Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

А. В. Юров, Преобразование Бэклунда–Шлезингера для уравнений Дэви–
Стьюартсона, *ТМФ*, 1996, том 109, номер 3, 338–346

DOI: <https://doi.org/10.4213/tmf1231>

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и
согласны с пользовательским соглашением

<http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 54.92.164.108

26 апреля 2023 г., 14:26:08

А. В. Юров*

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ БЭКЛУНДА–ШЛЕЗИНГЕРА ДЛЯ УРАВНЕНИЙ ДЭВИ–СТЮАРТСОНА

Показано, что для интегрируемых $(1+2)$ -мерных уравнений Дэви–Стюартсона (ДС) и Бойти–Леона–Пемпинелли (БЛП) существует явное обратимое автопреобразование Бэклунда, и разработана схема построения точных решений системы ДС типа “плоский” и “подковообразный” солитон. Последовательное применение этих преобразований позволяет также находить решения $(1+1)$ - и $(0+2)$ -мерных уравнений решетки Тоды. Демонстрируется подобное автопреобразование для аналогов ДС, реализованных на произвольной ассоциативной алгебре с единицей, в частности для матричных уравнений ДС. Обсуждается связь описанных $(1+2)$ -мерных моделей с $(1+1)$ -мерными J–S-системами.

1. ВВЕДЕНИЕ

Уравнения ДС [1] обладают всеми атрибутами интегрируемых систем: бесконечным числом интегралов движения [2], преобразованиями Дарбу–Бэклунда [3, 4], формализмом обратной задачи рассеяния [5, 6], представлением Хироты [7]. В предлагаемой работе изучается явное обратимое автопреобразование Бэклунда для моделей ДС и БЛП (см. также работу [8]). Уравнения ДС представляются в следующей записи:

$$\begin{aligned} -i\partial_t u &= \left(\partial_x^2 + \frac{1}{\alpha^2} \partial_y^2 \right) u + \frac{2\kappa}{\alpha^2} u^2 v + qu, \\ i\partial_t v &= \left(\partial_x^2 + \frac{1}{\alpha^2} \partial_y^2 \right) v + \frac{2\kappa}{\alpha^2} v^2 u + qv, \\ Lq &= -4\kappa \partial_x^2 (uv), \end{aligned} \tag{1}$$

причем $L \equiv \alpha^2 \partial_x^2 - \partial_y^2$, $\kappa = \pm 1$ (фокусирующий и дефокусирующий случаи, соответственно). При редукции $v = \kappa u^*$, где $*$ обозначает комплексное сопряжение, получается известная модель, описывающая распространение квазиодномерного, квазимонохроматического волнового пучка малой амплитуды по поверхности невязкой безвихревой жидкости. Величина $u(t, x, y)$ – огибающая потенциала скоростей, а $q(t, x, y)$ описывает нелокальное течение, генерируемое пучком. В зависимости от соотношения между ускорением свободного падения, глубиной и поверхностным натяжением реализуется одна

*Калининградский государственный университет

из двух моделей: ДС–1 ($\alpha = 1$) или ДС–2 ($\alpha = i$). Другое приложение (1) связано с динамикой плазменных волн [9].

Во втором разделе работы обсуждаются явные обратимые автопреобразования Бэклунда для уравнений (1), характерные для интегрируемых $(1+1)$ -мерных моделей НУШ и известные в этом контексте как преобразования Шлезингера [10]. Аналогичные формулы выписаны и для уравнений БЛП, явный вид которых будет представлен в основном тексте статьи. В разделе 3 развивается техника построения точных решений уравнений ДС с учетом редукционного ограничения и приведены некоторые из них. В разделе 4 изучается возможность йордановых обобщений уравнений ДС и показано, что одной алгебры Йордана не достаточно для алгебраической классификации построенных моделей. Заканчивает работу краткое обсуждение процедуры “погружения” $(1+1)$ -мерных J–S-систем в $(1+2)$ -мерные уравнения с кубической нелинейностью, допускающие явные обратимые автопреобразования Бэклунда.

2. ЯВНОЕ АВТОПРЕОБРАЗОВАНИЕ ДЛЯ УРАВНЕНИЙ ДС И БЛП

Пусть u_k , v_k и q_k при $k \in Z$ – частные решения (1). Тогда уравнения ДС ковариантны относительно отображения

$$\begin{aligned} v_k \rightarrow v_{k+1} &= \frac{1}{u_k}, & u_k \rightarrow u_{k+1} &= u_k^2 v_k - \kappa u_k L \ln u_k, \\ q_k \rightarrow q_{k+1} &= q_k + 4\partial_x^2 \ln u_k, \end{aligned} \quad (2)$$

причем обратное преобразование определяется формулами

$$\begin{aligned} v_k \rightarrow v_{k-1} &= v_k^2 u_k - \kappa v_k L \ln v_k, & u_k \rightarrow u_{k-1} &= \frac{1}{v_k}, \\ q_k \rightarrow q_{k-1} &= q_k + 4\partial_x^2 \ln v_k. \end{aligned} \quad (3)$$

Соотношения (2), (3) представляют собой явные автопреобразования Бэклунда для (1).

Если положить $q = 0$, то редукция к одной пространственной переменной, определяемая условием $\partial_x = 0$, очевидно переводит уравнения ДС в НУШ, а (2), (3) – в преобразования Шлезингера для этих уравнений. При этом (2) и (3) обладают свойствами, сходными с теми, которыми обладают явные автопреобразования, описанные в [11]:

1. Плотности локальных законов сохранения (1), представимые в виде однородных полиномов, под действием (2), (3) переходят в эквивалентные.

Доказательство фактически совпадает с доказательством аналогичного утверждения для НУШ [11]. Пусть, например, сохраняющаяся плотность имеет вид $\rho_k = iuv$, тогда

$$\rho_{k-1} = \rho_k - i\kappa L \ln v_k, \quad \rho_{k+1} = \rho_k - i\kappa L \ln u_k, \quad (4)$$

т.е. новые плотности отличаются от исходных дивергентным членом по пространственным переменным.

ЗАМЕЧАНИЕ 1. В [2] построено семейство законов сохранения ДС как нетеровских токов, соответствующих калибровочной группе симметрий и параметризованных произвольными (калибровочными) функциями времени. Использование преобразований (2), (3) не приводит к новым сохраняющимся величинам, т.к. если исходные поля u_k и v_k достаточно быстро убывают на бесконечности, то преобразованные (v_{k+1}, u_{k-1}) будут столь же быстро возрастать, что делает невозможным отбрасывание соответствующих поверхностных членов, важное при вычислении нетеровских токов.

2. Преобразования (2), (3) позволяют находить решения $(1+1)$ - и $(0+2)$ -мерных уравнений решетки Тоды. В самом деле, несложно убедиться, что величины s_k , определяемые равенством $s_k \equiv \ln u_k$, удовлетворяют уравнениям

$$Ls_k = \kappa(\exp(s_k - s_{k-1}) - \exp(s_{k+1} - s_k)). \quad (5)$$

3. Соотношения (2), (3) суть калибровочные преобразования для уравнений ДС.

Действительно, систему (1) можно представить как условие коммутативности двух 2×2 -матричных операторов T_1 и T_2 , причем существует такая матричная функция Ψ , что $T_1\Psi = T_2\Psi = 0$. Можно показать, что одновременно с (2), (3) Ψ преобразуется по закону $\Psi \rightarrow \Psi^R = R\Psi$, где R – некоторый линейный оператор, явный вид которого для общего случая матричных уравнений ДС будет приведен в четвертом разделе (формула (35)). Очевидно, что преобразования типа (2), (3) могут быть построены и для $(1+2)$ -мерных моделей, калибровочно-эквивалентных уравнению ДС, например для континуального аналога изотропного магнетика Гейзенберга. В качестве нетривиального примера мы рассмотрим уравнения БЛП

$$\partial_t \partial_y a = \partial_x \partial_y (a^2 - \partial_x a) + 2\partial_x^2 b, \quad \partial_t b = \partial_x (\partial_x b + 2a + 2ab), \quad (6)$$

для которых аналог соотношений (2), (3) имеет вид

$$a_{k+1} = a_k - \partial_x \ln(b_k - \partial_y a_k + 1), \quad b_{k+1} = b_k - \partial_y a_k, \quad (7)$$

$$a_{k-1} = a_k + \partial_x \ln(b_k + 1), \quad b_{k-1} = b_k + \partial_y a_k + \partial_x \partial_y \ln(b_k + 1). \quad (8)$$

В четвертом разделе мы укажем простой способ получения этих формул.

ЗАМЕЧАНИЕ 2. В работе [12] дополнительно к системе (1) введены еще два вида уравнений ДС, так называемые модели ДС-3, ДС-4, которые допускают Л-А-пару и формулировку в терминах обратной задачи рассеяния. Для этих уравнений также существуют явные автопреобразования. Соответствующие формулы представляют простое обобщение (2) и (3), поэтому мы их здесь не приводим.

ЗАМЕЧАНИЕ 3. Явные автопреобразования Бэклунда допускаются не только $(1+1)$ -мерными (НУШ) и $(1+2)$ -мерными (ДС) моделями с кубической нелинейностью, но и обыкновенными дифференциальными уравнениями, которые получаются из этих систем автомодельной заменой переменной. Например, для однородного уравнения P_2 , записанного в виде

$$\partial_x^2 u = 2u^2 v + xu, \quad \partial_x^2 v = 2v^2 u + xv, \quad (9)$$

явные автопреобразования задаются формулами

$$u_k \rightarrow u_{k+1} = \frac{1}{v_k}, \quad v_k \rightarrow v_{k+1} = -u_k v_k^2 - x v_k + \frac{(\partial_x v_k)^2}{v_k}, \quad (10)$$

$$v_k \rightarrow v_{k-1} = \frac{1}{u_k}, \quad u_k \rightarrow u_{k-1} = -v_k u_k^2 - x u_k + \frac{(\partial_x u_k)^2}{u_k}. \quad (11)$$

3. ПОСТРОЕНИЕ ТОЧНЫХ РЕШЕНИЙ УРАВНЕНИЙ ДС

Применим формулы предыдущего раздела к нахождению точных решений уравнений ДС. Для определенности выберем $\alpha = \kappa = 1$ и обозначим искомые функции $u_0 = u$, $v_0 = v$, $q_0 = q$, причем предполагается справедливость редукционного ограничения $u = v^*$.

Пусть $u = f \exp(i\theta)$, $f^* = f$, θ – линейная по переменным t, x, y функция. Теперь потребуем, чтобы после преобразований (2), (3) выполнялось соотношение

$$u_1 = 0, \quad (12)$$

что отвечает частному выбору ограниченной (s_{-1}, s_0) решетки Тоды (5) со свободными узлами s_1 и s_{-2} :

$$s_1 \rightarrow -\infty, \quad s_{-2} \rightarrow +\infty.$$

Уравнение (5) трансформируется при этом в нелинейное уравнение Лиувилля

$$(\partial_x^2 - \partial_y^2)\phi = 2 \exp(\phi), \quad (13)$$

где $\phi \equiv \ln(f^2)$. Следовательно,

$$f = \sqrt{\frac{4A'(\xi)B'(\eta)}{(A(\xi) + B(\eta))^2}}. \quad (14)$$

причем $A', B', (A+B)^2 > 0$; A и B – вещественные кусочно трижды дифференцируемые функции своих аргументов, $\xi = x + y$, $\eta = x - y$ – конусные переменные.

ЗАМЕЧАНИЕ 4. Выбор $\kappa = -1$ приводит к тем же формулам с той разницей, что теперь $\xi = x + y$ и $\eta = y - x$.

Временно положим $\theta = 0$, тогда из (2), (3) следует, что

$$u = \frac{1}{v_1} = f, \quad v = -v_1(\partial_x^2 - \partial_y^2) \ln v_1 = u, \quad q = q_1 + 4\partial_x^2 \ln v_1. \quad (15)$$

Подставляя (15) в (1), получаем три уравнения, одно из которых удовлетворяется тождественно, а два оставшихся имеют вид

$$q_1 = -\frac{2\Delta v_1}{v_1}, \quad (16)$$

$$\partial_\xi \partial_\eta q_1 = 0, \quad (17)$$

где Δ – лапласиан в конусных переменных. Общее решение (17):

$$q_1 = \beta(\xi) + \gamma(\eta), \quad (18)$$

а $v_1 = f^{-1}$. Для согласованности уравнений (16), (17) следует выбрать

$$\beta = (\ln A')'' - \frac{1}{2} [(\ln A')']^2, \quad \gamma = (\ln B')'' - \frac{1}{2} [(\ln B')']^2. \quad (19)$$

Зависимость от времени восстанавливается с помощью буста:

$$v_1(\xi, \eta) \rightarrow v_1(t, \xi, \eta) = v_1(\xi - 4at, \eta - 4bt) \exp[i(2(a^2 + b^2)t + a\xi + b\eta)]. \quad (20)$$

Буст для u -компоненты характеризуется обратным фазовым множителем, а для q – простым сдвигом переменных. К преобразованным таким образом уравнениям (16), (17) можно применить формулы (3) и построить искомые решения. Во избежание громоздких выражений мы приведем функции, которые становятся решениями ДС (совместно с редукционным ограничением) после преобразования буста. Окончательно получим $u = f$ (см. (14)), а

$$q = 3[(\ln A')'' + (\ln B')''] - \frac{[(\ln A')']^2 + [(\ln B')']^2}{2} + 4\left(\frac{A' + B'}{A + B}\right)^2 - 4\frac{A'' + B''}{A + B}. \quad (21)$$

Формулы (14), (20) и (21) решают задачу, вынесенную в заголовок этого раздела. Выберем

$$A = \sum_{k=1}^N d_k \exp(2l_k \xi), \quad B = \sum_{k=1}^M c_k \exp(2m_k \eta), \quad (22)$$

причем

$$l_1 > l_2 > \dots > l_N \geq 0, \quad m_1 > m_2 > \dots > m_M \geq 0, \quad (23)$$

d_k, c_k – положительные константы.

Отсюда имеем решение

$$u(t, x, y) = 4 \frac{\sqrt{\sum_{k=1}^N \sum_{i=1}^M d_k c_i l_k m_i \exp(2(l_k \xi + m_i \eta))}}{\sum_{k=1}^N d_k \exp(2l_k \xi) + \sum_{i=1}^M c_i \exp(2m_i \eta)} \exp(i\theta), \quad (24)$$

где

$$\xi = x + y - 4at, \quad \eta = x - y - 4bt, \quad \theta = 2(a^2 + b^2)t + (a - b)x + (a + b)y.$$

Асимптотики (24) существенно различны в двух случаях: 1) $l_N > 0, m_M > 0$; 2) $l_N = 0$ (или $m_M = 0$).

В первом варианте формула (24) определяет “подковообразный” солитон, т.е. солитон, экспоненциально затухающий по всем, кроме двух, направлениям на плоскости. А

именно, на бесконечности решение имеет линии уровня, определяемые семейством прямых:

$$y^{(+)} = k^{(+)}x + b^{(+)}t, \quad y > -x + 4at, \quad u \rightarrow 4 \frac{\sqrt{c_1 d_1 l_1 m_1}}{c_1 + d_1}, \quad (25)$$

$$y^{(-)} = k^{(-)}x + b^{(-)}t, \quad y < -x + 4at, \quad u \rightarrow 4 \frac{\sqrt{c_M d_N m_M l_N}}{c_M + d_N}, \quad (26)$$

$$k^{(+)} = \frac{m_1 - l_1}{m_1 + l_1}, \quad k^{(-)} = \frac{m_M - l_N}{m_M + l_N}, \quad b^{(+)} = 4 \frac{al_1 - bm_1}{m_1 + l_1}, \quad b^{(-)} = 4 \frac{al_N - bm_M}{m_M + l_N}.$$

Угол между асимптотиками равен

$$\varphi = \arctan \frac{m_1 l_N - m_M l_1}{m_M m_1 + l_N l_1}.$$

Условие $\varphi \rightarrow 0$ вырождает решение в “плоский” солитон, экспоненциально затухающий по всем, кроме одного, направлениям на плоскости.

Во втором случае в верхней полуплоскости $y > -x + 4at$ выражение (24) обладает тем же асимптотическим поведением (25), а в нижней $u \rightarrow 0$.

Аналогично строятся точные решения ДС–2. Выбирая $\kappa = -1$, получаем

$$|u|^2 = \frac{4|A'(z)|^2}{(|A(z)|^2 - 1)^2}, \quad (27)$$

где $z = x + iy$. То, что формула (27) является решением уравнения ДС–2, было получено в [13]. Там же с помощью этой формулы найдены сингулярные вдоль замкнутой кривой (струноподобные) решения.

4. МАТРИЧНЫЕ УРАВНЕНИЯ ДС

В работе [11] подробно изучался класс $(1 + 1)$ -мерных обобщенных моделей НУШ, допускающих явное автопреобразование Бэклунда и представимых в виде

$$\partial_t U = \partial_x^2 U - 2\{U, V, U\}, \quad \partial_t V = -\partial_x^2 V + 2\{V, U, V\}, \quad (28)$$

где $U = u^i(t, x)e_i$, $V = v^i(t, x)e_i$ ($1 \leq i \leq N$, по повторяющимся индексам подразумевается суммирование), $\{e_i\}$ – базис в некоторой конечномерной алгебре Йордана $\mathbf{J}$, а $\{., ., .\}$ означает тернарную неассоциативную операцию:

$$\{A, B, C\} = (A \circ B) \circ C + (C \circ B) \circ A + B \circ (A \circ C), \quad (29)$$

если $A \circ B = B \circ A$ – умножение в $\mathbf{J}$. Например, если в качестве $\mathbf{J}$ выбрать алгебру матриц с обычным йордановым умножением, то (28) будет отвечать матричному НУШ. Авторы [11] предложили называть соотношения (28) J–S-системами и показали, что уравнения (28) при широком выборе $\mathbf{J}$ допускают явное автопреобразование, которое:

1) приводит к интегрируемым дифференциально-разностным уравнениям, обобщающим уравнения Тоды (J–T-системы по терминологии [11]);

2) выражается в терминах умножения в $\mathbf{J}$.

Кроме того, в [11] высказано предположение, что J–S-системами исчерпывается класс $(1 + 1)$ -мерных обобщенных НУШ, допускающих явное автопреобразование Бэклунда.

Несмотря на то что уравнения ДС допускают преобразования (2), (3), они не могут быть однозначно ассоциированы с какой-либо алгеброй Йордана. Действительно, билинейные комбинации вида qu (см. (1)) в случае некоммутирующих зависимых переменных не выражаются с помощью симметричного (йорданова) умножения $S_u q \equiv 2(u \circ q)$, а получаются из соотношений типа $(A_u + S_u)q$, где $A_u \equiv ad_u$ – оператор, генерирующий умножение Ли. Это означает, что одной алгебры Йордана $\mathbf{J}$ недостаточно для алгебраической классификации $(1 + 2)$ -мерных нелинейных уравнений с кубической нелинейностью, допускающих явное автопреобразование Бэклунда. Ниже мы рассмотрим простейший вариант построения подходящей алгебраической модели.

Пусть A – некоторая ассоциативная алгебра с единицей, умножение между элементами которой (U, V и т.д.) будет подразумеваться в выражениях UV , причем эти элементы представляются в виде разложения по базису с коэффициентами – функциями переменных t, x, y . Естественным обобщением (1) будет следующая система уравнений:

$$\begin{aligned} i\partial_t U + \left(\partial_x^2 + \frac{1}{\alpha^2} \partial_y^2 \right) U - \frac{2}{\alpha^2} UVU - i(FU + UG) &= 0, \\ i\partial_t V - \left(\partial_x^2 + \frac{1}{\alpha^2} \partial_y^2 \right) V + \frac{2}{\alpha^2} VUV + i(GV + VF) &= 0, \\ LF \equiv (\alpha \partial_x - \partial_y)F &= -\frac{2i}{\alpha} \partial_x(UV), \\ MG \equiv (\alpha \partial_x + \partial_y)G &= \frac{2i}{\alpha} \partial_x(VU). \end{aligned} \quad (30)$$

Эти уравнения допускают явные автопреобразования:

$$\begin{aligned} U_{k+1} &= L((MU_k)U_k^{-1})U_k + U_k V_k U_k, \\ F_{k+1} &= F_k + \frac{2i}{\alpha} \partial_x((MU_k)U_k^{-1}), \\ G_{k+1} &= G_k + \frac{2i}{\alpha} \partial_x(U_k^{-1}LU_k), \quad V_{k+1} = U_k^{-1}, \end{aligned} \quad (31)$$

и обратные:

$$\begin{aligned} V_{k-1} &= V_k L(V_k^{-1}MV_k) + V_k U_k V_k, \\ G_{k-1} &= G_k + \frac{2i}{\alpha} \partial_x((LV_k)V_k^{-1}), \\ F_{k-1} &= F_k + \frac{2i}{\alpha} \partial_x(V_k^{-1}MU_k), \quad U_{k-1} = V_k^{-1}. \end{aligned} \quad (32)$$

В частности, если A — алгебра $N \times N$ -матричных функций, то систему (30) можно назвать матричными уравнениями ДС. Эти уравнения допускают L–A-пару, причем $2N \times 2N$ -матричный оператор T_1 , генерирующий (30), имеет вид

$$T_1 = \partial_y - \alpha \sigma \partial_x - Q, \quad \sigma = \begin{pmatrix} E & 0 \\ 0 & -E \end{pmatrix}, \quad Q = \begin{pmatrix} 0 & U \\ V & 0 \end{pmatrix}, \quad (33)$$

где E — единичная матрица $N \times N$. Преобразованию (31) соответствует следующее преобразование оператора T_1 :

$$T_1 \rightarrow T_1^R = (\partial_y R) R^{-1} + R T_1 R^{-1}, \quad (34)$$

где

$$R = \begin{pmatrix} 2\alpha E \partial_x - (MU)U^{-1} & U \\ U^{-1} & 0 \end{pmatrix}. \quad (35)$$

По аналогии с (5) результатом последовательных преобразований (31) и (32) является точное решение неабелевой двумерной решетки Тоды.

ЗАМЕЧАНИЕ 5. Обратная задача для уравнения БЛП (6) основана на скалярном линейном уравнении

$$\partial_x \partial_y \psi + a \partial_x \psi + (b + 1) \psi = 0, \quad (36)$$

которое легко получить из матричного уравнения $T_1 \Psi = 0$ при $N = 2$, где ψ — одна из двух компонент столбца Ψ , а под x, y в (6)–(8), (36) следует подразумевать конусные переменные ξ, η . Соответственно формулы (7), (8) следуют из закона преобразования (34).

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, уравнения ДС и их обобщения, реализованные на ассоциативных алгебрах с единицей, допускают явные обратимые автопреобразования Бэклунда. Естественным является вопрос о процедуре погружения $(1 + 1)$ -мерных J–S-систем в $(1 + 2)$ -мерные уравнения (28). Если ограничиться конечномерными формально вещественными и простыми алгебрами Йордана, то вопрос о процедуре погружения решается положительно. Действительно, существует лишь одна йорданова алгебра, удовлетворяющая перечисленным свойствам, в которой закон умножения не может быть представлен антикоммутатором двух линейных операторов. Если же конечномерная алгебра имеет нетривиальный идеал или не является формально вещественной, то ситуация становится сложнее: такие J–S-системы, вообще говоря, не являются одномерным пределом уравнений (28). Для того чтобы построить общую $(1 + 2)$ -мерную модель с кубической нелинейностью, содержащую в себе все J–S-системы, следует, по-видимому, использовать более общие алгебраические структуры. На данном этапе можно предположить, что в основе адекватной конструкции должна лежать некоторая алгебра, содержащая по крайней мере две бинарные операции: умножение Йордана и умножение Ли.

Автору приятно поблагодарить А. А. Зайцева и М. В. Павлова за ценные замечания и интерес к работе.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, грант 91-01-01789.

Список литературы

- [1] *A. Davey, K. Stewartson.* Proc. R. Soc. 1974. V. A338. P. 101.
- [2] *M. Omote.* J. Math. Phys. 1988. V. 29. № 12. P. 2599.
- [3] *M. Boiti, J. J.-P. Leon, L. Martina, F. Pempinelli.* Phys. Lett. A. 1988. V. 132. P. 432.
- [4] *S. B. Leble, M. A. Salle, A. V. Yurov.* Inverse Problems. 1992. V. 4. P. 207.
- [5] *A. S. Fokas, M. J. Ablowitz.* Phys. Rev. Lett. 1981. V. 47. P. 1096.
- [6] *V. A. Arkadiev, A. K. Pogrebkov.* Physica D. 1989. V. 36. P. 189.
- [7] *J. Hietarinta, R. Hirota.* Phys. Lett. A. 1990. V. 237. P. 145.
- [8] *A. N. Leznov, A. B. Shabat, R. I. Yamilov.* Phys. Lett. A. 1993. V. 174. P. 397.
- [9] *К. Нишинари, К. Абе, Дж. Сатсума.* ТМФ. 1994. Т. 99. № 3. С. 487.
- [10] *А. Ньюэлл.* Солитоны в математике и физике. М.: Мир, 1989.
- [11] *С. И. Свинолунов, Р. И. Ямилов.* ТМФ. 1994. Т. 98. № 2. С. 207.
- [12] *F. Pempinelli.* Localized Soliton Solution for the DS-1 and DS-3 equations: Preprint PM/92-31. Montpelier, 1992.
- [13] *V. A. Arkadiev, A. K. Pogrebkov, M. C. Polivanov.* Inverse Problems. 1989. V. 5. P. L1-L6.

Поступила в редакцию 3.VII.1995 г.,
после доработки 14.VI.1996 г.

A. V. Yurov

BÄCKLUND-SHLESINGER TRANSFORMATIONS FOR DAVEY-STEWARTSON EQUATIONS

It is shown that the Bäcklund explicit reversible autotransformations for the integrable Davey-Stewartson (DS) and Boiti-Leon-Pempinelli (BLP) equations exist. The scheme of construction of DS soliton solutions with the help of such transformations is suggested. The sequential application of Bäcklund explicit reversible autotransformations makes possible to get solutions of $(1+1)$ - and $(0+2)$ -dimensional Toda lattice equations. The similar transformations for the analogs of DS, which are realized on the arbitrary associative algebra with unit are showed. The connection of these $(1+2)$ -dimensional models with $(1+1)$ -dimensional J-S systems is discussed.