_\alpha / |\mathbf{k}|$, а $\eta^{(0)}$, $\zeta^{(0)}$, $\sigma^{(0)}$, $\Lambda^{(0)}$ – “затравочные” коэффициенты сдвиговой вязкости, объемной вязкости, электро- и теплопроводности. Флуктуационные поправки в

$L_{mn}(\mathbf{k}, \omega)$ приводят к пространственно-временной дисперсии коэффициентов переноса:

$$\eta_{\mathbf{k}\omega} = \eta^{(0)} + \frac{1}{2T\mathbf{k}^2} \left(\hat{\mathbf{U}}_{j_m^\alpha} \hat{\mathbf{U}}_{j_m^\beta} \right)_{\mathbf{k}\omega}^{(c)} (\delta_{\alpha\beta} - \mathbf{n}_\alpha \mathbf{n}_\beta), \quad (93)$$

$$\frac{4}{3} \eta_{\mathbf{k}\omega} + \zeta_{\mathbf{k}\omega} = \frac{4}{3} \eta^{(0)} + \zeta^{(0)} + \frac{1}{T\mathbf{k}^2} \mathbf{n}_\alpha \mathbf{n}_\beta \left(\hat{\mathbf{U}}_{j_m^\alpha} \hat{\mathbf{U}}_{j_m^\beta} \right)_{\mathbf{k}\omega}^{(c)}, \quad (94)$$

$$\Lambda_{\mathbf{k}\omega} = \Lambda^{(0)} + \frac{1}{T^2\mathbf{k}^2} \left(\hat{\mathbf{U}}_h \hat{\mathbf{U}}_h \right)_{\mathbf{k}\omega}^{(c)}, \quad (95)$$

$$\rho(\mathbf{k}, \omega) = \frac{1}{\sigma^{(0)}} + \frac{1}{T} \frac{4\pi}{\omega_p^2} \left(\hat{\mathbf{U}}_{j_e} \hat{\mathbf{U}}_{j_e} \right)_{\mathbf{k}\omega}^{(c)}, \quad (96)$$

где $\rho(\mathbf{k}, \omega)$ – обобщенное сопротивление. Вместе с этими коэффициентами переноса существуют коэффициенты, связанные с корреляционными функциями $\left(\hat{\mathbf{U}}_{j_m^\alpha} \hat{\mathbf{U}}_h \right)_{\mathbf{k}\omega}^{(c)}$, $\left(\hat{\mathbf{U}}_{j_e} \hat{\mathbf{U}}_h \right)_{\mathbf{k}\omega}^{(c)}$ и $\left(\hat{\mathbf{U}}_{j_m^\alpha} \hat{\mathbf{U}}_{j_e^\beta} \right)_{\mathbf{k}\omega}^{(c)}$:

$$\xi_{\mathbf{k}\omega} = \frac{1}{T\mathbf{k}^2} \frac{\omega}{|\omega|} \mathbf{n}_\alpha \left(\hat{\mathbf{U}}_{j_m^\alpha} \hat{\mathbf{U}}_h \right)_{\mathbf{k}\omega}^{(c)}, \quad (97)$$

$$\lambda_{\mathbf{k}\omega} = \frac{1}{T|\mathbf{k}|} \frac{\omega}{|\omega|} \mathbf{n}_\alpha \left(\hat{\mathbf{U}}_{j_e^\alpha} \hat{\mathbf{U}}_h \right)_{\mathbf{k}\omega}^{(c)}, \quad (98)$$

$$\nu_{\mathbf{k}\omega} = \frac{1}{T\mathbf{k}^2} \frac{\omega}{|\omega|} \mathbf{n}_\alpha \mathbf{n}_\beta \left(\hat{\mathbf{U}}_{j_e^\alpha} \hat{\mathbf{U}}_{j_m^\beta} \right)_{\mathbf{k}\omega}^{(c)} \quad (99)$$

– соответственно коэффициент, связывающий вязкие и тепловые процессы, а также коэффициенты, описывающие термоэлектрические и электрострикционные свойства системы заряженных частиц, причем $\xi_{\mathbf{k}\omega} = 0$ при $k \rightarrow 0$, а $\lambda_{\mathbf{k}\omega}$ при $k \rightarrow 0$ имеет отличное от нуля значение. Аналогичным образом в выражении (96) для обобщенного сопротивления можно выделить два слагаемых:

$$L_{j_e j_e}(\mathbf{k}, \omega) = T\omega_p^2/4\pi \rho(\mathbf{k}, \omega) = R(\mathbf{k}, \omega)\mathbf{k}^2 + r(\omega), \quad (100)$$

где слагаемые разделены: чисто релаксационное $r(\omega) = L_{j_e j_e}(0, \omega)$ и $R(\mathbf{k}, \omega) = (L_{j_e j_e}(\mathbf{k}, \omega) - r(\omega)) / \mathbf{k}^2$.

Отметим, что в изложенном выше подходе расчет коэффициентов переноса и временных корреляционных функций является “замкнутой” задачей: коэффициенты переноса выражаются через временные корреляционные функции, цепочка уравнений для которых содержит те же коэффициенты переноса. Применяя итерационную процедуру (в качестве нулевого приближения берутся затравочные коэффициенты), можно получить явные выражения для коэффициентов переноса, зависящих от $\mathbf{k}$ и ω .

Список литературы

- [1] *N.H. March, M.P. Tosi. Coulombliquids. Acad. Press, 1984.*
- [2] *Д.Н. Зубарев, М.В. Токарчук. Обобщенная гидродинамика ионных систем: Препринт ИТФ-86-40р.*
- [3] *Д.Н. Зубарев, М.В. Токарчук // ТМФ. 1987. Т. 70. №2. С. 234–254.*

- [4] *Д.Н. Зубарев*. Современные методы статистической теории неравновесных процессов // Итоги науки и техники. Современные проблемы математики. Т. 15. М.: ВИНТИ, 1980. С. 131–220.
- [5] *M. Dixon, M.J. Gillan* // Phys.Mag.B. 1981. V. 43. №6. P. 1099–1112.
- [6] *D.N. Zubarev, V.G. Morozov* // Physica A. 1983. V. 120. №3. P. 411–467.
- [7] *V.V. Ignatjuk, M.V. Tokarchuk*. Transfer processes in two-component plasma in the self-electromagnetic field. The equations of hydrodynamic and fluctuations: Preprint ICMP-93-1E.
- [8] *Д.Н. Зубарев* // ТМФ. 1982. Т. 53. №1. С. 93–107.
- [9] *И.Р. Ютновский, М.Ф. Головкин*. Статистическая теория классических равновесных систем. Киев: Наукова думка, 1980.
- [10] *И.Р. Ютновский*. К статистической теории конденсированных систем с дальнедействующими и короткодействующими межчастичными взаимодействиями: Препринт ИТФ-79-133р.
- [11] *І.М. Ідзик, М.В. Токарчук*. До статистичної теорії нелінійних гідродинамічних флуктуацій. I. Розрахунок статистичної ваги, термодинамічних сил, функціоналу ентропії та гідродинамічних швидкостей: Препринт ІФКС-91-6у.
- [12] *V.G. Morozov* // Physica A. 1982. V. 110. №1, 2. P. 201–221.
- [13] *J.P. Boon, Yip. Sidney*. Molecular Hydrodynamics. Mc Graw.-Hill. Inter. book company, 1980.
- [14] *V.G. Morozov* // Physica A. 1983. V. 117. №3. P. 511–530.

Институт физики конденсированных систем
НАН Украины

Поступила в редакцию
29.VI.1995 г.

M. V. Ignatiuk, V. V. Tokarchuk

STATISTICAL THEORY OF NONLINEAR HYDRODYNAMIC FLUCTUATIONS OF ION SYSTEMS

For ionic system on the base of Fokker–Plank equation for the distribution function of coarse-grained dynamic variables (mass density, charge density, momentum density, current density and total energy) the equations for time correlation functions are obtained. Calculations of the statistical weight, thermodynamic forces and hydrodynamic velocities both in gaussian and higher approximations are carried out. The expressions for generalized transfer coefficients depending on k and ω which distinguished contributions of fluctuations are found.